

vo la draga en reparación por muchos días. A tan notables aumentos del efecto útil de la draga, que equivalen á 51 y 57 por 100 respectivamente, ha contribuido, no solo la mayor velocidad del rosario y el mejor aprovechamiento de lo que extrae, toda vez que ahora nada se pierde al verter, sino también el establecimiento de una pequeña bomba que funciona con el vapor de la caldera misma de la draga, que arrojando, cuando es preciso, una gran cantidad de agua sobre el vertedero, facilita el arrastre á los gánguiles de los productos del dragado y su distribución horizontal en las cántaras ó depósitos de éstos, pues con motivo de la mayor velocidad de la marcha del rosario, sucedía, cuando la draga trabajaba en arena, que se atascaba el vertedero, ó se amontonaba aquélla de tal modo en las cántaras de los gánguiles, que exigía un trabajo muy duro en las tripulaciones para extenderla en las cántaras y acelerar la marcha en los vertederos, lo cual obligaba, á veces, á suspender la marcha del rosario, todo lo cual se evitó con la introducción de la expresada bomba.

(Se continuará.)

E. DE CHURRUCA.

NOTAS

SOBRE EL CÁLCULO DE LAS DISTANCIAS MEDIAS DE TRANSPORTE DE MATERIALES
PARA LAS OBRAS DE FÁBRICA.

INTRODUCCIÓN

(Continuación)

22. Ante todo observaremos que siendo

$$\Delta_s'', \Delta_s''', \Delta_s^{IV} \dots \Delta_s^{(p)} \dots \Delta_s^{(n)} = \Delta_s$$

$$\Delta_m'', \Delta_m''', \Delta_m^{IV} \dots \Delta_m^{(p)} \dots \Delta_m^{(n)} = \Delta_m$$

distancias medias, en virtud de la fórmula (5_d) será

$$d_1 > \left\{ \begin{array}{c} \Delta_s'' \\ \Delta_m'' \end{array} \right\} > d_2 \quad d_1 > \left\{ \begin{array}{c} \Delta_s''' \\ \Delta_m''' \end{array} \right\} > d_3 \dots d_1 > \left\{ \begin{array}{c} \Delta_s \\ \Delta_m \end{array} \right\} > d_n$$

$$\Delta_s'' > \Delta_s''' > \Delta_s^{IV} \dots > \Delta_s^{(n)}$$

$$\Delta_m'' > \Delta_m''' > \Delta_m^{IV} \dots > \Delta_m^{(n)}$$

23. Volviendo á la discusión de las fórmulas (9_s) y (9_m), hallemos la diferencia

$$\begin{aligned}\Delta_s - \Delta_m &= (\Delta_s^{(n-1)} - d_n) \frac{s^{(n-1)}}{s} - (\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \frac{m^{(n-1)}}{m} \\ &= \frac{\Delta_s^{(n-1)} s^{(n-1)} + d_n s_n}{s} - \frac{\Delta_m^{(n-1)} m^{(n-1)} + d_n m_n}{m}\end{aligned}$$

y poniendo en el último miembro por $s^{(n-1)}$ y $m^{(n-1)}$ sus valores

$$s^{(n-1)} = s - s_n \quad (10_s')$$

$$m^{(n-1)} = m - m_n \quad (10_m')$$

y multiplicando por la cantidad $\frac{s}{m_n}$ se convierte en

$$\begin{aligned}\frac{s}{m_n} (\Delta_s - \Delta_m) &= (\Delta_s^{(n-1)} - \Delta_m^{(n-1)}) \frac{s}{m_n} \\ &+ \left[(\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \frac{s}{m} - (\Delta_s^{(n-1)} - d_n) \frac{s_n}{m_n} \right]\end{aligned}$$

y volviendo á escribir en el primer término $(\Delta_s^{(n-1)} - \Delta_m^{(n-1)}) \frac{s}{m_n}$

