TAQUIMETRÍA

CÍRCULO LOGARÍTMICO (1)

(Continuación.) (2)

Descripción del círculo logarítmico.—En un tablero cuadrado de $0^m,41$ de lado y $0^m,01$ de espesor, compuesto de diferentes cartones expresamente elegidos y bien encolados, aparece sobre cartulina pegada á aquél, una corona de $0^m,195$ de radio exterior y $0^m,145$ interior, fija y dividida en cuatro fajas circulares concéntricas, de color alternativamente blanco y siena pálido, con objeto de distinguirlas fácilmente unas de otras. Llenando por completo la superficie interior circular que deja la corona existe un disco, cuyo radio exterior tiene por lo tanto los expresados $0^m,145$ y es giratorio alrededor de un centro metálico, disco cuya cara vista ó superior enrasa con la del tablero y lleva cinco fajas concéntricas de igual ancho que las de la corona fija, y como ellas de colores alternados.

Iremos describiendo sucesivamente estas fajas, que se hallan señaladas en el aparato con números romanos.

I. La primera faja, de color siena pálido, contiene una escala de senos cuadrados de 100° á 140°, ó de 100° á 60°. Su longitud es inferior á un cuarto de círculo, y va colocada en el primer cuadrante (superior de la derecha). Las divisiones corresponden á los valores siguientes:

de 100°	á 102°	ó de 100°	á 98°	el primer espacio;
de 102	á 103	ó de 98	á 97	el segundo íd.
de 103	á 110	ó de 97	á 90	un espacio ó división por cada medio grado;
de 110	á 125	ó de 90	á 75	una división por cada veinte minutos;
de 125	á 140	ó de 75	á 60	una división por cada diez minutos.

Se han aprovechado los cuadrantes segundo y tercero de la misma faja primera para estampar en ellos una escala de partes iguales, que se ha dividido en 500 intervalos, pero numerándola como si cada uno valiese 10 unidades. Representan, pues, estas últimas, diez milésimas del círculo entero ó de la unidad de característica.

II y III. Las dos fajas segunda y tercera constituyen dos transportadores; centesimal el uno y sexagesimal el otro, y están divididos ambos en medios grados, teniendo su origen en un mismo radio. Es objeto de estos transportadores el poder efectuar la conversión de un ángulo dividido según el antiguo sistema sexagesimal al moderno centesimal ó viceversa; y aunque en la actualidad sea poco frecuente la necesidad de esta conversión, sin

(1) Véase la REVISTA del 15 de Junio de este año, pág. 168.

(2) En la página 169, línea 27, donde dice *analiático*, y en la 170, última línea, donde dice *analitico*, del número anterior, debe decir *analático*.

embargo, el autor los ha incluído en el estampado de la cartulina superior á fin de poderlos recortar de la misma y formar el doble transportador de que se hablará más lejos.

IV y V. La cuarta faja es la última ó interior de la corona fija, y la quinta la exterior ó primera del disco giratorio. Sus bordes están en contacto y llevan señaladas las mismas divisiones que son relativas á los logaritmos de los números naturales de 100 á 1.000, correspondiéndolas, por lo tanto, la característica 2. Proceden las divisiones:

de media en media unidad	entre	100 y 300
de unidad en unidad	—	300 y 600
de dos en dos unidades	—	600 y 1.000

VI. La sexta faja ó segunda del disco contiene los logaritmos de los senos relativos á los ángulos comprendidos entre 6° 37′ y 100°, ó entre 193° 63′ y 100°, á los cuales corresponde la característica 9. Las divisiones van señaladas:

de 5 en 5 minutos	entre	6° 37′	y 20°	ó	entre	193° 63′	y 180°
de 10 en 10	—	20	y 40	ó	—	180	y 160
de 20 en 20	—	40	y 60	ó	—	160	y 140
de 50 en 50	—	60	y 80	ó	—	140	y 120
de grado en grado	—	80	y 95	ó	—	120	y 105

VII. Corresponden á la séptima faja los logaritmos de las cotangentes relativas á los ángulos zenitales desde 106° 37′ á 150° ó entre 93° 63′ y 50, cuya característica es también 9. Proceden las divisiones:

de 5 en 5 minutos	entre	106° 35′	y 130°	ó	entre	93° 65′	y 70°
de 10 en 10	—	130	y 150	ó	—	70	y 50

