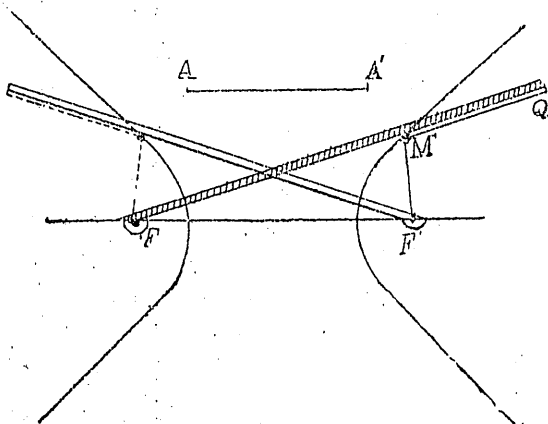


lleva también en los trenes mixtos, el *tren correo* ha de detenerse en todas las estaciones, aun las de pequeños pueblos, con evidente daño del servicio, bajo el pretexto de que en todo el año suele ir un pliego certificado ó con valores que no puede ser confiado á aquéllos; si una estación sirve á dos pueblos, por insignificantes que sean, hay motivos de queja, y si no se separan, surge pavorosa cuestión sobre cuál de los dos debe figurar el primero en el rótulo de la estación. Nada tienen de particular esas extravagancias, y muchas inspirarían risa, si no fuesen patrocinadas y no se tradujesen á veces en hechos y disposiciones hartó lamentables. Ya se verá después el resultado que han ofrecido las rectificaciones de líneas.

(Se continuará.)

GENERALIZACIÓN DEL TRAZADO MECÁNICO DE LA HIPÉRBOLA ⁽¹⁾

El procedimiento que se enseña en los tratados de Geometría para trazar la hipérbola por movimiento continuo, consiste, como se sabe (fig. 1.^a), en colocar una regla en uno de los focos, el F' , por ejemplo, de manera que



(Fig. 1.^a)

no pueda girar más que alrededor de dicho punto; en fijar un hilo, por uno de sus extremos, en el segundo foco F' , y por el otro, en el punto Q de la regla, dándole una longitud *menor* que la de ésta en la cantidad AA' , diferencia constante de los radios vectores de un punto cualquiera de la curva; y en llevar atirantado el hilo contra la regla, por medio de un lápiz trazador M' , mientras se hace girar la regla alrededor del foco F .

(1) Este artículo nos ha sido remitido por el distinguido arquitecto D. Adolfo Sáenz Yáñez, residente en la Habana.—(N. de la R.)

Concluido el trazado de la rama derecha de la curva (con la regla colocada en el foco izquierdo y el hilo en el derecho) hay que trazar la rama izquierda invirtiendo las posiciones del hilo y de la regla, como lo indica la figura ya citada.

Este cambio del hilo y de la regla se presentan como una necesidad ineludible en todos los tratados.

Durante mucho tiempo hemos abrigado el presentimiento de que debía existir algún medio de trazar las dos ramas de la curva sin tener que apelar al expediente de pasar la regla de la primera posición á la segunda..

Un sencillo estudio nos ha bastado, al fin, para convencernos de que se puede renunciar, con ventaja, á ese expediente. Examinando el procedimiento que hoy se emplea, se ve que su lado débil, lo que constituye su insuficiencia para el trazado de las dos ramas desde un mismo foco, consiste, pura y simplemente, en que ese procedimiento descansa en la definición incompleta de la curva; es decir, en que sólo traduce la definición contenida en la ecuación

$$FM' - F'M' = AA',$$

satisfecha por un punto M' de una sola rama, en vez de traducir la definición completa que resulta de la ecuación general

$$FN - F'N = \pm AA'$$

aplicación á un punto arbitrario N situado en una cualquiera de las ramas.

La primera definición, ó sea la incompleta, en la que la constante AA' es positiva, no conviene á los puntos M y M' , de distintas ramas de la curva, si no se invierte la diferencia de los radios vectores, diciendo primero para el punto M' , de la rama derecha,

$$FM' - F'M' = AA' = C$$

y después para el punto M , de la rama izquierda,

$$F'M - FM = AA' = C;$$

lo que equivale á tomar, como minuendo, para el punto M' , su mayor radio vector, que es el que parte del foco izquierdo F ; y, como minuendo, para el punto M , su mayor radio también, que es el que parte del foco derecho F' .