por s su valor en función de $s^{(n-1)}$ y s_n será reduciendo

$$\begin{aligned}\frac{s}{m_n} (\Delta_s - \Delta_m) &= (\Delta_s^{(n-1)} - \Delta_m^{(n-1)}) \frac{s^{(n-1)}}{m_n} \\ &+ \left[(\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \frac{s}{m} - (\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \frac{s_n}{m_n} \right] \\ &= (\Delta_s^{(n-1)} - \Delta_m^{(n-1)}) \frac{s^{(n-1)}}{m_n} + (\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \left(\frac{s}{m} - \frac{s_n}{m_n} \right)\end{aligned}$$

hagamos cero esta diferencia, tanto para encontrar la condición necesaria para que Δ_s y Δ_m sean iguales, cuanto para ver la variación que sufren á partir de este valor límite, y será:

$$(\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \left(\frac{s}{m} - \frac{s_n}{m_n} \right) = (\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \frac{s^{(n-1)}}{m_n} \dots (11_0)$$

y multiplicando por la cantidad positiva $\frac{s}{(\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \frac{s^{(n-1)}}{m_n}}$ será,

después de reducir

$$\frac{sm_n - ms_n}{ms^{(n-1)}} = \frac{\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)}}{\Delta_m^{(n-1)} - d_n} \quad (11_1).$$

El primer miembro es una fracción, puesto que su numerador es menor que el denominador, toda vez que la diferencia

$$sm_n - ms_n - ms^{(n-1)} = sm_n - m(s^{(n-1)} + s_n) = sm_n - sm = s(m_n - m) = -sm^{(n-1)}$$

es una cantidad negativa.

Pero para que se verifique la igualdad de las dos fracciones de la fórmula (11), si p es el máximo común divisor de los dos términos de la primera y q el de los dos términos de la segunda, dividiendo en cada una ambos términos por p y q respectivamente, de los que alguno ó ambos pueden ser la unidad, quedará la identidad de las dos fracciones irreducibles resultantes:

$$\frac{\frac{1}{p}(sm_n - ms_n)}{\frac{1}{p}ms^{(n-1)}} = \frac{\frac{1}{q}(\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)})}{\frac{1}{q}(\Delta_m^{(n-1)} - d_n)} \quad (11),$$

que para que se verifique es preciso la igualdad entre sus numeradores, así como la de los denominadores, lo que da las dos ecuaciones de condición

$$q(sm_n - ms_n) = p(\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)}) \quad (12)$$

$$qms^{(n-1)} = p(\Delta_m^{(n-1)} - d_n) \quad (13)$$

que resueltas, siendo las incógnitas $\Delta_s^{(n-1)}$ y $\Delta_m^{(n-1)}$, dan:

$$\Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p}sm^{(n-1)} + d_n \quad (16_s)$$

$$\Delta_m^{(n-1)} = \frac{q}{p}ms^{(n-1)} + d_n \quad (16_m)$$

valores que anulan la expresión (11), y hacen, por tanto,

$$\Delta_s = \Delta_m.$$

Para ver á qué equivalen estas condiciones, y al efecto, restemos del segundo valor el primero, y resulta:

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p}(ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)}),$$

y como de la ecuación (12) se deduce también

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p}(sm_n - ms_n),$$

será en último término

$$sm_n - ms_n = ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)} \quad (17)$$

Si se pone en el segundo miembro por s y m sus valores en función de $s^{(n-1)}$ y $m^{(n-1)}$, será, dejando invariable el primer miembro:

$$sm_n - ms_n = s^{(n-1)}m_n - s_n m^{(n-1)} \quad (17')$$

y de esta y la anterior:

$$s^{(n-1)}m - sm^{(n-1)} = s^{(n-1)}m_n - s_n m^{(n-1)} \quad (17'')$$

cuyas tres ecuaciones (17), (17') y (17''), pueden escribirse también de este otro modo:

$$\left(\frac{s}{m} - \frac{s_n}{m_n} \right) m_n = \left(\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} - \frac{s}{m} \right) m^{(n-1)} \quad (17_1)$$

$$\left(\frac{s}{m} - \frac{s_n}{m_n} \right) m = \left(\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} - \frac{s_n}{m_n} \right) m^{(n-1)} \quad (17'_1)$$

