

	Francos.
1.º—Instalaciones en las bocas Norte y Sur, caminos de acceso, instalación de talleres, obras hidráulicas, maquinarias, ventiladores, compresores, dinamos, locomotoras, vagones, alumbrado eléctrico, etc.	7.000.000
2.º—Por el primer túnel, con apartadero de 500 m. en el centro, balasto, asiento de la vía (excepto el material) replanteo, con estacas, del eje del segundo túnel, perforación de la galería auxiliar y transversales.	47.500.000
<i>Total.</i>	54.500.000

La Compañía tiene además que gastar:

	Francos.
1.º—Expropiaciones.	310.000
2.º—Líneas de acceso.	1.900.000
3.º—Rectificación del Ródano.	220.000
4.º—Material de vía.	640.000
5.º—Gastos generales.	1.250.000
<i>Suma.</i>	4.320.000

El coste total del túnel con vía única y la galería auxiliar se eleva á 58.820.000 francos.

Por el ensanche hasta el perfil tipo, y el revestimiento del segundo túnel, cuando llegue el caso, los contratistas percibirán 15.000.000 de francos.

La Compañía tiene que añadir:

	Francos.
1.º—Balasto y vía.	878.000
2.º—Gastos generales.	342.000
<i>Suma.</i>	16.220.000

El gasto total de los dos túneles, con la línea de acceso, la estación de Brig, etc., sin tener en cuenta los intereses durante la construcción, asciende á 75.040.000 francos.

VICENTE RUIZ.

ATENEO DE MADRID

CONFERENCIAS DEL SEÑOR ECHEGARAY

(Continuación) (4).

Efectuando en ella las sustituciones posibles resulta no tener más que tres valores diferentes; la resolvente será, pues, de tercer grado. Resolviendo esta ecuación en z una de sus raíces será igual á la expresión anterior; así

$$z_1 = x_1 x_2 + x_3 x_4.$$

Conocida la suma de $x_1 x_2$ y $x_3 x_4$, como su producto también se conoce, pues es el último término de la ecuación dada, llegaremos á determinar las cantidades $x_1 x_2$ y $x_3 x_4$.

Si conociéramos las sumas $x_1 + x_2$ y $x_3 + x_4$, estaría el problema resuelto. Pues bien, por medio de un sencillo

artificio se llega á determinar $x_1 + x_2$ y $x_3 + x_4$ en función de los productos conocidos $x_1 x_2$ y $x_3 x_4$.

La teoría de las sustituciones excusa ese artificio. Refiriéndonos á la suma $x_1 + x_2$, el teorema que acabamos de demostrar nos permite hallarla inmediatamente en función de $x_1 x_2$.

En efecto, las dos funciones $x_1 + x_2$ y $x_1 x_2$ tienen el mismo grupo, que es el total de las letras, y está por consecuencia formado por las sustituciones

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_1 & x_2 \end{vmatrix} = 1 \text{ y } \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_2 & x_1 \end{vmatrix};$$

este grupo $G(1, (x_1 x_2))$ pertenece evidentemente á las dos funciones; luego se podía expresar la una en función de la otra.

El teorema anterior puede generalizarse llegando á una nueva demostración del teorema de Lagrange, de aquel que dice que el orden de un grupo es un divisor de $N = n!$. No entraremos en el detalle de esta generalización, que el Sr. Echegaray explicó por un procedimiento gráfico muy sencillo y elegante.

Hemos visto que el número de valores que podía tomar una función variaba entre 1 y N , límites correspondientes á las funciones simétricas y á las lineales. Vamos á ocuparnos ahora en el estudio de una función que sólo tenga dos valores: de la función alterna.

Para que una función tenga dos valores es necesario que el índice de un grupo sea igual á dos; entonces el orden de ese grupo será $\frac{N}{2}$; y como de este orden no hay más grupo que el alterno, resulta que el grupo de la función será $G(S_1, S_2, S_3, \dots, S_{\frac{N}{2}})$.

