

de agua que se consume aún más rápidamente que el crecimiento de las poblaciones.

Lo que se puede asegurar es que ya es pequeña la cantidad de 100 litros por día y habitante, que por mucho tiempo se ha tomado como norma para la mayor parte de los proyectos de abastecimiento. Por eso en el que nos ocupa para la población actual de Vigo se ha fijado el tipo de 170 litros, suponiendo que el número de habitantes sea de 20.000, cifra que tenemos por exacta, sobre todo en verano, pues no hay que olvidar el aumento que produce la colonia forastera y la necesidad de poder atender con holgura al mayor gasto, que se verifica en esta época del año.

Esta cantidad permitirá hacer la división como sigue:

|                                   | Litros. |
|-----------------------------------|---------|
| Consumo para uso privado. . . . . | 75      |
| Idem » uso público. . . . .       | 60      |
| Idem » uso industrial. . . . .    | 35      |
|                                   |         |
| TOTAL. . . . .                    | 170     |

Esta división corresponde á lo que se considera necesario para uso doméstico en Inglaterra, donde este servicio está bien establecido y es poco inferior á la de 90 litros por día y habitante que proponía Darey en 1856, y que considerada entonces como excesiva, ha venido á ser justificada en la actualidad, tanto en Francia como en Inglaterra y en los Estados Unidos, donde Mr. Jamming propone la misma cifra en su tratado sobre distribución de aguas publicado en 1882, y posteriormente Mr. Allen Hacen, en su obra *The filtration of Public water supplies*, publicada en New-York en 1895, considera que más bien debe contarse con un gasto para uso doméstico de 100 litros por habitante y día.

En todo lo que precede se supone que la Administración ó el concesionario, si el abastecimiento es cedido por el Ayuntamiento á una compañía, tomarán las medidas necesarias para evitar el despilfarro del agua muy común, sobre todo en verano, cuando se hace la distribución á caño libre. Para eviir este gasto inútil está probado que no hay más remedio eficaz que la venta del agua por medio de contador, con lo cual todo el mundo procura hacer que el gasto sea el menor posible, y aun cuando este sistema ha sido criticado por algunos bajo el punto de vista higiénico, por el temor de que sea una mal entendida economía, haciendo que no se desarrollase el consumo lo suficiente para que estuviese garantida la limpieza, no son de temer esos efectos si el precio asignado al metro cúbico es moderado, como conviene para un artículo de primera necesidad y de uso continuo como el agua.

(Se continuará.)

FERNANDO GARCÍA ARENAL.

## SOBRE LA PERSPECTIVA

### CONFERENCIAS EXPLICADAS EN EL CÍRCULO DE BELLAS ARTES (1)

#### I

#### FUNDAMENTOS DE LA PERSPECTIVA

Recordemos que la perspectiva es *la representación de los objetos tal como se ven*.

Ver los objetos es dirigir visuales á cada uno de sus puntos ó, por lo menos, á aquellos principales y característicos que sirvan para definirlos y dar clara idea de su forma.

Si todas esas visuales las imagináramos cortadas por el cuadro sobre el que se ha de dibujar la perspectiva, es claro que ésta quedaría hecha, si cada una de aquéllas pudiera dejar la impresión ó huella de su paso.

El problema se reduce, como se ve, á hallar la intersección de diversas líneas visuales con el plano del cuadro, y se resuelve de una manera rápida y sencillísima, cuando se sabe Geometría descriptiva; pero nosotros nos proponemos determinar esos puntos por medio de razonamientos que nada tengan que ver con ella, y recordando cosas que todo el mundo sepa ó que pueda aprender en el instante en que se digan porque sean verdaderos axiomas ó simples definiciones.

Imaginemos un cubo (fig. 1.<sup>a</sup>) en el que, como ya hemos dicho en la lección anterior, uno de sus vértices, tres aristas y tres caras no son visibles, varios lados paralelos aparecen concurrentes, ángulos que son rectos se ven agudos ó obtusos, y rectas de igual longitud con magnitudes desiguales. Si lo suponemos en el espacio es claro que bastará dirigir visuales á los vértices visibles *a, b, c, d, e, f, g*, para tener idea completa del sólido, y bastará hallar la perspectiva de cada uno de esos puntos para tener la perspectiva del cubo, porque *es evidente* que si en el espacio una recta está definida por dos puntos, la perspectiva de una recta lo estará por la perspectiva de dos puntos, y que si en el espacio un punto queda definido por la intersección de dos rectas, la perspectiva del punto lo será por la intersección de las perspectivas de dos rectas, y bastará, por lo tanto, unir entre sí las perspectivas de los puntos *a, b, c, d, e, f, g*, para obtener la perspectiva de las aristas y las de las caras limitadas por ellas y, finalmente, la del cubo.

Para otro cuerpo cualquiera, superficie limitada, ó líneas rectas ó curvas cuya perspectiva se buscara, variaría, aumentando ó disminuyendo, el número de puntos á determinar; pero todo se reduciría á repetir más ó menos veces el mismo problema, y, por lo tanto, puede afirmarse que *el problema de la perspectiva se reduce á saber hallar sobre el cuadro la perspectiva de un punto situado en el espacio*.

Para resolver este último, único objeto de esta lección, veamos cómo se define la posición de un punto en el espacio, recordando algunas definiciones que el que no las sepa las aprenderá en el acto.

Si desde un punto cualquiera del espacio se traza una perpendicular sobre un plano, al pie de esa perpendicular se le llama *proyección del punto sobre el plano*, de suerte que si desde el ojo imaginamos una perpendicular al plano del cuadro

(1) Véase el número anterior.

sobre el que se dibuja la perspectiva, el punto en que aquélla lo corta será la proyección del ojo sobre el plano, que es á lo que se llama malamente punto de vista, porque el verdadero punto de vista es el ojo, y á ese punto se le debe llamar *proyección del punto de vista*. Esto queremos decir siempre que por abreviar digamos punto de vista sobre el cuadro, entendiéndose que es la proyección sobre el cuadro.

Ahora bien, un punto queda perfectamente definido en el espacio desde el momento en que se conocen sus proyecciones sobre dos planos cualesquiera. Sean, en efecto (fig. 2.<sup>a</sup>), los planos  $CI$  y  $HI'$  que se cortan según la línea  $I, I'$  y  $P$  el punto cuya posición se quiere fijar, y quedará determinada si se nos dan las proyecciones  $p$  y  $p'$  sobre los planos  $C$  y  $H$ , porque bastara levantar en esos puntos las perpendiculares  $pP$  y  $p'P$  y se cortaran necesariamente en el punto  $P$ ; porque si no se cortaran en él no podrían ser los puntos  $p$  y  $p'$  sus proyecciones como hemos supuesto. Pero como desde que se conocen los puntos  $p$  y  $p'$  se conocen las líneas  $pP$  y  $p'P$ , que son las distancias del punto  $P$  á los planos  $G$  y  $H$ , pudiera pensar alguno que sería lo mismo conocer las proyecciones que las distancias, y no es lo mismo.

Las distancias á dos planos definen una recta, pero no un punto. En efecto: si el punto ha de hallarse á una cierta distancia de un plano estará necesariamente en un plano paralelo á éste que diste de él esa magnitud; y por la misma razón deberá hallarse en otro plano paralelo al segundo y separado de él la otra distancia. Debiendo, pues, hallarse á la vez en dos planos, deberá hallarse en la intersección, que es una línea recta, cuyos puntos todos gozan de la propiedad de hallarse separados de los dos planos por las distancias dadas. Nótese bien que si no se indicara á qué lado del plano se habría de trazar el paralelo, podrían trazarse dos á cada uno, que darían cuatro intersecciones, y por lo tanto, serían cuatro las rectas definidas por la condición de que sus puntos distaran cantidades determinadas de planos dados; pero si se indica *el sentido* en que han de llevarse esas distancias se reduciría á una sola como la  $aP$  de la figura.

Si además de esas distancias se diera una tercera á un tercer plano, el punto quedaría completamente determinado conociendo el sentido en que hubiera de llevarse esa distancia, porque debiendo hallarse por las condiciones anteriores en una recta y además en un plano paralelo al tercero, debería hallarse en la intersección, y la intersección de una recta con un plano es un punto. De suerte que las distancias á tres planos sin indicar el sentido en que hayan de llevarse definen ocho puntos en el espacio; pero *si se indica el sentido en que hayan de llevarse, las distancias á tres planos cualesquiera definen por completo la posición de un punto en el espacio*. Dadas, pues, las distancias  $pP$ ,  $p'P$  y  $p''P$  á los planos  $G$ ,  $H$  y  $V$  llevadas en el sentido que se indica al nombrarlas, queda perfectamente determinado en el espacio el punto  $P$ .