$$\left(\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} - \frac{s}{m} \right) m = \left(\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} - \frac{s_n}{m_n} \right) m_n \quad (17''_1)$$

y si hacemos

$$\left. \begin{array}{lll} m = a & m^{(n-1)} = b & m_n = c \\ \frac{s}{m} = x & \frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} = y & \frac{s_n}{m_n} = z \end{array} \right\} \quad (18)$$

se convierten en estas otras:

$$(x - z) c = (y - x) b$$

$$(x - z) a = (y - z) b$$

$$(x - y) a = (z - y) c$$

que ordenadas y simplificadas, dan:

$$(b + c) x - by - cz = 0 \quad (17_2)$$

$$ax - by - (a - b)z = 0 \quad (17'_2)$$

$$ax - (a - c) y - cz = 0 \quad (17''_2)$$

eliminando z entre las (17₂) y (17''₂), resulta:

$$x = y,$$

valor que sustituido en la (17') da

$$x = z;$$

y por tanto,

$$y = z;$$

es decir, que para que

$$\Delta_s = \Delta_m$$

es preciso, como ya sabíamos, que

$$\frac{s}{m} = \frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} = \frac{s_n}{m_n} \quad (19)$$

y por tanto, se puede establecer el teorema 10 con más generalidad de este modo.

TEOREMA 14. *Sólo cuando hay proporcionalidad entre los volúmenes de la obra y los correspondientes á los materiales extraídos de la cantera más próxima á aquélla, las distancias medias de transporte de ambos materiales resultarán iguales, puesto que $\frac{s_n}{m_n}$ es la razón de volúmenes to-*

mados de la cantera más próxima, y que la igualdad entre las razones extremas da como consecuencia la igualdad de éstas á la central, cuyos términos no son otra cosa que la diferencia de antecedentes partida por la de consecuentes de la proporción establecida entre las extremas razones.

Nota.—Las ecuaciones (17') y (17'') se han deducido de la (17), y ésta, á primera vista, pudiera hacer dudar de la exactitud de la demostración, que está basada en estas ecuaciones; pero no es así, pues debe tenerse presente que el sistema (17), (17') y (17'') no es otra cosa que el transformado del constituido por las ecuaciones (17) y (10'_s) y (10'_m). Ha sido forzoso hacer las transformaciones anteriores, porque de otro modo el valor de s se presenta bajo la forma $\frac{0}{0}$, por ser los dos términos de la fracción que le expresan divisibles por

$$a - (b + c),$$

que se anula por sí solo, puesto que

$$m = m^{(n-1)} + m_n.$$

24. Vamos ahora á buscar la condición necesaria para que

$$\Delta_s > \Delta_m;$$

pero siendo positivos $\frac{s^{(n-1)}}{m_n}$ y $\Delta_n^{(n-1)} - d_n$, no hay inconveniente en la expresión (11_a), en la que el signo $>$ debe sustituir al de la igualdad, en dividir, sin que se altere por el producto de ambas cantidades; y la condición que buscamos estará expresada por

$$\frac{sm_n - ms_n}{ms^{(n-1)}} > \frac{\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)}}{\Delta_m^{(n-1)} - d_n} \quad (20)$$

pero hemos visto que para los valores (16_s) y (16_m) las dos fracciones resultaban iguales, y habiendo de ser ahora menor la segunda que la primera, y además las dos fracciones propias, é invariable d_n , se conseguirá esto, ó disminuyendo $\Delta_m^{(n-1)}$, ó aumentando $\Delta_s^{(n-1)}$ de sus valores límites (16_s) y (16_m) antes encontrados, ó sucediendo ambas cosas á la vez; es decir, que la condición (20) se sustituye por estas otras, en las que no se excluye el signo de igualdad para alguna de ellas, pero sí para las dos á la vez:

$$\Delta_m^{(n-1)} < \frac{q}{p} ms^{(n-1)} + d_n,$$

$$\Delta_s^{(n-1)} > \frac{q}{p} sm^{(n-1)} + d_n,$$

y, por lo tanto, siendo α y ϵ dos números positivos, se podrá escribir:

