

## MUROS DE ACOMPAÑAMIENTO

Existe cierta tendencia, especialmente por parte de los Ingenieros que no han llegado á adquirir la práctica necesaria, á dar á los muros de acompañamiento un espesor insuficiente para su debida estabilidad. A esta circunstancia, motivada, al parecer, por el pequeño empuje que equivocadamente se atribuye al relleno de tierra que contienen, y cuyo volumen es relativamente de escasa importancia, deben achacarse, en la mayoría de los casos, los numerosos movimientos observados en esta clase de construcciones.

Se ha creido que podría ofrecer algún interés el exponer varias consideraciones sobre este asunto, así como los cálculos y construcciones gráficas aplicables, con semejante motivo, á un caso especial.

Tómense como ejemplo los datos siguientes (lámina 131):

Latitud de la explanación. . . . .	CC' =	5m,50
Id. de coronación de los muros. . . . .	CB = C'B' =	1m,50
Taludes exteriores. . . . .		0,05
Id. interiores. . . . .		0,073
Resulta de aquí que el intervalo que separa los muros por arriba ofrece una magnitud. . . . .	BB' =	2m,50
y que la altura á que se junta los paramentos interiores es. . . . .		17m,00

Si esta altura fuese mayor, la parte excedente formaría abajo un macizo de fábrica continuo de parte á parte, y es evidente que solo interesaría conocer las condiciones de estabilidad de los 17 metros situados sobre dicho macizo, suponiéndolos terminados en la base con la sección horizontal DAD'.

Admitiendo que el intervalo entre los dos muros se ha rellenado con tierras, el empuje producido por éstas procederá del prisma triangular ABB', cuya sección es evidentemente inferior á la que tendría lugar si no existiera más que uno solo de los dos muros y fuese indefinido el terraplén contiguo. En el caso presente debe calcularse el empuje, valiéndose de la fórmula [8], inserta en la obra publicada por el autor de estos apuntes con el título de *Estabilidad de las construcciones de mampostería* (véase el número 24) (1).

$$Q = \frac{P \operatorname{sen} (\alpha - \varphi) \cos \varphi'}{\operatorname{sen} (\beta + \varphi + \varphi')}$$

en la cual designa P el peso del prisma de tierra;  
 $\varphi$  el ángulo de resbalamiento de las tierras sobre sí mismas;

(1) Todas las citas que se harán en lo sucesivo se refieren á la segunda edición de la mencionada obra

$\varphi'$  el de rozamiento de las tierras sobre la fábrica;

$\alpha$  el formado por el plano de rotura, que en este caso es  $AB'$ , con el horizonte;

$\beta$  el ángulo inferior del prisma de empuje, ó sea el  $BAB'$  de los dos paramentos interiores, el cual se designará en lo sucesivo por  $2\theta$ ;

$Q$  el empuje normal al paramento interior del muro.

Siendo  $\delta = 1.600$  kilogramos el peso relativo al metro cúbico de tierra, y  $H = 17$  metros la altura de muro considerada, se verificará:

$$P = \delta H^2 \text{ tang. } \theta$$

y observando que el ángulo  $\alpha - \varphi$  es complemento del  $\varphi + \theta$ , se tiene:

$$\text{sen. } (\alpha - \varphi) = \text{cos. } (\theta + \varphi).$$

Si se hace además  $\varphi' = 0$ ; es decir, si se admite que el rozamiento sobre uno de los dos muros puede desaparecer, mientras que sobre el otro conserva su valor  $\varphi$ , el empuje normal al paramento estará dado por la fórmula

$$Q = \delta H^2 \text{ tang. } \theta \times \frac{\text{cos. } (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + \varphi)}.$$

Este empuje es el que producirían las tierras siempre y cuando no actuara sobre ellas ninguna sobrecarga; en el caso contrario debería reemplazarse en la anterior expresión uno de los factores  $H$  por  $H + 2h$  (véase el núm. 41), siendo  $h$  la altura de la capa de tierra representativa de dicha sobrecarga. Se tendrá, pues,

$$Q = \delta H (H + 2h) \text{ tang. } \theta \times \frac{\text{cos. } (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + \varphi)}.$$