Para fijar más aún las ideas, el punto  $P$  (fig. 3.<sup>a</sup>) quedará determinado si conocemos las distancias  $pP$ ,  $p'P$  y  $p''P$  á los planos  $G$ ,  $H$  y  $V$ ; pero como si los tres planos son perpendiculares entre sí, cada perpendicular á uno será paralela á los otros dos, y como todos saben desde la primera enseñanza que las partes de paralelas comprendidas entre paralelas son iguales, la recta  $Pp''$  será igual á la  $p'a$ , y la  $pP$  igual á  $p, p'$  y á  $ba$ ,

luego las distancias  $Pp'$ ,  $Pp''$  y  $Pp$  pueden sustituirse por las  $Pp'$ ,  $p'a$  y  $ab$ . En la figura 4.<sup>a</sup> puede verse aún con mayor claridad y llegar á esta conclusión; el punto  $P$  estará definido en el espacio si se conoce la distancia  $cv$  del punto  $P$  al plano  $G$ , la  $Vh$  del punto  $P$  al plano  $V$ , y la  $Ph$  del punto  $P$  al plano horizontal  $H$ , y por lo tanto, la perspectiva del punto  $P$  quedaría determinada si pudiéramos hallar la perspectiva de las líneas  $cv$ ,  $vh$  y  $hP$ ; pero si suponemos que  $H$  es un plano horizontal,  $G$  el plano del cuadro perpendicular al anterior, y  $V$  un plano vertical y perpendicular á los otros dos, la recta  $cv$  será una perpendicular al cuadro (como intersección de dos planos que le son perpendiculares); la  $vh$  será una horizontal (puesto que está situada en el plano  $H$ ) y paralela al cuadro (porque éste y ella son perpendiculares al plano  $V$ ), y, finalmente, la  $Ph$  será una vertical (como perpendicular al horizontal  $H$ ).

Luego el problema de la perspectiva queda ahora reducido á saber hallar la perspectiva de *rectas perpendiculares al cuadro, de horizontales paralelas al cuadro y de verticales*, y en sabiendo esto quedará resuelto el problema fundamental de la perspectiva, que consiste, como se ha dicho, en hallar la de un punto cualquiera de la manera más general.

Pero esto lo saben hacer todos con sólo recogerse un punto y recordarlo, y mi misión no consiste ahora en enseñarlo, sino en demostrarle á cada uno que lo sabe.

Conviene no olvidar que tratamos de representar *lo que vemos*, y que todo se reduce á *razonar sobre el modo de ver lo que vemos*.

Imaginemos (fig. 5.<sup>a</sup>) un paseo completamente horizontal en el que hay diversas filas de árboles  $ca^{(n)} - bb^{(n)} - aa^{(n)} - a_0 a_n - b_0 b_n - c_0 c_n$ , que el cuadro es un plano vertical que corta perpendicularmente á esas líneas, situado no importa dónde y que nos colocamos en el punto  $O$ . ¿Qué veremos? Veremos (figura 6.<sup>a</sup>) que las líneas  $aa^{(n)}$  y  $a_0 a_n$  tienden á juntarse á medida que dirigamos más lejos la vista, que si el paseo es de mucha longitud aparecerán casi unidas á lo lejos, y que si lo supusiéramos de una longitud infinita aparecerían realmente unidas en un punto. De la misma manera las rectas  $cc^{(n)} - bb^{(n)} - b_0 b_n - c_0 c_n$  aparecerán convergiendo hacia el mismo punto, luego esas líneas perpendiculares al cuadro y situadas en el plano horizontal, tienen sus perspectivas concurrentes á un punto. Pero si miramos á las líneas formadas por las puntas de los árboles que supondremos iguales en altura, ó sustituidos, para mayor claridad, por postes telegráficos de igual altura, también esas líneas *se verá* que tienden á unirse á larga distancia con las determinadas por los pies (fig. 7.<sup>a</sup>) de los postes  $ap \dots a^{(n)}p^{(n)} - a_0 p_0 \dots a_n p_n$ , de suerte que también las líneas  $pp^{(n)} - p_0 p_n$  y las  $aa^{(n)} - a_0 a_n$  perpendiculares al cuadro y situadas en planos verticales son en perspectiva líneas que concurren en un punto y el mismo punto á que concurren las anteriores. Y como sucederá lo mismo si comparamos las líneas  $pp^{(n)}$  y  $a_0 a_n - aa^{(n)}p_0 p_n$  que no están dos á dos en un mismo plano horizontal ni vertical, sino en planos de posición arbitraria ohedeciendo á la sola condición de ser perpendiculares al cuadro, estamos autorizados para llegar á esta conclusión general: *«las perspectivas de las líneas perpendiculares al cuadro concurren en un punto de éste.»* Pero, ¿cuál es ese punto? También lo sabemos.

Si consideramos, en efecto, la visual perpendicular al cuadro, á que se da el nombre de visual principal, ésta será una de tantas líneas perpendiculares al cuadro y, por lo tanto, irá á concurrir en perspectiva al mismo punto que todas las demás; luego si nosotros pudiéramos marcar ese punto sobre la perspectiva de esta línea, ese sería el punto que buscamos en perspectiva. Pero nada es más fácil que esto, partiendo de esta conclusión evidente: *la perspectiva de toda visual es un punto*; es la intersección de esa visual con el cuadro. Ahora bien, la intersección de esa visual principal con el cuadro, ó sea la perspectiva de esa línea es su pie, es lo que ya hemos llamado *punto de vista*, ó mejor dicho *proyección del punto de vista*, que es la proyección del ojo sobre el cuadro; luego si la perspectiva de toda esa línea es ese punto, ese punto será la perspectiva del de concurso de todas las perpendiculares al cuadro y llegaremos á esta conclusión: *las perspectivas de todas las líneas perpendiculares al cuadro concurren en la proyección del punto de vista*.

Si en vez de colocarnos en el punto O nos hubiéramos colocado en el O', todas las líneas perpendiculares al cuadro aparecerían convergiendo hacia un punto de la recta O'P', es decir, que llegaríamos á la misma conclusión de que concurren en el punto de vista, que sería ahora otro, porque hemos cambiado de lugar; pero sea el que quiera, en él concurren. Mas cambiando el punto de vista, supuesto siempre á la misma altura, su proyección sobre el cuadro describirá una línea horizontal, que sería la intersección con el cuadro de un plano horizontal que pasara por el ojo. A ésta línea situada sobre el cuadro se le llama *línea de horizonte*, y sobre ella ha de estar siempre situada la proyección del ojo ó del punto de vista, que es á lo que abreviadamente se le designa con el nombre de punto de vista, según se recordará, y sobre cuya distinción insisto para que no se confundan ideas que deben fijarse con entera precisión.

Volvamos ahora á las figuras 5.<sup>a</sup> y 6.<sup>a</sup> y supongamos unidos los pies de los árboles ó postes telegráficos por líneas  $a'a_1$ ,  $a''a_2$ , .....  $a^{(n)}a_n$  y ¿qué veremos? Pues veremos que esas líneas aparecen *siempre* paralelas entre sí y paralelas al borde  $aa_0$  y que sus dimensiones y sus distancias de uno á otro van disminuyendo á medida que miramos más lejos; de suerte que si suponemos á las líneas  $aa^{(n)}$  —  $a_0 a_n$  una longitud infinita, aquellas magnitudes y distancias llegarán á reducirse á cero y lo mismo sucedería tomando las líneas de las puntas y comparándolas con las de los pies. La experiencia, pues, nos lleva á esta otra conclusión también interesantísima: *Las perspectivas de líneas horizontales paralelas al cuadro, son también horizontales y paralelas al borde inferior del mismo*. Nótese, además, que las líneas  $aa_0$  —  $a'a_1$ , .....  $a^{(n)} a_n$  miden siempre la mínima distancia de las rectas paralelas  $aa^{(n)}$  y  $a_0 a_n$  porque son paralelas situadas entre paralelas y perpendiculares unas á otras; pero son tanto menores en perspectiva cuanto más lejos del cuadro las consideremos.

Tomemos nuevamente las figuras 5.<sup>a</sup> y 7.<sup>a</sup> é imaginemos cómo veríamos los postes telegráficos  $ap$  .....  $a^{(n)} p^{(n)}$ ,  $a_0 p_0$  .....  $a_n p_n$ , y es claro que los veríamos siempre verticales; pero disminuyendo sus alturas y distancias de uno á otro, á medida que miráramos más lejos, lo que nos lleva á esta otra conclusión: *Las perspectivas de líneas verticales son igualmente verti-*

*cales*; y cuando, como en el caso de la fig. 7.<sup>a</sup>, están comprendidas entre paralelas  $pp^{(n)}$  —  $aa^{(n)}$  ó  $p_0 p_n$  —  $a_0 a_n$  miden la distancia entre éstas, pero aparecen tanto más pequeñas en perspectiva cuanto más lejos del cuadro se les considere.