El cuadro de Cauchy tendrá solamente dos líneas y será el siguiente:

$$\begin{array}{ccccccc} \varphi_1 & \dots & S_1 & S_2 & S_3 & \dots & S_{\frac{N}{2}} \\ \varphi_2 & \dots & T_1 S_1 & T_1 S_2 & T_1 S_3 & \dots & T_1 S_{\frac{N}{2}} \end{array}$$

Representando por φ_1 y φ_2 los valores que toma la función, ya sabemos que en el cuadro anterior no hay más grupo que el formado por las sustituciones de la primera línea, el cual corresponde á φ_1 . El grupo correspondiente á φ_2 sabemos también cómo se obtiene y el cuadro de los grupos será el siguiente:

$$\begin{array}{ccccccc} \varphi_1 & \dots & S_1 & S_2 & S_3 & \dots & S_{\frac{N}{2}} \\ \varphi_2 & \dots & T_1 S_1 T_1^{-1} & T_1 S_2 T_1^{-1} & T_1 S_3 T_1^{-1} & \dots & T_1 S_{\frac{N}{2}} T_1^{-1} \end{array}$$

Resulta que el grupo de φ_2 es de orden $\frac{N}{2}$ y como de este orden no hay más grupos que el alterno, resulta que la segunda línea de este último cuadro es igual á la primera. De aquí se deduce que toda sustitución que deje invariable á φ_1 , tampoco cambiará á φ_2 , y toda sustitución que haga variar á φ_1 , le convertirá en φ_2 , puesto que están en la segunda línea del cuadro de Cauchy, y la que haga variar á φ_2 le convertirá en φ_1 ; de aquí se deduce que la

(4) Véase el número 5.º

suma $\varphi_1 + \varphi_2$ es una función simétrica; se la podrá expresar en función de los coeficientes de la ecuación propuesta; sea $\varphi_1 + \varphi_2 = P_1$.

Las propiedades que acabamos de señalar hacen ver que la expresión $\varphi_1 - \varphi_2$ ó no cambia ó cambia sólo de signo; si esto es así la potencia $(\varphi_1 - \varphi_2)^2$ será también una función simétrica de las raíces $x_1, x_2, \dots, x_n$; hallando su valor en función de los coeficientes de $f(x) = 0$ se tendrá $(\varphi_1 - \varphi_2)^2 = Q_1$; de las dos ecuaciones obtenidas se deducen los valores de φ_1 y φ_2 . Pero no nos basta haber hallado esos valores; vamos á determinar la constitución de los mismos.

Hemos visto que la expresión $\varphi_1 - \varphi_2$ queda invariable para ciertas sustituciones y cambia de signo para otras. Sea u una de éstas y descomongámosla en transposiciones $u = T_1 T_2 \dots T_h$.

Apliquemos esta sustitución á $\varphi_1 - \varphi_2$; como la función cambia de signo al efectuar en ella la sustitución

$$T_1 T_2 \dots T_h,$$

es preciso que haya por lo menos una transposición T_m para la cual se efectúe ese cambio.

Sea $T_m = (x_\alpha x_\beta)$. Escribamos $\varphi_1 - \varphi_2$ en forma explícita con relación á x_α y x_β y se tendrá

$$\varphi_1 - \varphi_2 = H(\dots x_\alpha \dots x_\beta \dots).$$

Efectuando la sustitución T_m resultará

$$H(\dots x_\beta \dots x_\alpha \dots);$$

y como estos dos valores han de ser iguales y de signos contrarios, se tendrá:

$$H(\dots x_\alpha \dots x_\beta \dots) = -H(\dots x_\beta \dots x_\alpha \dots).$$