Designese por  $\delta' = 2.200$  kilogramos el peso del metro cúbico de fábrica, por  $e$  el ancho de coronación  $CB$  y por  $b$  la latitud  $DA$  de la base, el peso de uno de los dos muros será:

$$P = \frac{\delta' H}{2} \times (e + b).$$

Con los datos anteriores se podrán representar gráficamente las condiciones de estabilidad de la obra. Para esto tómese por coeficiente de reducción el factor  $\frac{\delta' H}{2}$ , con lo cual la expresión lineal del peso del muro será (véase el núm. 396):

$$P_l = e + b,$$

así como la del empuje se reducirá á:

$$Q_l = 2 (H + 2h) \text{ tang. } \theta \times \frac{\text{cos. } (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + \varphi)} \times \frac{\delta}{\delta'}.$$

El punto de aplicación de este empuje está situado entre el tercio y el medio de la altura y de modo que divide el intervalo en dos partes inversamente proporcionales á  $\frac{H}{2}$  y  $h$  (véase el núm. 42). Por lo tanto, si sobre la horizontal del tercio, y á partir del paramento interior, se lleva MN igual á  $h$ , y sobre la del medio, y en sentido contrario, KL igual á  $\frac{H}{2}$  la línea LN cortará á dicho paramento en el referido punto de aplicación F, y la línea de acción del empuje, además de pasar por este punto, será perpendicular á AB.

Admitiendo que la sobrecarga es de 10.000 kilogramos por metro lineal y repartiéndose ésta en la cara horizontal superior del relleno cuya latitud es de 2<sup>m</sup>,50, resulta un valor de  $\frac{10.000}{2,50} = 4.000$  kilogramos por metro superficial, y la capa de tierra representativa de dicha sobrecarga tendrá una altura:  $h = \frac{4.000^k}{\delta} = \frac{4.000^k}{1.600^k} = 2^m,50$ .

Si se prolongan los dos paramentos interiores AB, AB hasta la horizontal situada á una altura  $2h = 2 \times 2^m,50 = 5^m,00$ , por encima de la coronación de los muros, la distancia entre los dos puntos de encuentro EE' será igual á  $2(H + 2h) \text{ tang. } \theta$ . Se obtendrá, pues, la longitud representativa del empuje multiplicando dicha distancia por las dos expresiones fraccionarias que la acompañan.

Para esto, fórmense en A el ángulo B'AU igual á  $\varphi = 40^\circ$ , y desde el mismo punto A como centro y con un radio cualquiera describase el arco de círculo RTR'. Si por los puntos R y T se trazan las rectas RJ y TU perpendiculares á AU, las magnitudes AU y RJ serán respectivamente proporcionales á  $\cos. (\theta + \varphi)$  y  $\text{sen. } (2\theta + \varphi)$ ; de manera que llevando sobre una recta cualquiera que parta de E las longitudes Eu, Ej iguales á las dos antes mencionadas magnitudes, si se une j con E' y por u se traza uI paralela á jE', la longitud EI dará el valor de

$$2(H + 2h) \text{ tang. } \theta \times \frac{\cos. (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + \varphi)}$$

Queda por multiplicar este valor por la relación  $\frac{\delta}{\delta'} = \frac{1.600}{2.200} = \frac{8}{11}$ .

Sobre la misma línea Ej se señalarán las dos distancias E-8, E-11, proporcionales á los números 8 y 11; se unirá I con 11, y por 8 se trazará 8-J, paralela á 11-I. La longitud EJ, será la representación lineal del empuje de las tierras con su sobrecarga.

La línea de acción F del empuje encuentra á la vertical del centro de

gravedad  $g$  del muro en un punto  $Z$ , á partir del cual se llevará sobre dicha vertical la longitud  $ZP=5.10$ , es decir, igual á la suma de las bases  $AD$  y  $BC$ . Por  $P$  se trazará  $PQ$  igual á  $EJ$ , y paralela al empuje, ó sea normal á  $AB$ , y tendremos en  $ZPQ$  el polígono de las fuerzas que actúan sobre el macizo. La resultante  $ZQ$  sale fuera de la sección  $ABCD$  é indica que el muro no puede resistir á la acción de las tierras con su sobrecarga, siempre y cuando se admitan las hipótesis mencionadas y se prescindá, como se hace en la práctica, de la adherencia de la fábrica en la base  $AD$ .