Con ser ya muy importantes estas conclusiones, todavía podemos llegar á otras igualmente interesantes con sólo tomarnos el trabajo de pensar un poco sobre lo que precede.

Podemos asegurar también que *las perspectivas de rectas cualesquiera paralelas entre sí y al cuadro, son paralelas entre sí y á las rectas en el espacio*, porque si la perspectiva, que está situada en el cuadro, no fuera paralela á la recta en el espacio, se cortarían y, por lo tanto, esta última cortaría al cuadro y le hemos supuesto paralela.

Así, pues, la perspectiva de una recta situada en un plano paralelo al cuadro é inclinada  $45^\circ$  con relación al horizontal, será una recta inclinada  $45^\circ$  con relación al borde inferior del cuadro. Y si tuviera otra inclinación, la misma tendría su perspectiva con relación á dicho borde.

Asimismo, por medio de la observación y de razonamientos parecidos á los que preceden, llegaríamos á esta conclusión hija de la experiencia: *Las perspectivas de rectas cualesquiera paralelas en el espacio y no paralelas al cuadro* (porque si lo son ya se ha visto que no se cortan) *concurren en un punto* que muy pronto sabremos determinar y que determinaremos ahora mismo para las rectas inclinadas  $45^\circ$  con relación al cuadro, que son interesantísimas y de un uso constante en la perspectiva.

Vamos antes á recordar dos teoremas sencillísimos propios ya de la primera enseñanza: 1.<sup>o</sup> Los tres ángulos de un triángulo se sabe que valen  $180^\circ$ , y si el triángulo es rectángulo, uno de ellos vale  $90^\circ$  y los otros dos valdrán otros  $90^\circ$ ; por lo tanto, cuando uno de éstos valga  $45^\circ$  el otro valdrá otros  $45^\circ$ . 2.<sup>o</sup> Si un triángulo rectángulo (fig. 8.<sup>a</sup>)  $abc$  tiene los dos catetos iguales  $ab$  y  $ac$ , los ángulos  $abc$   $acb$  serán iguales y valdrán  $45^\circ$  cada uno; y reciprocamente si el triángulo rectángulo tiene esos ángulos iguales, serán iguales los catetos. Para demostrarlo tracemos la bisectriz  $ad$  y hagamos girar sobre esta recta la figura  $abd$ : el punto  $a$  queda fijo en el eje, la recta  $ab$  coincidirá en dirección con la  $ac$ , porque siendo  $ad$  bisectriz los ángulos  $bad$  y  $dac$  son iguales, el punto  $b$  caerá sobre el  $c$  por ser iguales los catetos, y como el punto  $d$  es común, también la recta  $bd$  coincidirá con la  $dc$ . Son, pues, iguales las figuras  $abd$  y  $acd$  é iguales los ángulos en  $b$  y  $c$ .

Consideremos ahora rectas paralelas, horizontales é inclinadas  $45^\circ$  con relación al cuadro, y, por lo que hemos dicho, concurrirán en perspectiva en un punto que vamos á determinar y repetiremos para ello un razonamiento que ya hemos hecho.

Si imaginamos la visual paralela á esas líneas irá á concurrir en perspectiva con todas ellas, y si hallamos ese punto de concurso sobre la perspectiva de aquélla, quedará determinado el de todas; pero la perspectiva de esa visual es un punto y ese será el de concurso. Ahora bien; ese punto es la intersección de la visual con el cuadro, y como es una horizontal inclinada  $45^\circ$  con relación á él (á la derecha ó á la izquierda), también hará un ángulo de  $45^\circ$  con la visual principal, en virtud del teorema primero recordado, y los catetos serán iguales en el triángulo rectángulo formado por la visual principal, la línea

de horizonte y la visual inclinada  $45^\circ$ , que es la hipotenusa; luego el punto que buscamos está sobre la línea de horizonte (á la derecha ó á la izquierda) y á una distancia de la proyección del punto de vista igual á la distancia del ojo al cuadro. Por lo mismo que miden esa distancia se les llama *puntos de distancia* y se les debe llamar además *horizontales*, no sólo porque hay infinitos puntos de distancia, sino para distinguirlos de otros *puntos de distancia verticales* de que ahora hablaré, porque son también muy interesantes en perspectiva.

En efecto, si consideramos ahora rectas inclinadas  $45^\circ$  con relación al cuadro, pero no ya situadas en planos horizontales, sino en verticales perpendiculares al cuadro, ese punto de concurso en perspectiva lo determinaríamos por un razonamiento igual al que precede. Imaginaríamos las visuales inclinadas  $45^\circ$  con relación al cuadro y situadas en el plano vertical que contiene la visual principal (por arriba ó por abajo) y veríamos que su intersección con el cuadro, que es su perspectiva, estaría en la vertical, que pasa por la proyección del punto de vista (por arriba ó por abajo) y á una distancia de él igual á la que separa el ojo del cuadro.

Creo haber demostrado como me proponía que cada uno sabía ya todo esto y sólo hacía falta recordárselo, y con ello se sabe ya todo lo que es fundamental en la perspectiva, y que por ser interesantísimo paso á resumir en las conclusiones siguientes:

1.<sup>a</sup> La *línea de horizonte* es la intersección del cuadro con el plano horizontal que pasa por el ojo.

2.<sup>a</sup> Sobre esa línea de horizonte debe hallarse siempre la proyección del punto de vista ó *punto de vista*, como se le llama de ordinario, cuando se le considera en el cuadro.

3.<sup>a</sup> Sobre esa misma línea de horizonte deben hallarse los llamados *puntos de distancia horizontales*, y que se hallan situados á derecha é izquierda del punto de vista á una distancia igual á la que separa el ojo del cuadro.

4.<sup>a</sup> Los puntos de distancia verticales se hallan en la vertical del punto de vista y á la distancia de éste igual á la del ojo al cuadro.

5.<sup>a</sup> La perspectiva de toda visual es su punto de intersección con el cuadro.

6.<sup>a</sup> Las líneas perpendiculares al cuadro se cortan en perspectiva en el punto de vista.

7.<sup>a</sup> Las perspectivas de rectas horizontales paralelas al cuadro son rectas paralelas entre sí y al borde inferior del cuadro.

8.<sup>a</sup> Las perspectivas de rectas verticales son siempre rectas verticales.

9.<sup>a</sup> Las perspectivas de rectas cualesquiera paralelas entre sí y al cuadro son rectas paralelas entre sí y á las del espacio; de suerte que si su inclinación con relación al plano horizontal es de  $45^\circ$  ó otra cualquiera, serán en el cuadro rectas que tengan esa inclinación con el borde inferior.

10. La perspectiva de rectas paralelas cualesquiera, que no sean paralelas al cuadro, será un haz de líneas concurrentes en un punto que se determina en cada caso.

11. Las rectas inclinadas  $45^\circ$  con relación al cuadro y horizontales concurren en perspectiva en los puntos de distancia horizontales.

12. Las rectas inclinadas  $45^\circ$  con relación al cuadro y situa-

das en planos verticales perpendiculares al mismo concurren en perspectiva en los puntos de distancia verticales.

13. La distancia entre dos perpendiculares al cuadro, situadas en un plano horizontal, se mide en perspectiva por cualquiera de las paralelas comprendidas entre ellas, cuya magnitud es tanto menor cuanto más lejos del cuadro se halla en el espacio.

14. La distancia entre dos perpendiculares al cuadro, situadas en un plano vertical, se mide en perspectiva por cualquiera de las verticales comprendidas entre ellas, cuya magnitud es tanto menor cuanto mayor sea la distancia del cuadro á que se halle en el espacio.

Y agregando esta otra conclusión que es de todo punto *evidente*.

15. *Las perspectivas de puntos, líneas ó superficies situadas en el cuadro son ellos ó ellas mismas*, se sabe cuanto de fundamental se necesita saber en la perspectiva.

Veamos, en efecto, cómo sin dificultad ninguna llegamos ya á hallar la de un punto cualquiera, que es el problema á que la hemos reducido.

