

vienda del capataz y uno de los peones guarda-muelles; así es que la Junta, en virtud de las facultades que le concede el apartado 6.º del art. 16 de su Reglamento orgánico, acordó, en sesión celebrada el día 22 de Abril, la ejecución de la expresada obra. Para llevarla á cabo, se tropezaba con el inconveniente de que el solar que se cedió al Estado, si bien tenía una superficie de 323 metros cuadrados y 79 céntimos, que equivale á 4.170 pies cuadrados y 42 céntimos, en lugar de los 3.000 pies cuadrados ofrecidos, no presentaba, en el lado de la fachada, la suficiente amplitud para emplazar el edificio, cuyo proyecto estaba aprobado, puesto que éste tenía un frente de 17 metros, mientras que el lado correspondiente del solar solo era de 15 metros; así es que era necesaria la adquisición de una faja adicional de dos metros con todo el fondo de 21^m,50 del solar cedido, ó sean 43 metros cuadrados, que la Junta compró al propietario del solar inmediato por la cantidad de 553 pesetas y 84 céntimos, ó sea á razón de 12,88 pesetas el metro cuadrado.

Orillada esta dificultad, se procedió en el mes de Mayo á la construcción del edificio, que quedará terminado en el próximo otoño, habiéndose satisfecho por concepto de jornales y materiales durante los meses de Mayo y Junio, la cantidad total de 7.079,21 pesetas.

Agregando el total precedente á las 1.845 pesetas y 42 céntimos, invertidas el año 1878 en el derribo del edificio antiguo y apilado de sus materiales en forma de barraca, resulta que el gasto efectuado en esta obra asiendo, hasta ahora, á 8.924 pesetas y 63 céntimos.

(Se continuará.)

E. DE CHURRUGA.

NOTAS

SOBRE EL CÁLCULO DE LAS DISTANCIAS MEDIAS DE TRANSPORTE DE MATERIALES
PARA LAS OBRAS DE FÁBRICA.

INTRODUCCIÓN

(Continuación.)

25. Hemos visto que la fórmula (22) es la condición necesaria para que

$$\Delta_s > \Delta_m;$$

si en esta última y en aquélla se permutan las letras s y m , resultará que

para que

$$\Delta_m > \Delta_s$$

es preciso que

$$\frac{m}{s} > \frac{m_n}{s_n},$$

ó lo que es lo mismo, que si

$$\Delta_s < \Delta_m,$$

también

$$\frac{s}{m} < \frac{s_n}{m_n} \quad (23)$$

y de ésta resulta:

$$\frac{m_n}{m} < \frac{s_n}{s},$$

y restando ambos miembros de la unidad

$$\frac{m^{(n-1)}}{m} > \frac{s^{(n-1)}}{s},$$

y, por tanto,

$$\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} < \frac{s}{m} < \frac{s_n}{m_n} \quad (23_1)$$

la fórmula (23) demuestra el siguiente

LEMA.—Para que la distancia media de transporte de la sillería sea menor que la correspondiente á la mampostería, es preciso y basta que la razón de volúmenes de dichos materiales en la obra sea menor que la razón de los extraídos de la cantera más próxima.

26. TEOREMA 15.—Siempre que la razón de volúmenes de sillería y mampostería de una obra sea:

1.º Igual á la correspondiente á la cantera más próxima, las distancias medias de transporte de ambos materiales serán iguales, pues de lo contrario sería la primera mayor ó menor que la segunda, y por tanto (lemas de los números 24 y 25),

$$\frac{s}{m} > \frac{s_n}{m_n}$$

contra el supuesto.

2.º Mayor que la correspondiente á la cantera más próxima, la distancia media de transporte de la sillería será también mayor que la correspondiente á la mampostería, sin lo que, ó serían iguales, y entonces (teorema (14),

$$\frac{s}{m} = \frac{s_n}{m_n},$$

ó sería la primera menor que la segunda, y en este caso (lema núm. 25),

$$\frac{s}{m} < \frac{s_n}{m_n}$$

contra la hipótesis.

3.º Menor que la correspondiente á la cantera más próxima, la distancia media de transporte de la sillería será también menor que la correspondiente á la mampostería, pues de no ser así, ó serían iguales, y (teorema 14)

$$\frac{s}{m} = \frac{s_n}{m_n},$$

ó la primera mayor que la segunda, y (lema núm. 24),

$$\frac{s}{m} > \frac{s_n}{m_n}$$

contrario al supuesto.

