

ESTUDIO DE LAS HIPÓTESIS

QUE SIRVEN DE BASE AL CÁLCULO DE LOS ELEMENTOS DE LOS PUENTES COLGADOS RÍGIDOS Y DE PIEZAS AMOVIBLES.

(Continuación)

La tensión máxima verdadera tiene lugar en el punto N, y se obtendrá hallando la resultante de T_m con el peso del cable en la longitud N M; pero dicho peso es tan pequeño comparado con T_m , que puede sin inconveniente adoptarse este valor como tensión máxima; en los casos prácticos que hemos examinado, dicho peso no excede del 2 por 100 de T_m . Esto mismo justifica la hipótesis admitida de que la porción MN sea rectilínea y tangente á la parábola.

Se justifica también esta hipótesis por la consideración siguiente. Si consideramos la porción MN como una catenaria, y llamamos T_m , T_n á las tensiones, μ_m , μ_n á los cosenos de las tangentes en los puntos M y N con la horizontal, sabemos que se verifica la ecuación

$$T_m \mu_m = T_n \mu_n$$

μ_m y μ_n difieren muy poco entre sí, y por lo tanto, lo mismo sucede con T_m y T_n .

La fórmula (5) da cuenta de la reducción que sufre la tensión del cable á causa de la existencia de los cables oblicuos. En efecto, dicha tensión es proporcional á la luz mientras que solo uno de los términos de la cantidad sub-radical aumenta, cuando disminuye f . Esto hace ver la conveniencia de disminuir L ó aumentar l para disminuir la sección de los cables de suspensión.

Conocida la tensión máxima es fácil calcular la sección por la fórmula fundamental

$$\frac{T_m}{R} = \omega$$

en que ω es la sección y R el coeficiente de resistencia.

Los experimentos practicados en los cables modernos prueban que la rotura se verifica bajo cargas que varían de 85 á 100 kilogramos por milímetro cuadrado, pudiéndose fijar el término medio de la carga de rotura en 90 kilogramos por milímetro cuadrado. Tomando $\frac{1}{6}$ de esta carga como coeficiente práctico de resistencia se obtiene para R el valor, 15 kilo-

gramos. Las excelentes condiciones en que trabaja el material sometido constantemente á tensión sin posibilidad de que haya inversión de esfuerzos, la exactitud con que se calcula la tensión, y la facilidad de renovar un cable en el caso de que se observe una alteración molecular, son circunstancias que justifican la adopción de $\frac{1}{6}$ de la carga de rotura como coeficiente de resistencia en vez de $\frac{1}{10}$ admitido en otras construcciones. Uno

de los graves defectos de que adolecen los antiguos puentes colgados es la exageración de este coeficiente. Es muy frecuente en ellos el coeficiente 18 kilogramos para la suspensión, excediendo en algunos de 21, á pesar de la falta de homogeneidad de los cables empleados y de no haberse hecho uso del acero, tan generalizado en la actualidad. El caracter provisional que se dió á muchas de estas construcciones, y el haberse realizado por medio de concesiones temporales, ha contribuido á este abuso, causá importante de la gran falta de rigidez que se nota en algunas. No entraremos aquí en detalles acerca de la construcción de los cables, que aunque servirían de complemento á las indicaciones que preceden, no se refieren directamente al cálculo de los elementos, que es el objeto de estos artículos.

III.—Cables oblicuos, rectilíneos, péndolas, fiadores y amarras.

Hemos indicado ya que en los puentes americanos se conservan las péndolas en toda la extensión del puente, sirviendo únicamente los cables oblicuos para triangular y dar rigidez al sistema, para lo cual se ligan con las péndolas en los puntos de cruzamiento, pero que no están destinados á sostener directamente una parte del tablero.

En los modernos puentes franceses, por el contrario, se suprimen las péndolas en esta parte, ocasionando las modificaciones que hemos indicado en el artículo anterior, en la forma y en los esfuerzos que sufren los cables de suspensión. Vamos á demostrar las ventajas de esta segunda solución que hemos aceptado en todo lo anteriormente expuesto.

Supongamos (figura 2) un cuchillo compuesto de un cable AB ligado por péndolas á una viga a b, que á su vez tiene sus extremidades sostenidas por vientos que se reúnen en los puntos A y B. Consideremos el efecto de una sobrecarga c en el punto medio; este punto descenderá arrastrando el punto C del cable, el cual, á su vez, se elevará en sus extremos; la viga, obligada á seguir este movimiento por efecto de las péndolas, tomará una forma sinusoidal indicada de puntos en la figura. Resulta que las partes de la viga sostenidas por los vientos se chocarán, y éstos, por lo tanto, se aflojarán, cesando de funcionar de un modo eficaz.