Sustituyendo en esta igualdad en vez de x_β la letra x_α resultará

$$H(\dots x_\alpha \dots x_\alpha \dots) = -H(\dots x_\alpha \dots x_\alpha \dots),$$

lo cual no puede suceder como $H(\dots x_\alpha \dots x_\alpha \dots)$ no sea igual á cero. Resulta que la función $\varphi_1 - \varphi_2$ es tal, que para $x_\alpha = x_\beta$ se anula; luego es divisible por $x_\alpha - x_\beta$. Llamando L al cociente $\varphi_1 - \varphi_2 = (x_\alpha - x_\beta)L$ siendo L entero; elevando al cuadrado resulta

$$(\varphi_1 - \varphi_2)^2 = (x_\alpha - x_\beta)^2 L^2.$$

Pero siendo $(\varphi_1 - \varphi_2)^2$ una función simétrica de las raíces y siendo entero el cuadrado L^2 resulta que $(\varphi_1 - \varphi_2)^2$ contendrá todos los factores análogos á $(x_\alpha - x_\beta)^2$ y por tanto $\varphi_1 - \varphi_2$ será de la forma

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \dots (x_1 - x_n)(x_2 - x_3) \dots (x_2 - x_n) \dots (x_{n-1} - x_n),$$

ó sea abreviadamente $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi(x_\alpha - x_\beta)$, función que es precisamente la *discriminante* de la ecuación dada.

ABASTECIMIENTO DE AGUA POTABLE PARA LA CIUDAD DE VIGO⁽¹⁾

PROCEDIMIENTO DE TOMA DE LAS AGUAS

Según puede comprobarse en el plano, los manantiales ocupan una extensa superficie, en la cual sería preciso establecer numerosas tomas, reuniendo después las cañerías por que fuesen conducidas para hacer que convergiesen hacia el punto de partida de la principal. Este sistema podría emplearse si no tuviera el grave inconveniente de no utilizar una gran parte de los filetes líquidos que van filtrándose por el terreno en la zona que puede considerarse como de alumbramiento. La exactitud de esta comprobación se ha probado repetidamente en los aforos, pues resulta que hechos los de varios manantiales en su origen y repetida la operación cuando todos ellos vienen á formar un pequeño arroyo, este último aforo ha producido casi siempre una cantidad mayor que la suma de las parciales; lo cual, como queda dicho, se explica por el hecho de existir filtraciones en ambas márgenes y á todo lo largo del arroyo. De suerte que de hacer la toma en los alumbramientos naturales que hoy existen, habría que continuar la conducción por medio de un tubo perforado en la parte superior, que pudiera recoger las filtraciones del terreno; y como no podría dejarse al aire, en definitiva vendría á formarse una verdadera galería filtrante de más ó menos sección. La necesidad de cubrir las cañerías de toma es incuestionable, no sólo para evitar que el agua pueda ensuciarse y contaminarse en su curso hasta la principal, sino porque sólo por este medio podría ponerse á cubierto de sustracciones que disminuirían extraordinariamente el volumen utilizable. Es, por lo tanto, mucho mejor estudiar el trazado que conviene dar á las galerías ó zanjias filtrantes, puesto que de seguir el curso natural de los diversos arroyos su desarrollo sería mucho mayor, sin ventaja para el volumen recogido, que no suele ser proporcional á la longitud, sino al número de capas permeables que la galería atraviesa, y es sabido que éste es mucho mayor cuando se cortan en dirección normal, que es lo que debe procurarse en un trazado bien dispuesto.

En los terrenos graníticos, donde la elevación de las montañas no es grande, como sucede en los alrededores de Vigo, se repite lo observado tantas veces en los aforos verificados en toda la extensa zona reconocida: que los manantiales son siempre pequeños. Por esta razón en terrenos análogos se ha recurrido, con buen resultado, al sistema que proponemos de galerías filtrantes, pues de este modo se cortan mayor número de filetes líquidos y se va haciendo la toma casi por el mismo procedimiento que sigue la naturaleza para formar los arroyos.

La situación de las diversas capas que forman el suelo y subsuelo es casi siempre la misma, variando sólo el espesor. En la parte correspondiente al centro del valle son éstas de más altura y en las laderas mucho más delgadas, llegando en algunas partes á desaparecer todas las sedimentarias. Cuando están completas se encuentra primero la capa vegetal de espesor variable, pero que rara vez excede de 0^m,40 á 0^m,60; á veces está formada de tierra arcillosa, pero en general no es muy compacta ni se distingue por su impermeabilidad, que caracteriza los terre-

(1) Véase el número 2.º