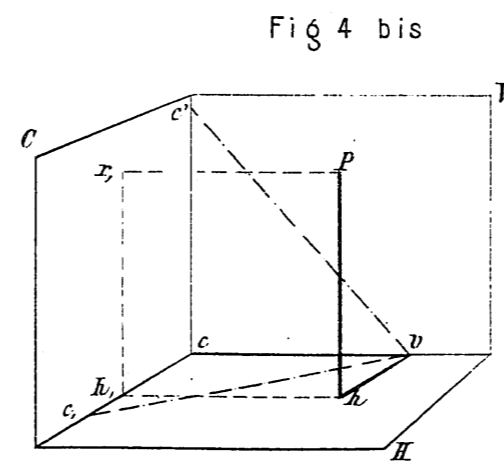
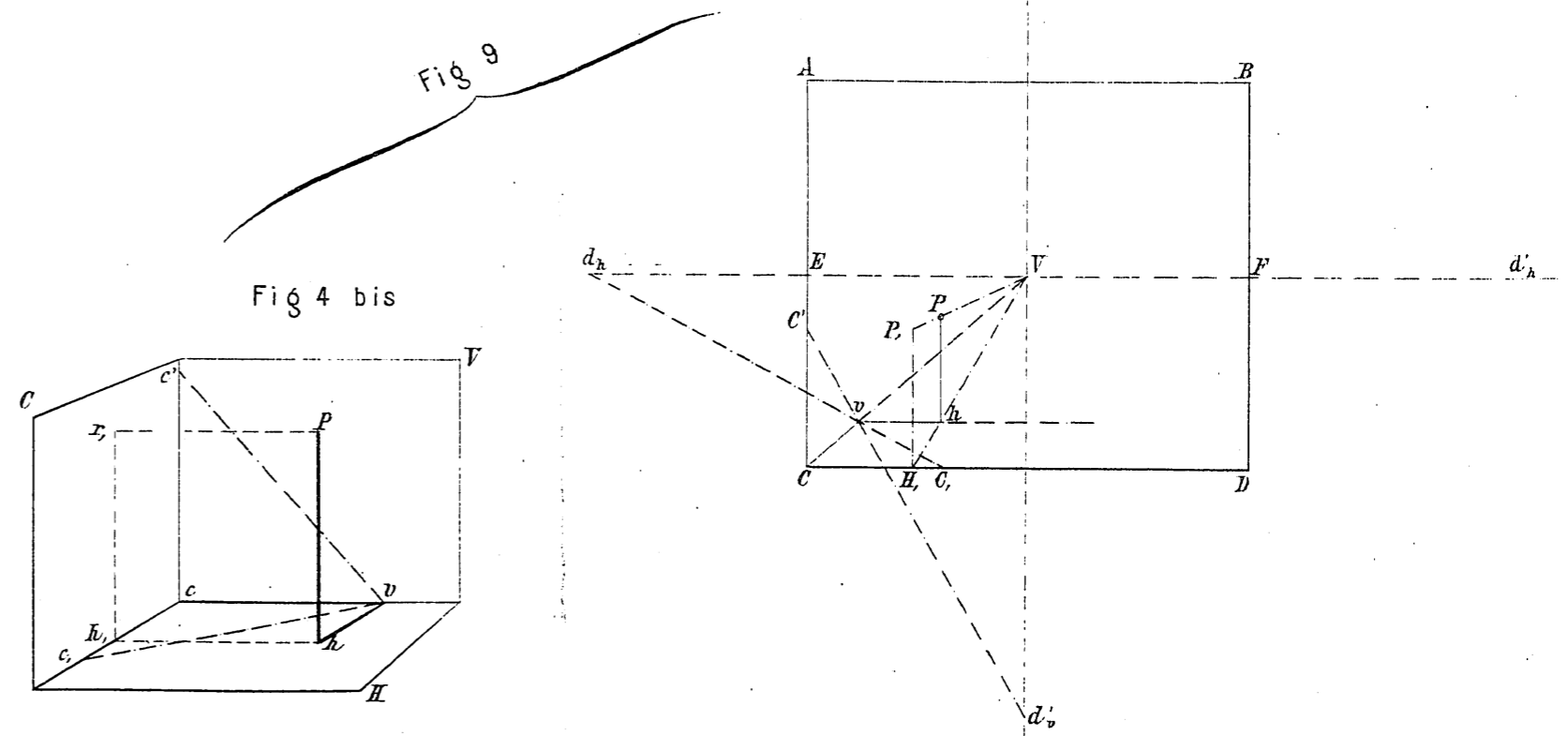
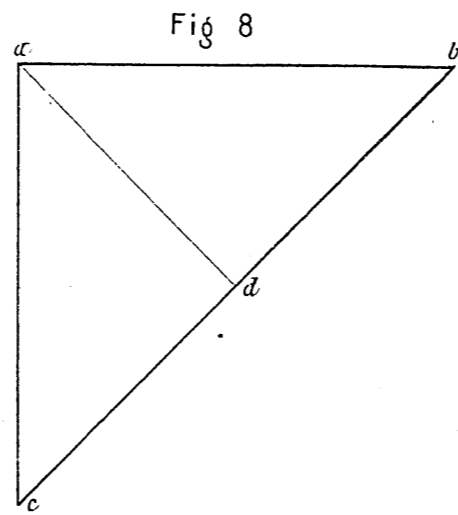
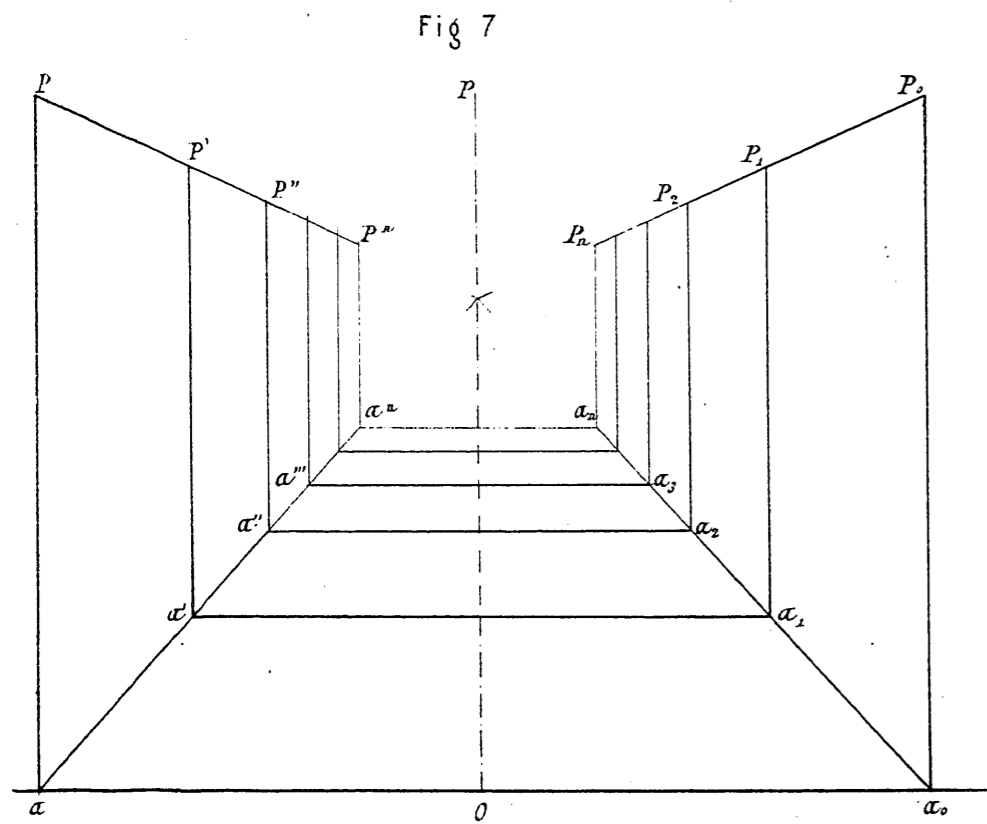
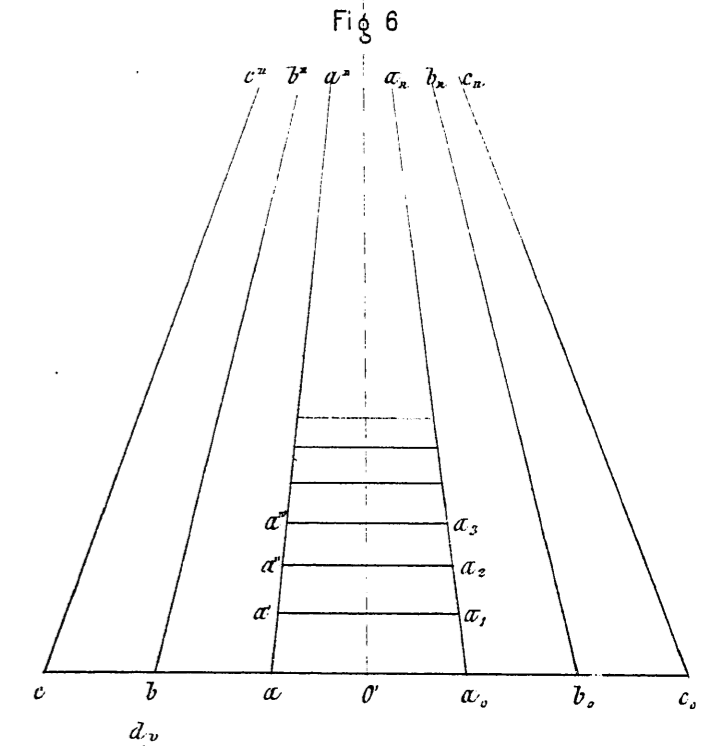
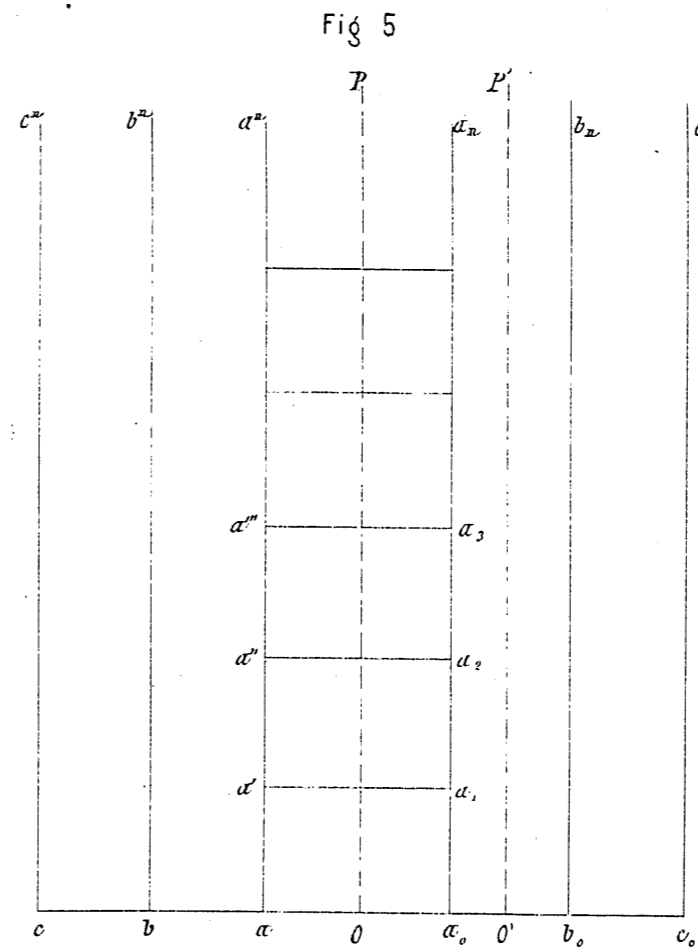
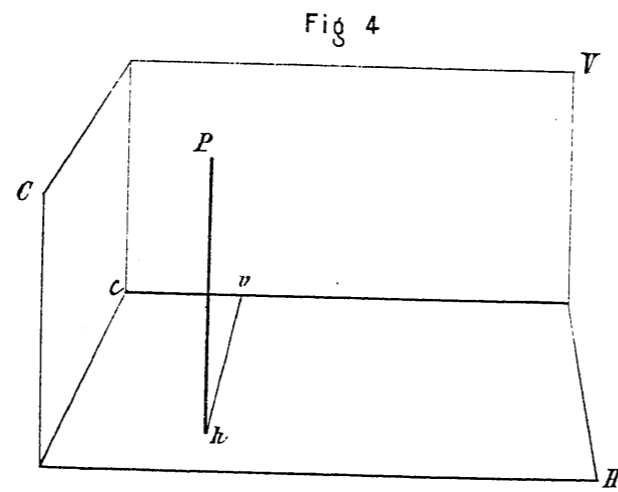
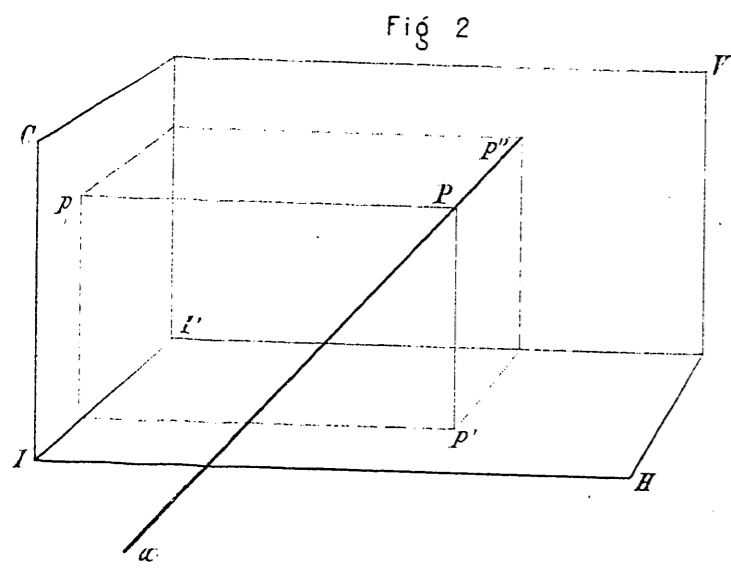
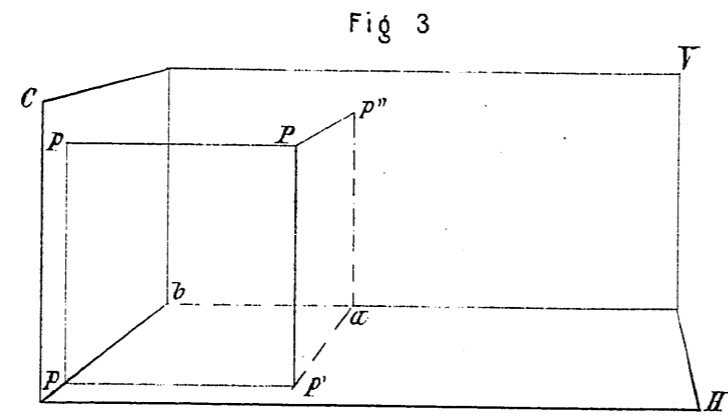
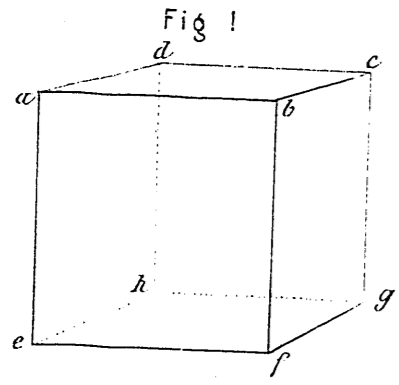
Recordemos (fig. 4.<sup>a</sup>), que habíamos dejado esa determinación pendiente de saber hallar: 1.<sup>o</sup> la perspectiva de la línea *cv* perpendicular al cuadro; 2.<sup>o</sup> la de la horizontal paralela al cuadro *ch*, y 3.<sup>o</sup> la de la vertical *hP*. Nada ya más fácil.