VIII. En esta faja van señalados los logaritmos correspondientes á los senos de los ángulos comprendidos entre 0° 64′ y 6° 37′ ó entre 99° 36′ y 93° 63′. Su característica es 8, y están divididas:

de minuto en minuto	desde 0° 64′	hasta 5°	ó	desde 199° 36′	hasta	195°
de dos en dos minutos	— 5	— 6° 37′	ó	— 195	—	193° 63′

IX. Por último, la faja novena es relativa á las cotangentes de los mismos ángulos que la anterior, ó mejor dicho, á los comprendidos entre 100° 64′ y 106° 37′, ó entre 99° 36′ y 93° 63′. Las divisiones proceden lo mismo, y la característica es también igual á 8.

Las cuatro fajas de la corona fija tienen su origen en un mismo radio, y lo propio sucede con las cinco del disco.

Como accesorios del aparato debe mencionarse un talco de forma rectangular, clavado al disco, y que se prolonga hasta la parte exterior de la corona, en donde lleva un botón metálico destinado á darle un movimiento de rotación. En el centro de este talco se ha señalado un trazo que coincide con el radio de origen del disco.

Otro de los accesorios está formado por una alidada metálica que por medio de un botón situado en su extremidad próxima al borde de la faja exterior de la corona puede girar independientemente del disco. Lleva esta alidada á lo largo de uno de sus bordes otro talco con un trazo formando un radio del círculo, y cuyo objeto es referir las divisiones de una faja á las de cualquiera de las demás.

Uso del círculo logarítmico.—Las fórmulas que deben emplearse, según es sabido, para efectuar la transformación de coordenadas de los diferentes puntos del terreno, son las siguientes:

$$d = g \text{ sen.}^2 \varphi \qquad (1)$$
$$t = d \text{ cotang. } \varphi \qquad (2)$$
$$x = d \text{ sen. } \theta \qquad (3)$$
$$y = d \cos. \theta \qquad (4)$$

La significación de las letras es como sigue:

g, número generador ó resultado de la lectura de mira;

φ, ángulo zenital de la visual del anteojo correspondiente ál centro;

θ, ángulo azimutal de la misma;

d, distancia horizontal entre el centro del instrumento y el punto observado;

t, cota ó producto tangencial; es decir, desnivel entre el punto de la mira señalado por la visual central y el eje de rotación del anteojo;

x, abcisa parcial del punto observado, referida á los ejes rectangulares que pasan por el punto de estación;

y, ordenada parcial del mismo punto con igual referencia.

La primera fórmula da la distancia horizontal en función de g y de φ. Observaremos que en todas estas fórmulas las líneas trigonométricas están referidas al radio 1; pero en las tablas logarítmicas, y á fin de evitar números negativos, se toma por radio 10^{10}, cuyo logaritmo es 10; poniendo, pues, este radio en la fórmula 1.ª, resulta

$$d = g \frac{\text{sen.}^2 \varphi}{(10^{10})^2}$$

y $\quad \log. d = \log. g + \log. \text{sen.}^2 \varphi - 20 = \log. g - (20 - \log. \text{sen.}^2 \varphi).$

Las divisiones señaladas en el cuadrante superior de la faja I corresponden á los valores de $20 - \log. \text{sen.}^2 \varphi$ y deben restarse siempre del logaritmo relativo al número generador. Por lo tanto, se procederá como sigue:

Se coge con una mano el botón del talco y se hace girar el disco hasta que el radio de origen coincida con la graduación de φ tomada en la faja I, y con la otra mano se mueve la alidada hasta que su trazo radial señale en la faja IV de los números el valor de g. El mismo trazo indicará en la faja V, también de los números, la distancia horizontal d. En efecto, con el movimiento del disco se ha adelantado hacia la derecha el origen de la escala V, con respecto al de la IV, de una cantidad angular igual á $20 - \log. \text{sen.}^2 \varphi$; de modo que, sea cual fuera entonces la posición de la alidada, señalará ésta en la escala V un logaritmo menor que el señalado en la IV, en el valor de dicha cantidad.