El coeficiente de estabilidad es inferior á la unidad y próximamente igual á  $0,62$ ; cantidad equivalente á la relación entre las longitudes  $PQ_2$  y  $PQ$ . En efecto, la primera de estas dos longitudes, obtenida con el encuentro de  $PQ$  y de la recta que une  $Z$  con la arista de giro  $D$ , constituye la representación lineal del empuje estrictamente necesario para hacer equilibrio al peso del muro, suponiendo aplicado también dicho empuje en el punto  $F$  y normalmente á  $AB$ .

Para que el muro reuniese las buenas condiciones de resistencia que se adoptan generalmente en la práctica, para lo cual suele imponerse á la construcción un coeficiente de estabilidad igual á  $2$ , sería preciso que la resultante  $Z-2Q$  del peso  $ZP$  y del doble empuje  $P-2Q = 2 \times EJ$ , pasara por la arista  $D$  de giro. Es evidente que mientras subsista el empuje producido por las tierras del relleno y su sobrecarga, no podrá conseguirse esto sin ensanchar la latitud del muro.

Se hallará la magnitud de este ensanche aplicando el procedimiento expuesto en el segundo problema relativo á la determinación del espesor de un muro, teniendo en cuenta el movimiento de giro, y siendo conocida la inclinación del paramento exterior. (Véase el núm. 408.) Puedo también obtenerse con el sistema por tanteo. (Véase el núm. 404.)

El primero de estos dos medios va indicado en la figura. El semicírculo  $YSD$  se halla descrito sobre un diámetro  $YD$ , que partiendo de  $D$  es perpendicular é igual á la resultante  $Z-2Q$  del peso del muro y del doble empuje. Dichos círculo y resultante se cruzan en un punto que referido á la vertical de  $D$ , desde este último punto como centro de un arco de círculo, proporciona otro punto  $S$  por el cual ha de pasar el segundo semicírculo  $D''SD''$  que determina el extremo inferior  $D''$  del nuevo paramento  $D''C''$  del muro. Este último semicírculo tiene su centro  $O'$  á una distancia de  $D$  igual á  $DO = \frac{1}{2} YV$ , y se describe con un radio  $OS$ . El punto  $V$  es el de encuentro de la vertical de  $C$  con la horizontal de  $Y$ .

Prolongando la vertical  $ZP$  de una cantidad  $PP_1 = 2 \cdot DD''$  y trazando  $P_1-2Q_1$  igual y paralela á  $P-2Q$ , la recta  $Z-2Q_1$  representará la resultante del doble empuje combinado con el peso del muro y el del ensan-

che. Si por el punto X en que la vertical de  $g'$  (centro de gravedad del paralelogramo  $CDD''C''$ ), encuentra á la primitiva resultante  $Z-2Q$  se traza una recta paralela á  $Z-2Q_1$ , se obtendrá la resultante final  $XD''$ , la cual, como comprobación, ha de pasar por la arista  $D''$  del ensanche.

Los diferentes poligonos de fuerzas que hemos considerado, tales como  $ZPQ$ ,  $ZPQ_2$ ,  $ZP-2Q$ ,  $ZP_1-2Q_1$ , pueden sustituirse por otros trazados aparte, según se indica en  $Z'P'Q'$ ,  $Z'P'Q'_2$ ,  $Z'P'-2Q'$ ,  $Z'P'_1-2Q'_1$ , con lo cual se simplifica la figura principal en beneficio de la claridad de las demás operaciones. Únicamente aparecerán entonces en dicha figura las resultantes  $ZX$  y  $XD''$  trazadas paralelamente á  $Q'P'$  y  $2Q'-P'_1$ .

Se deduce de lo que antecede, y atendiendo á las hipótesis admitidas, que el muro no podrá resistir el empuje de las tierras y su sobrecarga, con un coeficiente de estabilidad de giro igual á 2, si no se le da un aumento uniforme de latitud  $DD'' = CC''$ . Pero esta solución es inaplicable al caso actual, puesto que además de dar lugar, inútilmente, á una mayor latitud de explanación, ocasiona un considerable aumento de fábrica (75 metros cúbicos para los dos muros), el cual es susceptible de gran reducción. Antes de adoptar dicha solución es evidentemente preferible rellenar con mampostería el hueco entre los muros que cubica mucho menos (21 metros cúbicos), con lo cual desaparece el empuje por completo.