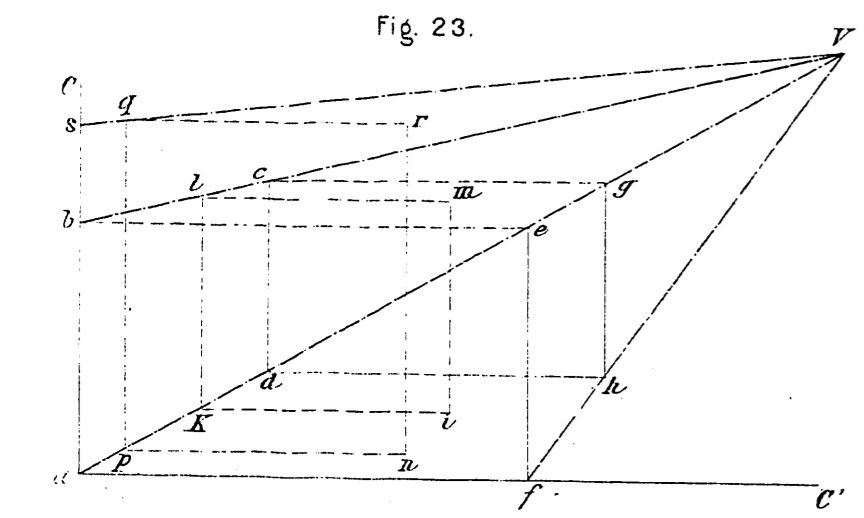
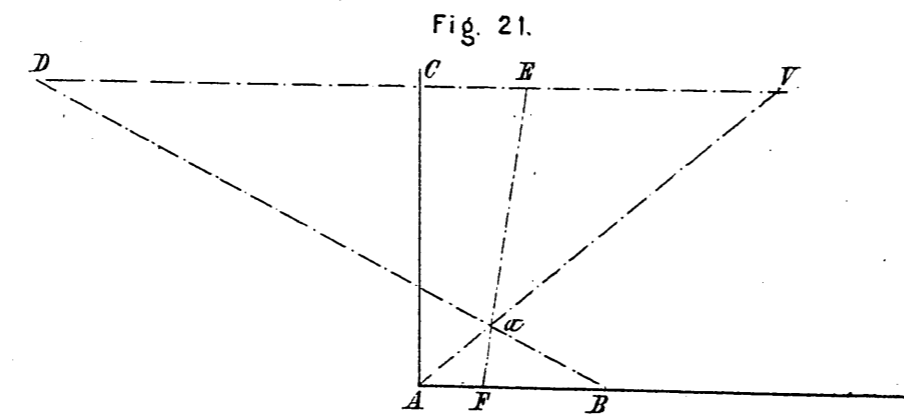
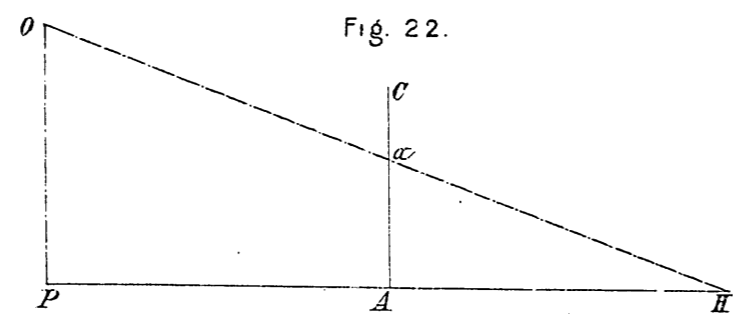
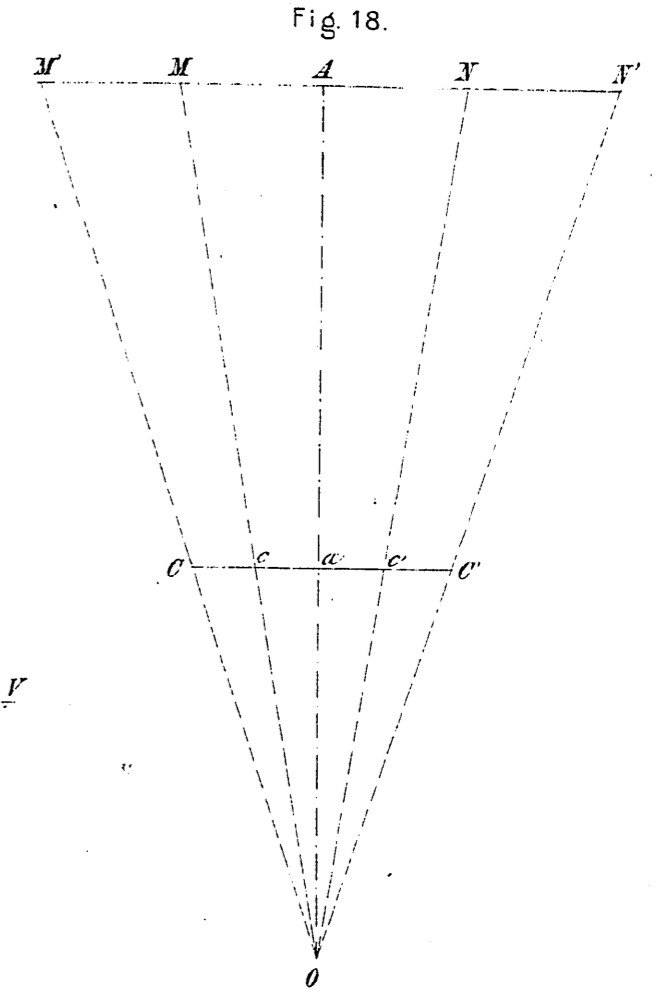
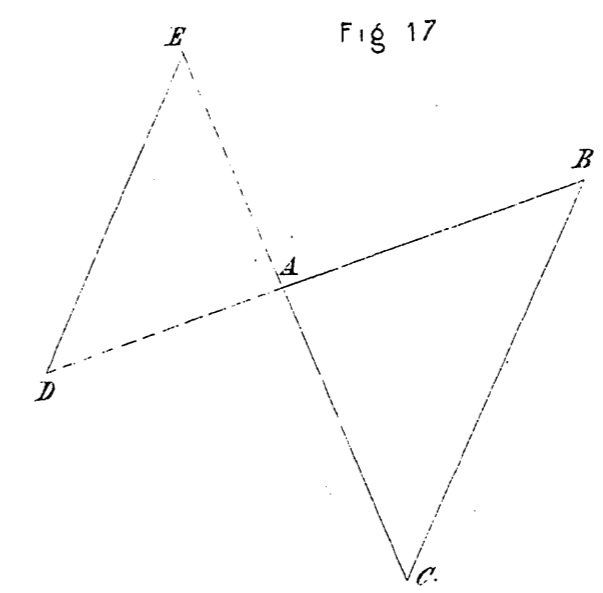
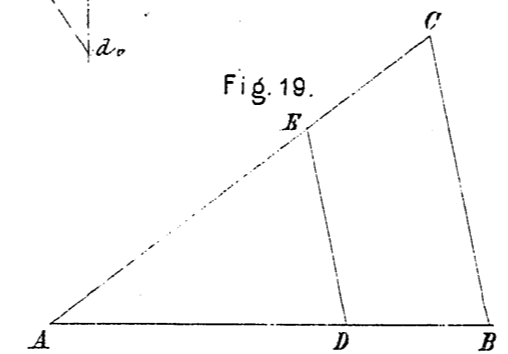
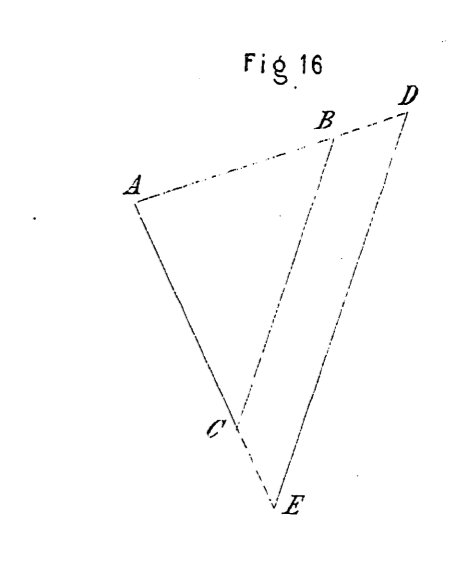
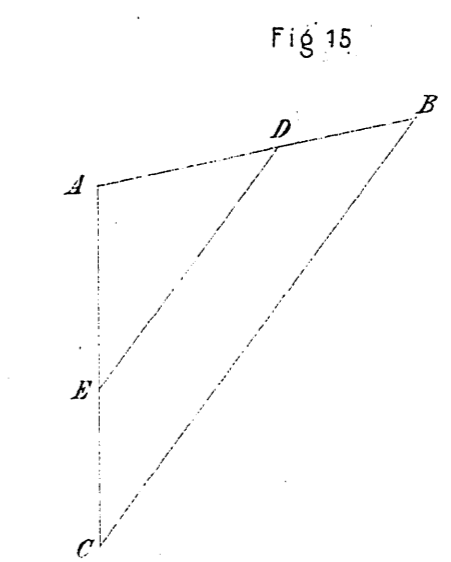
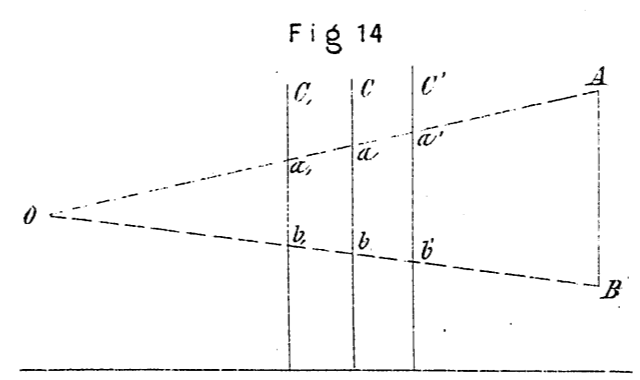
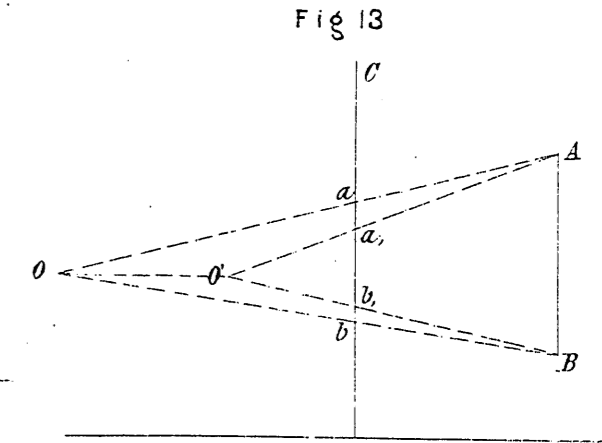