Pondremos los siguientes ejemplos:

Sean $g = 141^{m},50$ y $\varphi = 109^{\circ}\ 30'$.

Hágase coincidir el radio de origen del disco con el punto de la escala de senos cuadrados correspondiente al ángulo 109° 30′, y poniendo la alidada en la división 141,50 de la escala IV de los números, se obtiene en la V el resultado 138,50 para la distancia horizontal.

Tomemos $g = 102,4$ y $\varphi = 81^{\circ}\ 60'$.

Puesto el radio de origen en 81° 60′ de la escala I y la alidada en $102^{m},4$ de la IV, señalará dicha alidada en la V el número 941; pero se comprende que al restar del logaritmo de 102,4 la cantidad angular de la faja I, el resultado ha debido caer en el intervalo unitario de la característica anterior cuyo valor es 1. La distancia horizontal será, pues, 94,1.

Sean $g = 70,8$ y $\varphi = 85^{\circ}\ 20'$.

Se hace coincidir el radio de origen con 85° 20′ de la I, y puesta la alidada en 708 de la IV, se obtiene en la V el número 670. El verdadero resultado será evidentemente 67, y con este motivo puede sentarse la siguiente

1.ª *Regla parcial.*—«Siempre que por no estar en la escala de los números el valor de g, débese multiplicarlo por 10 ó por 100, será preciso, por este solo hecho, dividir el resultado por los mismos números 10 ó 100 respectivamente.»

Así es que, si con el mismo ángulo zenital 85° 20′ fuera la distancia $7^{m},08$, el resultado sería $6^{m},70$.

Puede también dictarse la siguiente regla, que comprende todos los casos:

1.ª *Regla general.*—«Para hallar la distancia horizontal, se prescinde del valor absoluto del número generador que se toma en la escala IV con el radio de la alidada, multiplicándolo por 10 ó por 100 si fuese necesario, y después de hacer coincidir el radio de origen con el ángulo zenital tomado en la escala I. Se obtendrá el valor absoluto del resultado en la escala V, teniendo en cuenta que á su logaritmo debe corresponder una característica igual á la del número generador, ó con una unidad menos si la mantisa del ángulo, la cual compone el sustrayendo de la resta logarítmica, es superior á la del número, que compone el minuendo.»

Sucede esto último en el segundo de los tres ejemplos anteriores, por ser la mantisa de 20 — log. sen.^{2} φ mayor que la de log. 102,4.

Pasemos ahora á aplicar la 2.ª fórmula que da el producto tangencial.

Restableciendo en ella el radio de las tablas, se tiene:

$$t = \frac{d \text{ cotang. } \varphi}{10^{10}}$$

$$\log. t = \log. d + \log. \text{cotang. } \varphi - 10.$$

Los logaritmos de las cotangentes de los ángulos zenitales tienen en las tablas, y á partir de 100° 01' hasta 150 ó desde 99° 99' hasta 50°, características que varían entre 6 y 9, ambas inclusivamente. Pero en el círculo, lo mismo que en la regla, sólo se estampan los intervalos correspondientes á las características 8 y 9; es decir, entre los ángulos 100° 64' y 106° 35 ó entre 99° 36' y 93° 65' para el primero y entre 106° 35' y 150° ó entre 93° 65' y 50° para el segundo. Estos intervalos, cuyas mantisas no son iguales entre sí, como sucede con los números naturales, van puestos á continuación uno de otro en la regla, y en dos fajas distintas, la IX y la VII, en el círculo. Resulta de aquí que la verdadera característica de la cotangente correspondiente al radio 1 será 8 — 10 = — 2 ó 9 — 10 = — 1; es decir, que deberá restarse 1 ó 2 de la suma logarítmica, lo que equivale á dividir el producto por 10 ó por 100 respectivamente. Da esto lugar á la siguiente regla:

2.ª *Regla parcial.*—Cuando para efectuar el producto de la distancia por la cotangente sea preciso emplear la escala VII del círculo ó la IX, deberá dividirse, por este concepto, el resultado indicado por 10 ó por 100 respectivamente.