Pero puede ahorrarse aún cierto volumen de fábrica (11 ó 12 metros cúbicos), dejando en la parte superior, y para ser rellenado con tierras, un hueco de forma triangular ó rectangular, cuya altura se determina, en el primer caso por la fórmula

$$h = \frac{a + c}{2 \left( e - \frac{8}{9} n \right)},$$

y en el segundo por

$$h = \frac{a}{2 \left( e - \frac{8}{9} n \right)}$$

(véanse los números 139 y 141), en las cuales representa

$a$  la semilatitude de explanación;

$c$  el ancho de coronación del muro;

$n$  el talud exterior del mismo (en este caso  $\frac{1}{20}$ );

$e$  la relación del ancho á la altura en el muro tipo rectangular, equivalente, en estabilidad, al muro de sección  $Caie$  ó  $Chmd$ . Esta relación variará según la sobrecarga, pero no se deberá bajar mucho de 0,33.

Acaso se aconseje conservar los muros propuestos y rellenar el inter-

valo BAB' con piedra en seco. Pero no debe perderse de vista, sin embargo, que este nuevo material, sometido á la acción de su propio peso y de la sobrecarga, actuará siempre sobre los muros como una cuña, produciendo un empuje de importancia. Además, el pedraplén tiene el inconveniente de que si por un defecto de conservación se introduce el agua de lluvia en él y los muros carecen de barbacanas, obrará el relleno como un líquido y producirá un empuje, al que de fijo no podrá resistir la fábrica, con las actuales dimensiones.

No se terminará este artículo sin exponer antes otras consideraciones importantes que tienden en parte á contestar anticipadamente á algunos reparos, que podrían oponerse al procedimiento adoptado para determinar las condiciones de estabilidad de los muros de acompañamiento tomados como ejemplo.

Al hacer aplicación de la teoría de los muros de sostenimiento á los diferentes casos que pueden presentarse en la práctica (cap. 4.º de la mencionada obra), se ha prescindido por completo del rozamiento de las tierras sobre el muro, á tenor de lo que se indica en el 3.º Lo mismo se ha hecho al tratar de los muros de acompañamiento, habiéndose deducido del estudio que era conveniente dar al muro rectangular tipo, de estabilidad equivalente, un espesor que no bajase mucho de  $\frac{1}{3}$  de la altura del muro.

Pero la fórmula [8], aplicable á dichos muros, representa el empuje á que da lugar un prisma cualquiera de tierra, de sección triangular, actuando como cuña entre dos paramentos, con los cuales desarrolla rozamientos cuyos coeficientes están expresados por  $\varphi$  y  $\varphi'$ . El primero es relativo al de las tierras sobre sí mismas, y el segundo al de las tierras sobre la fábrica. Pero sean cualesquiera las superficies internas de los dos muros, continuas ó escalonadas, y suponiendo rellenas con tierra las irregularidades de la fábrica ó los retallos, se llega siempre á un rozamiento de tierras con tierras; de donde se deduce que el máximo de  $\varphi'$  nunca puede sobrepasar á  $\varphi$ , aunque en muchas circunstancias llegue á serle inferior.

En el caso considerado de dos muros de acompañamiento, cuyos paramentos interiores se unen en la base, no parece lógico, á primera vista, suprimir uno de los dos rozamientos, conservando el otro, pues dada la simetría de forma y condiciones de la construcción, ambos rozamientos han de ser iguales, al parecer, puesto que ningún motivo existe para que dejen de actuar en un lado más bien que en el otro.

Pero tampoco puede negarse la posibilidad de que á consecuencia de una causa cualquiera como, por ejemplo, el reblandecimiento de las tierras con la introducción del agua de lluvia en un lado solo de la explanación, disminuya considerablemente, ó desaparezca casi por completo el rozamiento

en dicho lado, mientras conserva en el otro todo su valor. Este es el caso que se ha admitido por analogía con los relativos á las demás aplicaciones de la teoría.

Se examinará, sin embargo, lo que sucede cuando actúa el rozamiento en ambos lados con una misma intensidad máxima relativa al ángulo de deslizamiento de las tierras en su estado normal.