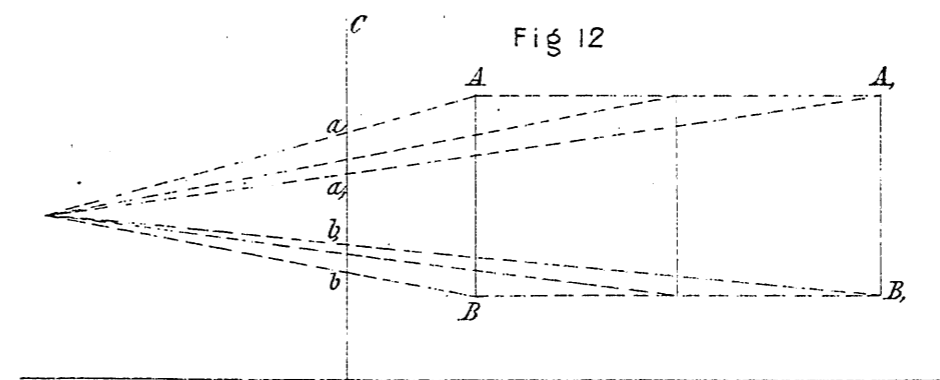
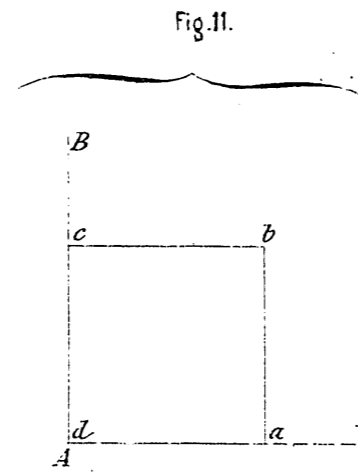
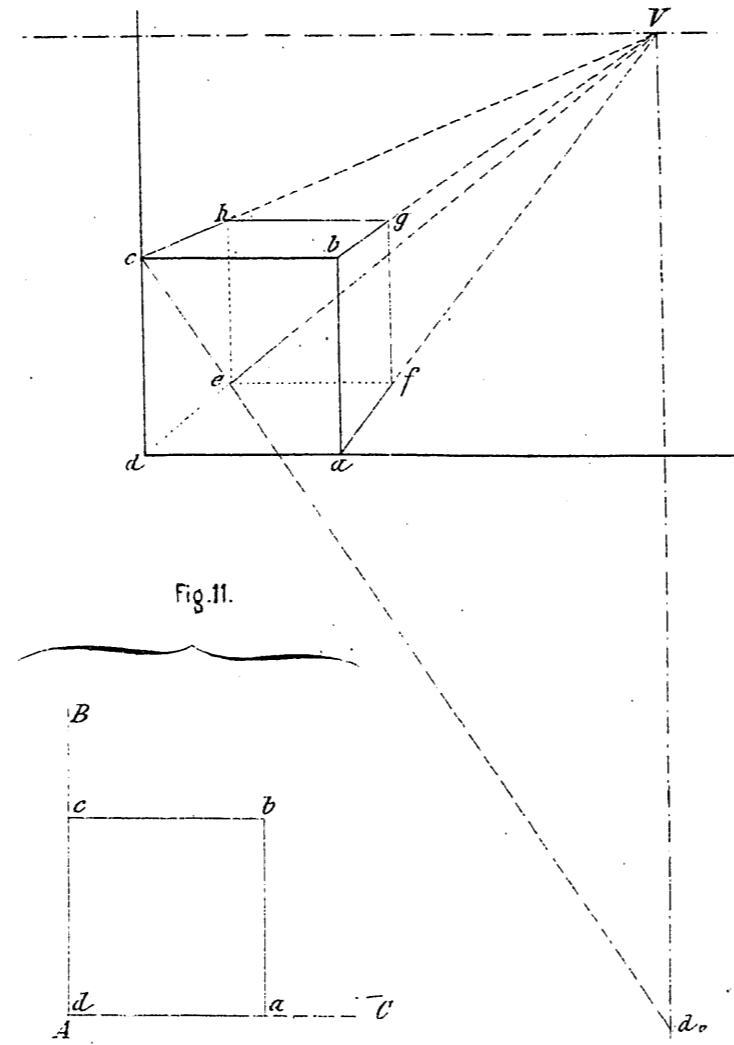
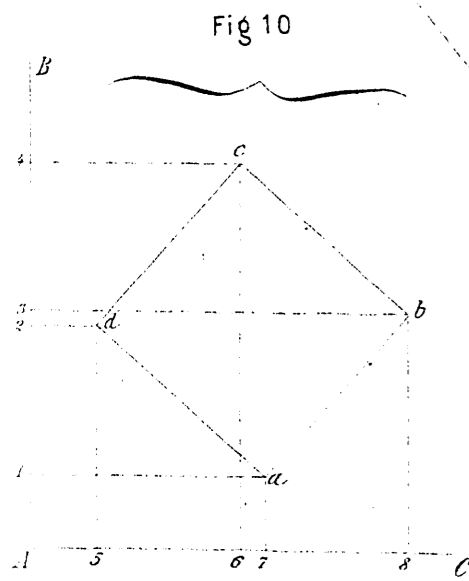
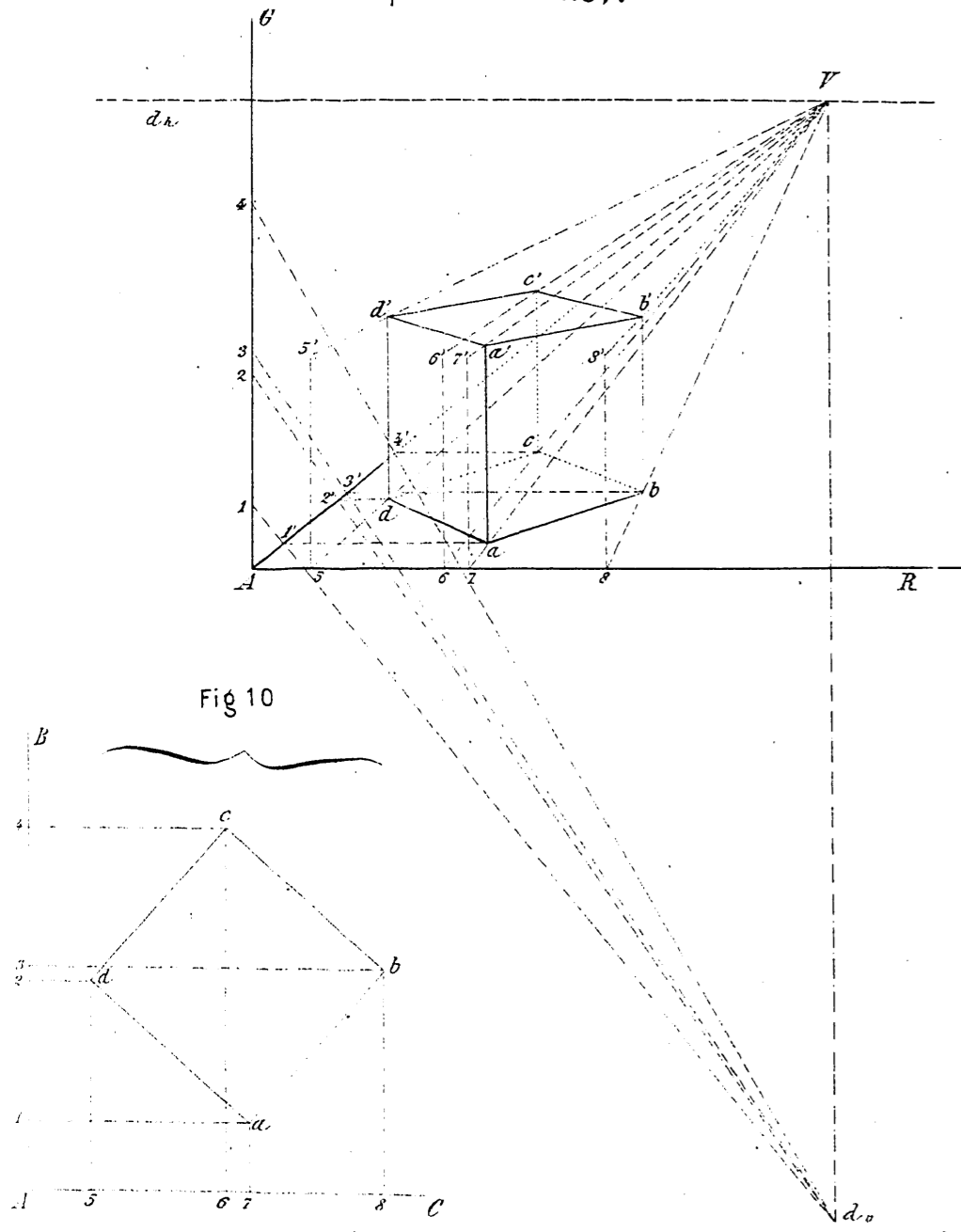
Sea (fig. 9.<sup>a</sup>)—ABCD el cuadro, EF la línea de horizonte, V la proyección del punto de vista  $d_h$   $d'_h$  los puntos de distancia horizontales y  $d_v$   $d'_v$  los de distancia verticales.