Si no existen péndolas en la parte correspondiente á los cables oblicuos

(figura 3), al considerar un peso c en el centro del tramo veremos, que no solamente descenderá este punto, sino también los f y g , aunque ligeramente; la fibra media tomará una forma sinusoidal, aunque con flechas menores que en el caso anterior, y los cables oblicuos funcionarán en mejores condiciones.

Por otra parte, en este sistema se conoce perfectamente la distribución de las cargas entre los cables oblicuos y los parabólicos, aliviando estos últimos, cuya tensión queda disminuida, según hemos indicado. Este resultado es de gran importancia en las reparaciones, que permite reducir el coeficiente de resistencia con la simple adición de estos órganos, aliviando notablemente los cables, y ya hemos indicado que es común en los antiguos puentes el empleo de coeficientes excesivos. En todos los casos se obtendrá con este sistema una economía atendida por la supresión de gran número de péndolas, precisamente las de mayor longitud, y por la reducción de la sección de los cables parabólicos.

Por todas estas razones consideramos muy acertada la supresión de las péndolas y la suspensión directa del tablero á los cables oblicuos en la longitud á que éstas se extienden.

Examinemos ahora hasta qué distancia de los apoyos pueden extenderse los cables oblicuos. En los puentes americanos, dado el papel que desempeña, esta distancia no tiene límite, y así los vemos frecuentemente empleados en casi toda la extensión del tramo. En el sistema francés, por el contrario, no conviene que el último cable obre con una oblicuidad exagerada, pues su tensión aumenta rápidamente con aquélla.

Esta longitud l depende, pues, de la altura de los apoyos, y en el sistema moderno conviene aumentarla cuanto sea posible; así se explica que se haya admitido para dicha altura $\frac{1}{10}$ de la luz, límite superior de la relación que se ha empleado en los puentes colgados.

La distancia que buscamos se ha fijado experimentalmente. En el puente de Santa Ilpize se extendieron los cables oblicuos á una distancia doble de la altura del apoyo; pero se reconoció que se había exagerado, dando lugar á tensiones excesivas en los cables extremos. En el puente de Lamotte se trató de corregir este inconveniente reduciendo esta longitud y haciéndola igual á la altura del apoyo. Se ha observado que esta longitud es insuficiente, pues como ya hemos indicado, por esta razón no se ha obtenido en dicho puente la rigidez que pueden comunicar estos cables. En consecuencia se ha adoptado como longitud más conveniente para l , 1,50 H, que es la admitida hoy por todos los Ingenieros franceses que han tratado esta cuestión. Si se tiene en cuenta que la acción de los cables se extiende algo más lejos que el último, resulta que los cables oblicuos sostie-

nen algo más de 0,3 de la longitud del tablero ó próximament $c \frac{1}{3}$, quedando $\frac{2}{3}$ para carga de los cables parabólicos.

El cálculo de las tensiones de estos cables es sumamente sencillo. Los cables vienen á sostener el tablero en puntos equidistantes entre sí. Por lo tanto, cada cable sostiene los dos semi-tramos adyacentes, y de aquí resulta que la parte sostenida por los cables oblicuos se extenderá hasta una distancia del último igual á la mitad de la equidistancia, y en la vertical de este punto se hallará el de tangencia de la parte rectilínea con la parabólica del cable.

Sea P el peso total que actúa en el extremo de uno de estos cables oblicuos y α su ángulo con la horizontal. Siendo n el número de cables y l la longitud de tablero que sostienen, la correspondiente á cada cable será $\frac{l}{n + \frac{1}{2}}$, y siendo p el peso por metro lineal de tablero con la carga de prueba, tendremos:

$$P = \frac{pl}{n + \frac{1}{2}},$$

y la tensión del cable será:

$$t = \frac{pl}{\left(n + \frac{1}{2}\right) \operatorname{tg} \alpha}.$$

Por medio de esta fórmula pueden calcularse las tensiones de todos los cables oblicuos, de donde se deducirán las secciones correspondientes; pero en la práctica se adopta como sección única la del cable más cargado, porque la economía de material no compensa el aumento de mano de obra que resultaría de adoptar varias secciones.

Estos cables oblicuos dan lugar á una componente horizontal del peso, que ejerce una tracción en la cabeza superior ó inferior de la viga, según se unan á una ó á otra; pero no tiene importancia la consideración de este esfuerzo, por tener las cabezas de la viga un exceso de resistencia en esta parte, en que puede considerarse como una viga de varios tramos.

Generalmente se reúnen los cables de suspensión y los oblicuos en un árbol horizontal sostenido por un carretón encima del apoyo. La disposición conveniente de este carretón exige muchas veces que se reúnan en uno solo todos los cables oblicuos antes de llegar al árbol á que se ensamblan.