Este teorema puede enunciarse de esta otra manera más sencilla.

TEOREMA 16.—*La relación de magnitud de las distancias de transporte de la sillería y mampostería, sigue la misma marcha que la correspondiente á las razones de volúmenes de ambos materiales, considerados en la obra y en la cantera más próxima.*

27. Si en la expresión (21) se ponen por s_n y m_n sus valores deducidos de $(10'_s)$ y $(10'_m)$, resulta

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} = \delta (ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)}) \frac{q}{p}$$

y como la (21) nos dá otro valor para el primer miembro, igualándolos, resulta

$$ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)} - (\alpha + \delta) = \delta (ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)})$$

ó bien

$$(1-\delta) (ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)}) = \alpha + \delta$$

de donde

$$\frac{\alpha + \delta}{1 - \delta} = ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)} = sm_n - s_n m \quad (24)$$

fórmula que, en primer término, da la relación que existe entre las cantidades α , ϵ y δ .

En segundo, otra demostración del principio enunciado en el número (24), pues

$$\frac{\alpha + \epsilon}{1 - \delta} > 0$$

por ser $\delta < 1$ y α y ϵ positivos, y por tanto, sustituyendo en la fórmula (24)

$$sm_n - ms_n > 0 \quad \text{y} \quad \frac{s}{m} > \frac{s_n}{m_n}.$$

Finalmente, si los volúmenes están expresados por números enteros, lo que casi siempre será posible sin más que cambiar la unidad, resulta que

$$\frac{\alpha + \epsilon}{1 - \delta}$$

será también un número entero, ó bien $\alpha + \epsilon$, múltiplo de $1 - \delta$.

28. Como ejemplo, vamos á hacer la aplicación del teorema (16) á cuatro casos particulares.

1.º Se toma sillería únicamente de la cantera más próxima.—En este caso, habrá

Distancias. $d_1, d_2, d_3 \dots d_{(n-1)}, d_n$
 Sillería, volúmenes. $0, 0, 0, \dots 0, s$
 Mampostería, id. $m_1, m_2, m_3 \dots m_{(n-1)}, m_n$.

La aplicación de las fórmulas, da

$$\frac{s}{m} < \frac{s_n}{m_n}$$

y por tanto

$$\Delta_s < \Delta_m$$

pero

$$\Delta_s = d_n$$

$$\Delta_m = \frac{d_1 m_1 + d_2 m_2 + d_3 m_3 + \dots + d_{n-1} m_{n-1} + d_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{n-1} + m_n}$$

y restando de la segunda la primera, reduciendo á un común denominador y multiplicando por m

$$m(\Delta_m - \Delta_s) = (d_1 - d_n) m_1 + (d_2 - d_n) m_2 + \dots + (d_{n-1} - d_n) m_{n-1} > 0$$

y por lo tanto, como resulta del teorema (16), $\Delta_m > \Delta_s$.

2.° La sillería se toma toda de la cantera más distante.—Es decir, que

$$\begin{array}{l} \text{Distancias} \dots\dots d_1, d_2, d_3 \dots d_n \\ \text{Sillería, volúmenes} \dots s, 0, 0 \dots 0 \\ \text{Mampostería, id.} \dots m_1, m_2, m_3 \dots m_n \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{s}{m} = \frac{s}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \\ \frac{s_n}{m_n} = \frac{0}{m_n} = 0 \\ \frac{s}{m} > \frac{s_n}{m_n}, \quad \Delta_s > \Delta_m \end{array} \right.$$

y con efecto,

$$\Delta_s = d_1$$

$$\Delta_m = \frac{d_1 m_1 + d_2 m_2 + d_3 m_3 + \dots + d_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}$$

de donde haciendo las mismas operaciones que en el ejemplo anterior,

$$m(\Delta_s - \Delta_m) = (d_1 - d_2) m_2 + (d_1 - d_3) m_3 + \dots + (d_1 - d_n) m_n > 0$$

lo que comprueba el teorema (16).