Conoceremos la perspectiva de la línea *cv* (fig. 4.<sup>a</sup> repetida) si conocemos la de dos puntos de ella; pero el *c* está situado en el cuadro y es su propia perspectiva y sabemos, además, que ha de pasar por el punto de vista V; luego trazando la recta CV tendremos la perspectiva de la *cv* indeterminada y sólo faltará fijar la posición en ella del punto *v*.

A su vez la perspectiva de un punto está evidentemente definida por la intersección de las perspectivas de dos rectas que pasan por él en el espacio; si pudiéramos hacer pasar por el punto *v* otra recta cuya perspectiva supiéramos trazar, tendríamos fijado ese punto; pero eso nos sucede con las rectas inclinadas  $45^\circ$ , y podemos valerlos de la *vc'* situada en el plano V (fig. 4.<sup>a</sup> bis) ó de la *vc*, situada en el plano H; tracemos la primera, para lo que bastará tomar  $cc' = cv$  y para hallar la perspectiva de *c'v* diremos: el punto *c'* está en el cuadro y es su propia perspectiva y lo mismo sucede á la recta *cc'*, luego llevaremos esta distancia de C á G' en el borde del cuadro y tendremos la perspectiva C' de un punto, y como además ha de pasar por el de distancia vertical  $d'_v$  la perspectiva de esa recta inclinada  $45^\circ$  será la C'  $d'_v$  y su intersección con la CV determinará el punto *v*.