En este caso se presenta el siguiente problema, que no hemos encon-

trado resuelto en ninguno de los trabajos que hemos consultado, pero cuya solución es sencilla.

Consiste en determinar el punto M (fig. 4.^a), con la condición de que la resultante de las tensiones de los cables inclinados $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, pase por el eje del árbol en que se reúnen todos los cables, eje que en la figura se proyecta en O.

Tomemos como ejes de coordenadas la horizontal Ox y la vertical Oy del punto O.

Sean ξ, η las coordenadas del punto M, que tratamos de determinar; r la distancia OM, $x_1 y_c, x_2 y_c, x_3 y_c, \dots, x_n y_c$ las coordenadas de los puntos 1, 2, 3, ..., n, en que los cables inclinados sostienen el tablero.

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, las componentes horizontales de las tensiones.

P, la componente vertical constante de las mismas.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, los ángulos de los cables con la horizontal $y_{OH} = y_c = h$.

Tendremos evidentemente las ecuaciones

$$\xi^2 + \eta^2 = r^2 \quad (a)$$

$$x_1 = P \cot. \alpha_1 = \frac{P (x_1 - \xi)}{h - \eta},$$

$$x_2 = P \cot. \alpha_2 = \frac{P (x_2 - \xi)}{h - \eta},$$

$$x_3 = P \cot. \alpha_3 = \frac{P (x_3 - \xi)}{h - \eta}.$$

Para que la resultante pase por el punto O basta que la suma de los momentos de las tensiones con relación á este punto sea nula. De lo que resultará la ecuación

$$P (x_1 + x_2 + x_3, \dots, x_n) - (x_1 + x_2 + x_3, \dots, x_n) h = 0,$$

ó haciendo

$$x_1 + x_2 + x_3, \dots, x_n = \Sigma x;$$

$$P \cdot \Sigma x - \frac{Ph}{h - \eta} (\Sigma x - n\xi) = 0,$$

ó sea

$$\xi = \frac{\eta \Sigma x}{nh}. \quad (b)$$

Deduciendo los valores de ξ y η del sistema (a) (b), resulta.

$$\eta = \frac{nh r}{\sqrt{(nh)^2 + (\Sigma x)^2}},$$

$$\xi = \frac{r \cdot \Sigma x}{\sqrt{(nh)^2 + (\Sigma x)^2}}.$$

Si consideramos el triángulo rectángulo cuyos catetos son nh y Σx , y llamamos φ al ángulo opuesto á nh , las fórmulas anteriores se convierten en

$$\eta = r \text{ sen. } \varphi;$$

$$\xi = r \text{ cos. } \varphi,$$

de donde se deduce que φ es el ángulo de OM , ó sea de la resultante con la horizontal.

La resultante será, pues,

$$R = \frac{nP}{\text{sen. } \varphi} = \frac{P \sqrt{(nh)^2 + (\Sigma x)^2}}{h},$$

y el empuje horizontal que los cables oblicuos transmiten al apoyo será:

$$Q = R \text{ cos. } \varphi = \frac{P \cdot \Sigma x}{h}.$$

Se observará que hemos adoptado como única solución del problema la que corresponde á los valores positivos de ξ y η ; el sistema de ecuaciones da sin embargo cuatro soluciones, que se refieren á los puntos M , M' , M'' y M''' . El punto M'' satisface al problema con sólo suponer que la parte OM'' se halle sujeta á compresión. Las soluciones M''' y M' provienen de la forma de las expresiones de las componentes horizontales, en que entra como factor de la cotangente.

Para terminar lo relativo á los cables oblicuos, indicaremos las fórmulas que dan su longitud.

Llamando $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ á estas longitudes, tendremos:

$$\lambda_1 = \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (h - \eta)^2},$$

$$\lambda_2 = \sqrt{(x_2 - \xi)^2 + (h - \eta)^2},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\lambda_n = \sqrt{(x_n - \xi)^2 + (h - \eta)^2}.$$

Si los cables se reunieran en el punto O , es claro que bastará hacer $\xi = \eta = 0$ en las relaciones anteriores.

Para el cálculo de las tensiones de las péndolas, lo directo es considerar la carga máxima que sobre cada una puede insistir. Esta se compondrá del peso del carruaje más cargado que deba circular por el puente (admitiendo que puedan cruzarse dos vehículos en estas condiciones); puesto

que la carga de prueba en movimiento da para un punto determinado un límite mayor que la carga estática, y de la parte correspondiente de la carga permanente. Ciertamente es que esta carga se repartirá en realidad entre la péndola y la viga barandilla; pero siendo imposible conocer la ley, según la cual se verifica la distribución de este esfuerzo, es necesario considerar el caso más desfavorable, suponiendo que la viga solo resista su propio peso.