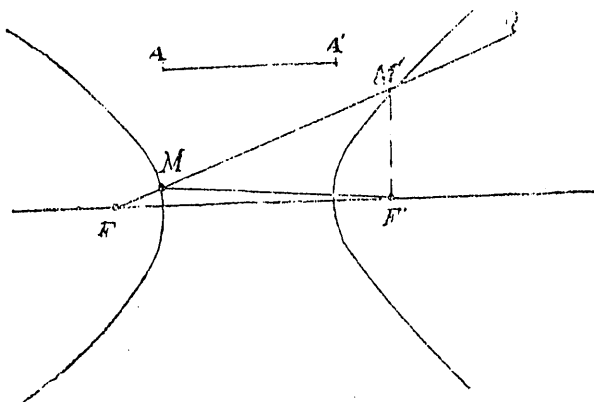
Esta inversión es necesaria para que se mantenga positiva la diferencia AA' de los radios vectores de ambos puntos.

Dando, pues, al hilo, como se le da de ordinario, una longitud *menor* que la de la regla en la cantidad AA' , lo que, en el fondo, es imponer la condición de que esta cantidad sea siempre positiva, claro es que no se podrán trazar las dos ramas si no se invierten la regla y el hilo (que hacen el papel de minuendo y sustraendo) para ajustarse á la indicada inversión de

términos, sin la cual AA' no permanece positiva. O en otras palabras: resulta impuesta la inversión del hilo y de la regla.

Semejante condición es restrictiva y debe abandonarse, admitiendo en su lugar, que AA' , la constante, pueda ser positiva ó negativa, según los casos.

Veamos, en consecuencia, cómo se ha de traducir, para el trazado, la



(Fig. 2.^a)

definición completa expresada por la ecuación general

$$FN - F'N = \pm AA' \quad \text{ó} \quad \rho - \rho' = \pm C.$$

Llamemos R la longitud FQ de la regla y H la del hilo; y consideremos desdoblada la ecuación anterior en otras dos, la una

$$\rho_0 - \rho'_0 = +C,$$

que conviene al punto M' , de la rama derecha, y la otra,

$$\rho_1 - \rho'_1 = -C,$$

que corresponde al punto M , de la rama izquierda.

Si en la primera de estas dos ecuaciones, agregamos la misma cantidad $M'Q$ (fig. 2.^a), á los dos términos del primer miembro, con lo cual no la alteramos, resultará;

$$(\rho_0 + M'Q) - (\rho'_0 + M'Q) = C$$

ó lo que es igual,

$$FQ - (FM' + M'Q) = C$$

ó, todavía,

$$R - H = C,$$

toda vez que la cantidad situada entre paréntesis, $FM' + M'Q$, es igual á H , longitud del hilo.

Si, en la segunda ecuación, agregamos la cantidad MQ á cada uno de los dos términos del primer miembro, con lo cual tampoco la alteramos, dará:

$$(\rho_1 + MQ) - (\rho_1' + MQ) = -C$$

ó

$$FQ - (F'M + MQ) = -C,$$

igualdad que puede reemplazarse por esta otra

$$R - H' = -C \quad \text{ó} \quad H' - R = C,$$

siendo H' la longitud de un nuevo hilo, igual á $F'M + MQ$, fijado en los mismos puntos F' y Q en lo que estaba el anterior H y atirantado contra la regla por un segundo lápiz M .

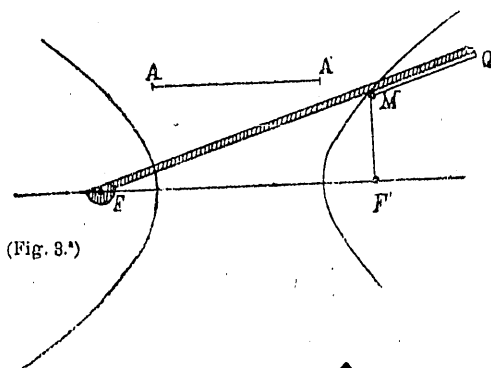
Llegamos así á las dos fórmulas

$$R - H = C \quad (1)$$

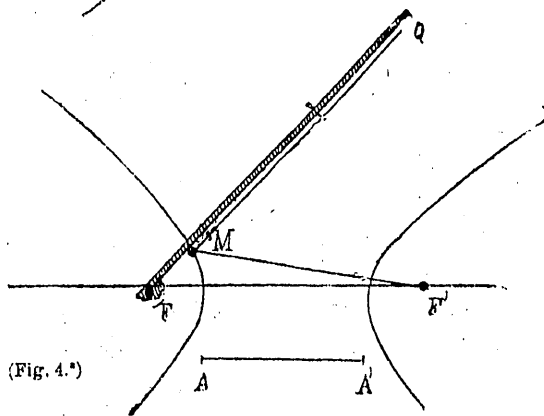
$$H' - R = C \quad (2),$$

que deben considerarse como fundamentales para el trazado de la hipérbola, porque indican claramente el modo de verificar el de las dos ramas sin hacer girar la regla más que alrededor de uno solo de los focos.

La primera fórmula nos dice que el hilo H ha de ser menor que la regla R en la cantidad C .