Los ángulos cuyas cotangentes tienen en sus logaritmos características inferiores á 8, no se hallan en el círculo ni en la regla. Sin embargo, cuando sea necesario emplearlos, se procede atendiendo á las siguientes consideraciones. Estos ángulos están comprendidos entre 100° 01' y 100° 64 ó entre 99° 99' y 99° 36, y sus cotangentes son iguales á las tangentes de los ángulos que resultan al restarles 100°. Estos últimos, que miden la inclinación del anteojo sobre la horizontal, son muy pequeños, y sus tangentes pueden considerarse como proporcionales á los arcos; de modo que, multiplicándolos por 10 ó por 100, se obtienen valores que ya se hallan en una de las citadas fajas VII ó IX, y una vez hecha la operación se divide el producto por 10 ó por 100 respectivamente.

Así, por ejemplo, tratándose del ángulo 100° 02′ ó de su suplemento 99° 98′, su cotangente es en valor absoluto igual á la tangente de 0° 02′. Multiplicando este ángulo por 100 se obtiene 2°, cuya tangente es igual á la cotangente de 102° y 98°, los cuales se hallan en las tablas.

Si el ángulo fuese 100° 32′ ó 99,68, bastaría efectuar la multiplicación por 10, y dividir luego por el mismo número.

Dedúcese de aquí la regla siguiente:

3.ª *Regla parcial.*—Cuando se necesiten emplear ángulos comprendidos entre 100° y 100° 07′ ó entre 100° y 99° 93′, multiplíquense por 100 y réstese 9900 del producto; los resultados se hallarán ya en las escalas de cotangentes y reemplazarán á los ángulos dados. Si el ángulo está comprendido entre 100° 07′ y 100° 64′ ó entre 99° 93′ y 99° 36′, bastará multiplicarlo por 10 y del producto se restará 900. Después de efectuar la multiplicación gráfica de la distancia por la cotangente del ángulo aumentado, se dividirá el producto por la respectiva cantidad 100 ó 10 empleada como factor para producir el aumento.

Aclararemos todo lo relativo á los productos tangenciales por medio de los varios ejemplos puestos á continuación:

Sean $d = 141^{m},4$ y $\varphi = 107°\ 25'$.

Póngase el radio de origen en contacto con la división 141,4 de la escala IV de los números, y el trazo de la alidada con 107° 25′ de la escala VII de cotangentes. Dicho trazo señalará en la faja IV el número 161,7. Pero como la escala de cotangentes empleada tiene la característica 9, con radio tabular, ó $9 - 10 = -1$ con radio unitario, debe dividirse por 10, resultando para el producto $t = 16^{m},17$.

Tómese $d = 101^{m},50$ y $\varphi = 92°\ 10'$.

Siguiendo el mismo procedimiento anterior, se obtendrá en la escala IV el número 126,4, que deberá igualmente dividirse por 10, dando por resultado definitivo $t = 12^{m},64$

$$d = 75^{m},8 \quad \text{y} \quad \varphi = 107°\ 31'.$$

Se situará el radio de origen en 758 de la escala IV, y la alidada en 107° 31′ de la VII; dicha alidada indicará en la misma escala IV el número 873. Pero como se ha multiplicado por 10 la distancia, y la característica del logaritmo de la cotangente es $9 - 10 = -1$, deberá dividirse el número anterior por $10 \times 10 = 100$, resultando en definitiva $t = 8,73$

$$d = 92^{m},8 \quad \text{y} \quad \varphi = 99°\ 22'.$$

Poniendo el radio de origen en 928 de la escala IV y la alidada en 99° 22′

de la IX, se halla en dicha IV el número 114. Pero debe observarse que al recorrer el espacio angular relativo al logaritmo de la cotangente, el cual se suma con el de la distancia, ha pasado la alidada de un intervalo de unidad característica al siguiente inmediato superior, de manera que la lectura señalada por la alidada ha debido ser 1140. Corresponde ahora dividir este último número por 10, puesto que hemos tomado una distancia diez veces mayor, y luego por 100, en atención á ser — 2 la característica de la escala IX de cotangentes empleada; el verdadero resultado final será, pues,

$$t = \frac{1140}{1000} = 1^{m},14.$$

Este ejemplo da motivo para sentar la siguiente regla:

4.ª *Regla parcial.*—Siempre y cuando al recorrer la alidada el espacio angular correspondiente, á partir del radio de origen, pasa de un intervalo de característica al inmediato de la derecha ó superior; ó lo que es lo mismo, siempre que la suma de las mantisas de los logaritmos correspondientes á los dos factores supera á una unidad característica, es decir, es mayor que una circunferencia entera, deberá, por este concepto, multiplicarse por 10 la lectura señalada por dicha alidada en la escala IV de los números.