Haciendo  $\varphi' = \varphi$  y  $P = \delta H^2 \text{ tang. } \theta$ , la citada fórmula [8] se convierte en

$$\frac{Q}{\cos. \varphi} = \delta H^2 \text{ tang. } \theta \frac{\cos. (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + 2\varphi)}$$

y atendiendo á la sobrecarga se obtiene

$$\frac{Q}{\cos. \varphi} = \delta H (H + 2h) \text{ tang. } \theta \frac{\cos. (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + 2\varphi)}$$

Este empuje no actúa ya perpendicularmente al paramento interior AB, sino que forma un ángulo  $\varphi$  con la normal. Para hallar su representación lineal no hay más que construir la expresión

$$2 (H + 2h) \text{ tang. } \theta \times \frac{\cos. (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + 2\varphi)} \times \frac{\delta}{\delta'}$$

lo cual se hará como antes, con la única diferencia de tomar el seno de  $2\theta + 2\varphi$  en vez del de  $2\theta + \varphi$ .

Si se construye el polígono de fuerzas, valiéndose de la representación lineal del peso del muro y de la relativa al empuje, tomada con su dirección oblicua al paramento, se obtiene una resultante que, pasando por el encuentro de la línea de acción del empuje con la vertical del centro de gravedad del muro, corta á la base en su interior, é indica, además, una buena estabilidad de giro. Por otro lado, la máxima presión unitaria obtenida en dicha base, si bien llega al valor límite que suele adoptarse en la práctica para la mampostería ordinaria, es perfectamente admisible.

Estos resultados explican el hecho que se observa con frecuencia de resistir un muro con dimensiones bastante inferiores á las que aconseja una buena práctica. Pero explica también el por qué un muro que ha resistido durante cierto tiempo, más ó menos grande, se viene abajo sin ninguna causa aparente que haya dejado preverlo.

Es indudable que el rozamiento de las tierras sobre un muro constituye una fuerza resistente de bastante importancia. Siempre que á consecuencia de haber empleado buenos materiales, de una buena mano de obra y de una perfecta conservación, dicha fuerza permanece actuando con intensidad, la obra seguirá siendo estable; pero si por un accidente ó causa cualquiera,

que no pocas veces provendrá de una mala conservación, disminuye suficientemente el rozamiento ó se alteran las condiciones higrométricas de las tierras, podrá también la construcción llegar á perder el equilibrio.

Se concluirá este artículo con las siguientes indicaciones.

Admitiendo que, dada la simetría de la obra, las causas susceptibles de producir disminución en el rozamiento de las tierras sobre la fábrica, actúan en ambos paramentos interiores de los dos muros de una misma manera y á un tiempo; es decir, de modo que  $\varphi$  y  $\varphi'$  tengan siempre igual valor en un paramento como en otro, conservando, á la par, los datos anteriores con respecto á densidades y sobrecargas, se ha tratado de averiguar la cuantía de este valor á fin de que la estabilidad de la construcción resulte la misma que se obtuvo en la hipótesis de  $\varphi' = 0$  y  $\varphi = 40^\circ$ .

Aplicando el procedimiento anteriormente expuesto y la fórmula

$$\frac{Q}{\cos. \varphi} = \delta H (H + 2h) \text{ tang. } \theta \frac{\cos. (\theta + \varphi)}{\text{sen. } (2\theta + 2\varphi)}$$

es fácil deducir mediante un corto número de tanteos, que dicho valor ha de hallarse comprendido entre 17 y 18 grados.

Es decir, que la hipótesis de anular el rozamiento de las tierras sobre uno de los dos paramentos interiores, admitiendo al mismo tiempo que actúa sobre el otro con la intensidad correspondiente á un ángulo de resbamiento  $\varphi = 40^\circ$ , equivale, en el caso examinado, á rebajar este ángulo á 17 ó 18 grados, suponiendo entonces que el rozamiento relativo al mismo obra por igual en ambos lados.

Este último ángulo es bastante pequeño é indicaría una alteración importante en el estado higrométrico de las tierras, pero que no deja de ser posible ó admisible, así como lo es también la hipótesis antes mencionada.

Como resultado de cuanto antecede, puede decirse que, al tratar de disminuir en lo posible el espesor de una obra de fábrica análoga á la que se ha tomado como ejemplo, con objeto de reducir su coste, conviene proceder con prudencia y no separarse mucho de las reglas prácticas establecidas (núms. 137 á 145), á fin de estar prevenidos contra los numerosos incidentes á que se hallan sujetas estas construcciones.

E. Boix.

MADRID: 1892.

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE GREGORIO JUSTE.

Calle de Pizarro, número 15 bajo