Esta manera de proceder conduce á dimensiones exageradas cuando las cargas empleadas en la prueba son grandes, como las que se exigen en Francia, que son de 11 toneladas en carruajes de un solo eje, por lo que Levy propone suponer una carga estática doble de la de prueba, adoptada para el cálculo de los cables, reduciendo además á la tercera parte el coeficiente de resistencia.

Para las cargas de seis toneladas sobre dos ruedas, que son las máximas que circulan por nuestras carreteras (1), puede adoptarse el cálculo directo indicado, que conduce á dimensiones perfectamente aceptables en la práctica, sin recurrir al artificio que propone M. Lévy.

Si se considera un puente del ancho estrictamente necesario para el cruce de dos carruajes, con las péndolas separadas 1,25 metros, la carga permanente es próximamente 500 kilogramos, y la tensión de la péndola 6.500; la sección de la misma será, pues $\frac{6.500}{15} = 433$ milímetros cuadrados, que corresponde á un diámetro de 0,033 metros próximamente.

Se comprende que una variación en el ancho del puente alterará muy poco esta dimensión, puesto que la carga móvil es muy predominante en el valor de la tensión.

La determinación de la tensión de los fiadores y amarras es sumamente sencilla una vez conocido el empuje horizontal de los cables parabólicos y oblicuos en los apoyos. El coeficiente de resistencia que deberá adoptarse será el mismo que hemos admitido para los demás órganos de la suspensión. Sin embargo, respecto á las amarras debemos advertir, que aunque se calculan con la condición enunciada, debe añadirse una de igual sec-

(1) La carga de prueba que suponemos es la correspondiente á los puentes fijos, á los que pueden asimilarse los que nos ocupan. Así es que consideramos como carga estática 300 kilogramos por metro cuadrado, según previenen los formularios de puentes metálicos. De acuerdo con este criterio deberíamos suponer la carga móvil de nueve toneladas en carruajes de dos ruedas. Pero habiéndose aconsejado en un dictamen de la Junta Consultiva, relativo á un puente fijo, que se adoptase como carga de prueba la de los carruajes más pesados que circulan en la localidad, hemos tomado como dato seis toneladas para el cálculo de estos elementos. En Francia se adoptó un límite más elevado en previsión de que llegase á desarrollarse la circulación de máquinas agrícolas de gran peso. Pero es evidente que un puente calculado en las condiciones que hemos admitido puede darles paso con la sola precaución de impedir el cruce mientras aquí se verifica.

ción. De esta manera se consigue la amovilidad de estos órganos, puesto que siempre podrá desmontarse una de ellas, que puede someterse fuera de la obra al más minucioso reconocimiento, sin que el coeficiente de resistencia de las demás exceda del límite admitido.

Solución preferible para la buena conservación á la de las galerías accesibles, que además son mucho más costosas y que suministra un medio sencillísimo de reparar los puentes antiguos cuyas amarras no ofrecen seguridad. Esto ha conducido en algunos puentes franceses á emplear dos amarras por cada fiador, con lo cual se reduce á la mitad el material superfluo, por la adición de una amarra.

(Se continuará.)

LUIS GAZTELU.—A. FERNANDEZ NAVARRETE.

PUERTO DE BARCELONA

PRUEBAS PRACTICADAS CON LOS CARRILES Y CONTRACARRILES DESTINADOS AL MONTAJE DE SUS VÍAS FÉRREAS.

Abierta licitación pública para el suministro del material necesario al establecimiento de las vías férreas del servicio general del Puerto, consistente en carriles y contracarriles de acero Bessemer y traviesas metálicas del sistema Paulet, quedó hecha su adjudicación á favor de D. Eduardo Pérez Vilallonga, representante de la Sociedad *Altos Hornos*, de Bilbao, cuya proposición, importante 225.573,34 pesetas, resultó ser la más económica. Ascendiendo la cantidad presupuesta á 247.691,58 pesetas, la baja obtenida en la subasta ha sido de 22.118,24 pesetas.

Terminada la fabricación de todo el material, y como preliminar á su recepción, se han efectuado las pruebas prácticas necesarias para comprobar sus buenas condiciones de ejecución y resistencia, de acuerdo con las prescripciones facultativas del proyecto.

Dichas pruebas, en lo tocante á las traviesas Paulet, no han ofrecido nada interesante, por tratarse de un material como el *hierro laminado*, cuyas propiedades, dada la universalidad de su empleo, son harto conocidas. No así las relativas á los carriles y contracarriles de *acero Bessemer*, por ser éste un material nuevo, que muchas naciones, aun de la gran importancia industrial de Francia y Bélgica, emplean todavía con suma prevención, y que ha de influir, seguramente, cuando sea mejor apreciado, de un modo poderoso en el porvenir de las construcciones metálicas. El buen éxito de estos ensayos, que tanto honra á una fábrica genuinamente espa-