Los mismos razonamientos servirían para la recta *vc*, inclinada  $45^\circ$ . Tomaríamos  $cc_1 = cv$ , y como  $cc_1$  está en el cuadro, es su perspectiva; la llevaríamos en el borde inferior del mismo de C á C<sub>1</sub>, y quedaría hallada la perspectiva C<sub>1</sub> de *c*, y como además ha de pasar por el punto de distancia horizontal  $d_h$ , C<sub>1</sub>  $d_h$  sería la perspectiva de la recta ilimitada *c<sub>1</sub>v* y su intersección con la CV determinaría como antes el punto *v*. Recordemos ya esta regla: para llevar (fig. 9.<sup>a</sup>) una distancia Gv sobre CV, se lleva á CC<sub>1</sub> ó á CC', uniendo en el primer caso C, con el punto de distancia horizontal y en el segundo C' con el vertical.





Ahora bien; la perspectiva de toda horizontal paralela al cuadro es paralela al borde inferior del mismo, y como ha de pasar por  $v$ , trazando por este punto la paralela al borde, tendremos la perspectiva de la  $vh$  y sólo faltará fijar en ella el punto  $h$ . Pero si desde  $h$  trazamos la perpendicular al cuadro  $hh_1$ , su perspectiva la determinaremos fácilmente, porque  $ch_1$  está sobre el cuadro, y es su propia perspectiva: la llevaremos de  $C$  á  $H_1$  en el borde inferior del cuadro, y tendremos  $H_1$  perspectiva de  $h_1$  y como ha de pasar por  $V$ , la intersección de  $H_1V$  con la horizontal de  $v$  determinará  $h$ .

Finalmente: la perspectiva de toda vertical es una vertical, y como ha de pasar por  $h$  quedará determinada, faltando sólo fijar en ella el punto  $P$ . Pero si por el punto  $P$  trazamos la perpendicular al cuadro  $Pp_1$ , la  $p_1h_1$  paralela á  $Ph$  está situada en el cuadro y en su propia perspectiva: la llevaremos, pues, en el cuadro de  $H_1$  á  $P_1$ , y tendremos  $P_1$  perspectiva de  $p_1$ , y como la perspectiva de  $p_1P$ , indefinida, ha de pasar por  $V$ ,  $P_1V$  será la perspectiva de  $p_1P$  y su intersección con  $h_1P$  determinará  $P$  y estará completamente resuelto el problema que nos habíamos propuesto.

(Se continuará).

AMÓS SALVADOR.

## REVISTA EXTRANJERA

### Prescripciones de seguridad para las instalaciones eléctricas, según la Asociación de los Electricistas suizos.

En los números 17, 18, 20 y 22 del tomo correspondiente al primer semestre de este año hemos publicado el Reglamento adoptado por la Asociación de Ingenieros electricistas alemanes para la seguridad de las instalaciones eléctricas. Aunque no tan detallado, el de la Sociedad de Electricistas suizos es también muy interesante, y ya que actualmente se está tratando en España de la redacción de un Reglamento con el mismo objeto, nos proponemos publicar el que se halla vigente en Suiza.

Comprende diez secciones ó divisiones generales, que son:

- A. Máquinas.
- B. Aparatos.
- C. Electromotores.
- D. Transformadores.
- E. Acumuladores.
- F. Pararrayos.
- G. Líneas.
- H. Instalaciones interiores.
- I. Prescripciones relativas al montaje.
- J. Conducción y conservación.

#### A.—MÁQUINAS

Art. 1. Las máquinas eléctricas se deben instalar en locales secos, al abrigo de gases y materias inflamables.

Art. 2. a) Las máquinas dinamos deben poder soportar sin inconveniente una velocidad y una tensión que varíe entre 1,5 y 2 veces la velocidad y la tensión normales.

b) Para las máquinas de alta tensión, es decir, las que dan una tensión superior á 750 volts si son de corriente continua ó á

500 volts eficaces si son de corrientes alternativas, los conductores desnudos deberán hallarse dispuestos de modo que el personal quede garantido, hasta donde es posible, contra todo contacto accidental.

c) Cuando las máquinas de alta tensión se hayan de aislar de la tierra, se deberán montar sobre una plataforma aisladora.

#### B.—APARATOS

Art. 3. Para la conservación y el servicio de las máquinas dinamos y de sus correspondientes motores por un vigilante único, los aparatos de regulación se deben colocar de modo que el servicio pueda hacerse desde un solo punto (á reserva de las prescripciones del art. 6).

Art. 4. Los aparatos de acoplamiento, de medición y de comprobación, lo mismo que los conductores que los enlazan entre sí y con las máquinas, se deberán montar sobre apoyos aisladores, incombustibles y no higroscópicos.

Los aparatos deben hallarse dispuestos de modo que su maniobra sea aparente y fácil.

Art. 5. Si se han de colocar aparatos ó conexiones detrás del cuadro de distribución, se debe reservar un espacio de 0<sup>m</sup>,70 por lo menos entre el muro y las piezas conductoras.

Art. 6. Los aparatos y conexiones para alta y baja tensión de un mismo cuadro deben hallarse separados unos de otros.

Los conductores de alta tensión deben ser recubiertos de una capa de pintura roja para ponerlos en evidencia y para que se puedan distinguir fácilmente.

Debe poderse poner en acción los aparatos sin peligro durante el servicio.

Los pisos, y eventualmente también los revestimientos de los muros en las inmediaciones del cuadro, deben ser aislados de la tierra por medio de porcelana.

Art. 7. Los aparatos no deben nunca calentarse excesivamente á consecuencia de su funcionamiento, sin que exceda nunca su temperatura de la que puede resistir la mano.

Se exceptúan los reguladores de corriente y los reóstatos, cuya temperatura podrá llegar á 200° C; pero estos aparatos se deberán montar sobre materiales incombustibles y se dispondrán de modo que en las inmediaciones de sus carretes no pueda ninguna pieza alcanzar una temperatura de más de 60° C.

Art. 8. Los interruptores metálicos deben hallarse provistos de contactos de rozamiento y presentar entre las piezas una separación tal que, al abrirse un circuito, no pueda subsistir ningún arco.

Los mangos de maniobra no deben poder ocupar otras posiciones que las extremas: *Abierto ó cerrado*.

En el cuadro, los circuitos deben poder ser interrumpidos completamente en los dos polos.

Art. 9. La construcción y la disposición de los *fusibles de seguridad* ó corta-circuitos deben hallarse siempre al abrigo de un corta-circuito, que puede resultar de la fusión del conductor ó de proyecciones del metal.

Para los fusibles ó corta-circuitos de alta tensión colocados fuera del cuadro, es de recomendar que se dé al conductor fusible una posición horizontal.

Los corta-circuitos deben también poder ser reemplazados sin peligro durante el servicio.

Los conductores que proceden del cuadro deben hallarse todos protegidos por corta-circuitos en ambos polos, á excepción