3.° La mampostería proviene de la cantera más distante.—Resulta:

$$\begin{array}{l} \text{Distancias} \dots\dots d_1, d_2, d_3 \dots d_n \\ \text{Sillería, volúmenes} \dots s_1, s_2, s_3 \dots s_n \\ \text{Mampostería, id.} \dots m, 0, 0 \dots 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{s}{m} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}{m} \\ \frac{s_n}{m_n} = \infty \\ \frac{s}{m} < \frac{s_n}{m_n} \quad \Delta_s < \Delta_m \end{array} \right.$$

y en efecto

$$\Delta_s = \frac{d_1 s_1 + d_2 s_2 + d_3 s_3 + \dots + d_n s_n}{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}$$

$$\Delta_m = d_1$$

y haciendo operaciones semejantes que en los ejemplos anteriores, se comprueba el teorema, pues

$$s(\Delta_m - \Delta_1) = (d_1 - d_2)s_2 + (d_1 - d_3)s_3 + \dots \\ + (d_1 - d_n)s_n > 0 \quad \text{y} \quad \Delta_m > \Delta_1.$$

4.° La mampostería procede toda de la cantera más próxima.—Resultado

$$\begin{array}{l} \text{Distancias...} \quad d_1, d_2, d_3, \dots, d_{n-1}, d_n \\ \text{Sillería, volúmenes.} \quad s_1, s_2, s_3, \dots, s_{n-1}, s_n \\ \text{Mampostería, id.} \quad 0, 0, 0, \dots, 0, m \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{s}{m} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_{n-1} + s_n}{m} \\ \frac{s_n}{m_n} = \frac{s_n}{m} \\ \frac{s}{m} > \frac{s_n}{m} \end{array} \right. \quad \Delta_s > \Delta_m$$

y con efecto, haciendo la comprobación directa como en los ejemplos anteriores, obtendríamos iguales resultados.

CAPÍTULO III.

COMPARACIÓN DE LAS DISTANCIAS MEDIAS CUANDO HAY QUE SURTIR DOS OBRAS DIFERENTES.

29. PRIMER CASO.—HAY DOS OBRAS Y UNA SOLA CANTERA.—Este problema lo tenemos, en rigor, ya resuelto, pues no es otro que el tratado en el capítulo primero de estas notas, sin otra diferencia que allí se sacaban de dos puntos (canteras), los materiales que entraban en otro (la obra), y aquí, viceversa, salen los materiales de un punto (cantera), para entrar en dos (las obras); pero como aún cuando para el problema de la construcción cambien los términos principales, esto no afecta en nada á los transportes, pues los caminos recorridos son, en distancia, los mismos que los correspondientes al problema inverso, siempre que los tres puntos tengan la misma posición relativa.

Sean A y B las dos obras y V la cantera, de la que se toman s_1 y m_1 volúmenes de sillería y mampostería para A (fig. 3.ª), y s_2 y m_2 para B, siendo d_1 la distancia de la cantera á la segunda obra y d_2 la que hay á A, siendo

$$d_1 > d_2$$

para no cambiar las notaciones y convenios del capítulo anterior, y llamando

$$s = s_1 + s_2$$

$$m = m_1 + m_2$$

las sumas de volúmenes de los mismos materiales, las distancias medias vendrán expresadas por las fórmulas

$$\left. \begin{aligned} \Delta_s &= \frac{d_1 s_1 + d_2 s_2}{s} \\ \Delta_m &= \frac{d_1 m_1 + d_2 m_2}{m} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Delta_s - \Delta_m &= \frac{d_1 (s_1 m - s m_1) + d_2 (s_2 m - s m_2)}{sm} \\ &= \frac{(d_1 - d_2) (s m_2 - s_2 m)}{sm} \end{aligned}$$

el denominador de esta expresión es siempre positivo, así como el binomio de las distancias; luego la magnitud relativa de Δ_s y Δ_m , depende y marcha en igual sentido que el signo de la expresión de volúmenes; esto es, que para

$$(25) \quad sm_2 - s_2 m \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} 0 \quad \text{será} \quad \Delta_s - \Delta_m \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} 0 \quad \text{y} \quad \Delta_s \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} \Delta_m$$

pero el primer binomio de las últimas fórmulas puede expresarse así:

$$sm_2 \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} s_2 m \quad \text{ó bien} \quad \frac{s}{m} \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} \frac{s_2}{m_2}$$

que, como vemos, no es otra cosa que la consecuencia del teorema (16).

Si en la fórmula (25) se pone por s_2 y m_2 sus valores, resulta

$$s_1 m - s m_1 \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} 0 \quad \text{de donde} \quad s_1 m \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} s m_1 \quad \text{y} \quad \frac{s_1}{m_1} \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} \frac{s}{m}$$

conforme en un todo con el teorema (13).

(Se continuará.)

MANUEL GONZÁLEZ MARTÍ.