Esta multiplicación tendrá lugar sin perjuicio de las multiplicaciones ó divisiones indicadas en las demás reglas parciales

$$d = 132^{m} \qquad \varphi = 99^{\circ}\ 98'.$$

Puesto el radio de origen en 132 de la escala IV y la alidada en 98° de la IX, se obtiene 414. Pero habiendo multiplicado el ángulo por 100 y utilizado la escala IX, el resultado deberá dividirse por $100 \times 100 = 10000$, y el producto tangencial tendrá por valor $t = 0^{m},04$.

Podemos también sentar la regla general siguiente:

2.ª *Regla general.*—Para hallar el producto tangencial se prescindirá del valor absoluto de la distancia, la cual se multiplicará por 10 ó por 100 si fuese necesario, para hallarla en la escala IV. La característica correspondiente al logaritmo del producto será igual á la suma algebraica de las características de los dos factores, ó una unidad más si la suma de las dos mantisas es mayor que una circunferencia entera.

Para aplicar esta regla téngase en cuenta que la característica del logaritmo de la cotangente tomada en la escala VII, es — 1; si se emplea la IX, será — 2; si ha debido multiplicarse el ángulo por 10, corresponderá — 3; y por fin, habiéndolo multiplicado por 100, deberá tomarse — 4.

Así es que, volviendo al ejemplo anterior, $d = 132$ y $\varphi = 99^{\circ}\ 98'$, tenemos en el multiplicando la característica + 2, y en el multiplicador, que ha sido necesario multiplicar por 100, la de — 4. La suma algebraica será, pues, — 2, que no debe aumentarse por no componer la suma de mantisas una circunferencia entera. El verdadero producto será, $t = 0{,}0414$.

(*Se concluirá.*)

E. Boix.

EL TELEDIKTO ELÉCTRICO FERROVIARIO [1]

Con este nombre, que significa *indicador á largas distancias*, ha designado el P. Teodoro Rodríguez, Religioso Agustino y Profesor de matemáticas y física en el Real Colegio de El Escorial, un aparato de su invención, cuyo objeto es evitar choques de trenes en los ferrocarriles de vía única, haciendo para ello que en la estación de donde parte un tren y en aquella otra á la cual se dirige aparezca á la vista del público una señal permanente que indique la circulación del expresado tren y el sentido en que éste marcha.

La señal consiste en una esfera como de reloj, en la cual se marca, por medio de una aguja indicadora, si entre dos estaciones consecutivas la vía está libre ú ocupada por un tren, y la dirección en que éste marcha. En cada estación, y á cada lado del edificio de viajeros, hay una de dichas esferas puesta en comunicación eléctrica con otra igual situada en la estación inmediata.

El modo de funcionar el aparato es el siguiente: si de una estación A sale un tren hacia la estación B, la aguja de la esfera correspondiente en la primera estación deberá colocarse en la posición que indique tren marchando de A hacia B, y en seguida aparecerá en otra esfera de la estación B la misma indicación. De este modo no es posible que mientras subsistan tales señales salga un tren de la estación B hacia la A sin que en la primera de dichas estaciones se aperciban del peligro del choque cuantas personas vean la señal.

Los mecanismos propuestos por el inventor, para hacer funcionar el aparato por medio de la electricidad, son sencillos y susceptibles de modificaciones y perfeccionamientos, que sin duda alguna se introducirán en adelante.

No habiéndose empleado ni aun ensayado el aparato, no hay posibilidad de formar juicio fundado acerca de la utilidad práctica del mismo en el servicio de explotación de los ferrocarriles, y sólo consideramos oportuno manifestar que, en nuestro concepto, lo que el P. Teodoro Rodríguez se ha

(1) La descripción más detallada de este aparato puede verse en un folleto que ha publicado el inventor.