(Fig. 3.ª)



(Fig. 4.ª)

La segunda, que el hilo H' ha de ser mayor que la regla R en la misma cantidad C .

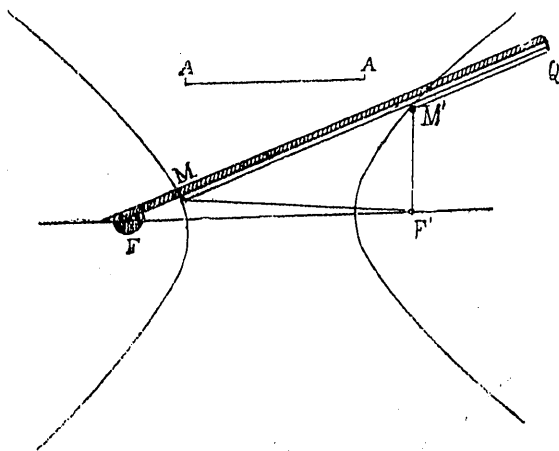
Por consiguiente, si, estando la regla colocada en F , se da al hilo una longitud *menor* que la cantidad AA' , como se acostumbra, resultará trazada la rama de la derecha (fig. 3.^a); y si se da al hilo una longitud *mayor* que la de la regla en la propia cantidad AA' , resultará trazada la rama de la izquierda (fig. 4.^a).

Tal es el procedimiento de trazado que responde á la definición completa de la hipérbola y realiza nuestro deseo de evitar la inversión del hilo y de la regla.

Para concluir, apuntaremos dos resultados que se desprenden fácilmente de las ecuaciones (1) y (2).

Sumándolas, miembro á miembro, se halla $H' - H = 2C$. Este primer resultado nos enseña un teorema nuevo, que puede formularse diciendo: La diferencia de los hilos es constante; doble que la diferencia C de los radios vectores de un punto cualquiera de la curva y distinta, en tal virtud, para cada una de las hipérbolas.

Restándolas, se obtiene $H' + H = 2R$. Este segundo resultado nos da otro teorema, también nuevo, que cabe formular en estos términos: La suma de los hilos es constante; doble que la regla é independiente de la cantidad C ; esto es, doble que la regla para todas las hipérbolas.



(Fig. 5.^a)

De manera que si, de una vez para siempre, tomamos un hilo sin fin, que equivalga á $H' + H$ y, por lo tanto, sea de doble longitud que una regla en la disposición que muestra la fig. 5.^a; y si, por último, tenemos el cuidado de aprisionar el hilo en los puntos Q y F' , dando á los ramales QMF' (ó H')

y $QM'F'$ (ó H) la diferencia $2AA' = 2C$, habremos llenado las condiciones contenidas en las dos fórmulas fundamentales y podremos trazar, con dos lápices, simultáneamente, y desde un solo foco, las dos ramas de una hipérbola cualquiera.

Resumiendo lo expuesto, tendremos:

1.º Que el método que hoy se sigue para el trazado de la hipérbola por movimiento continuo es deficiente, en cuanto no permite describir las dos ramas de la curva desde uno solo de los focos.

2.º Que, partiendo de una definición conveniente de la curva, se halla un método que permite describir, desde un mismo foco, las dos ramas sucesivamente; y

3.º Que si se quiere, este método se extiende á dar el trazado de las dos ramas, con dos lápices, y desde uno cualquiera de los focos, *simultáneamente*.

Sometemos al ilustrado juicio de los lectores de la REVISTA estas generalizaciones del trazado mecánico de la hipérbola. Hemos llegado á ellas guiados por el presentimiento de que debían existir y no las hemos visto en ninguno de los muchos tratados de Geometría que han venido á nuestras manos.

Por estas razones nos inclinamos á creer que son enteramente nuevas; mas como para hacer tal afirmación de un modo categórico, necesitaríamos una erudición matemática, que confesamos no tener, nos entregamos, en la cuestión de originalidad, que es delicada, al fallo de las personas competentes.

DETERMINACIÓN DEL CAUDAL MÁXIMO DE UNA AVENIDA

Los procedimientos ordinarios de aforo de una corriente de agua basados en la determinación directa de las velocidades por medio de flotadores, tubos de Pitot, molinetes, etc., pueden rara vez aplicarse á la determinación del caudal de una crecida; y el ingeniero puede verse en la necesidad de calcular el caudal máximo sin más datos que las alturas alcanzadas por las aguas en diversos puntos, y la forma del cauce, que siempre podrá determinar por los procedimientos de la Topografía.

En estos casos será preciso aplicar las ecuaciones del movimiento de los líquidos. El movimiento de un líquido puede ser uniforme, permanente ó variado. Sería evidentemente erróneo considerarlo como uniforme en una crecida de una corriente natural, pues aun suponiendo que la ecuación se aplicara á un período pequeño en las inmediaciones del máximo, de modo