$$\Delta_m^{(n-1)} = \frac{q}{p} (ms^{(n-1)} - \alpha) + d_n,$$

$$\Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p} (sm^{(n-1)} + \epsilon) + d_n,$$

y restando de la primera la segunda

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p} [(ms^{(n-1)} - sm^{(n-1)}) - (\alpha + \epsilon)] \quad (21)$$

por otra parte, para que la fracción de volúmenes sea mayor que la de distancias, esto es, para que se verifique la condición (20), y también sin excluir la igualdad, es preciso (fórmula 11), que

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} < \frac{q}{p} (sm_n - ms_n)$$

y siendo δ una cantidad positiva menor que la unidad á quien tiene por lí-

mite, se puede sustituir por esta otra:

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p} \delta (sm_n - ms_n) \quad (21_1)$$

y si en ésta se ponen por s y m sus valores en función de $s^{(n-1)}$, s_n , $m^{(n-1)}$ y m_n , resulta:

$$\Delta_m^{(n-1)} - \Delta_s^{(n-1)} = \frac{q}{p} \delta (m_n s^{(n-1)} - s_n m^{(n-1)}) \quad (21_2)$$

é igualando los tres valores (21), (21₁) y (21₂), resultan estas tres ecuaciones:

$$s^{(n-1)}m - sm^{(n-1)} - (\alpha + \delta) = \delta (sm_n - s_n m);$$

$$s^{(n-1)}m - sm^{(n-1)} - (\alpha + \delta) = \delta (s^{(n-1)}m_n - s_n m^{(n-1)})$$

$$sm_n - s_n m = s^{(n-1)}m_n - s_n m^{(n-1)};$$

y usando, como antes, la notación de las fórmulas (18), las ecuaciones se sustituirán por las siguientes:

$$(y - x)ab - (\alpha + \delta) = \delta (x - z)ac,$$

$$(y - x)ab - (\alpha + \delta) = \delta (y - z)bc,$$

$$(x - z)a = (y - z)b,$$

que ordenadas, son:

$$-a(b + c\delta)x + aby + ac\delta z = \alpha + \delta \quad (21')$$

$$-abx + b(a - c\delta)y + bc\delta z = \alpha + \delta \quad (21'_1)$$

$$ax - by + (b - a)z = 0 \quad (21'_2)$$

eliminando y entre la (21') y (21'₂) y z entre la (21') y (21'₁) para despejar x en ambas, é igualando luego los valores resultantes, se obtiene:

$$x = z - \frac{\alpha + \delta}{a(b + c\delta - a)},$$

$$x = y + \frac{a - b}{y} \times \frac{\alpha + \delta}{a(b + c\delta - a)},$$

$$y = z - \frac{\alpha + \delta}{a(b + c\delta - a)} \left(1 + \frac{a - b}{b}\right) = z - \frac{\alpha + \delta}{b(b + c\delta - a)};$$

pero

$$b + c\delta - a > 0 \quad \alpha + \delta > 0 \quad a = b + c > b \quad \delta < 1;$$

luego

$$y > x > z,$$

esto es

$$\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} > \frac{s}{m} > \frac{s_n}{m_n} \quad (22_1)$$

con lo que queda demostrado la siguiente proposición.

LEMA.—Para que la distancia media de transporte de la sillería sea mayor que la correspondiente á la mampostería, es preciso y basta que la razón de volúmenes de dichos materiales en la obra sea mayor que la razón de los extraídos de la cantera más próxima, puesto que de

$$\frac{s}{m} > \frac{s_n}{m_n} \quad (22)$$

se deduce

$$\frac{m_n}{m} > \frac{s_n}{s},$$

y restando ambos miembros de la unidad

$$\frac{m^{(n-1)}}{m} < \frac{s^{(n-1)}}{s},$$

y finalmente

$$\frac{s^{(n-1)}}{m^{(n-1)}} > \frac{s}{m}.$$

(Se continuará.)

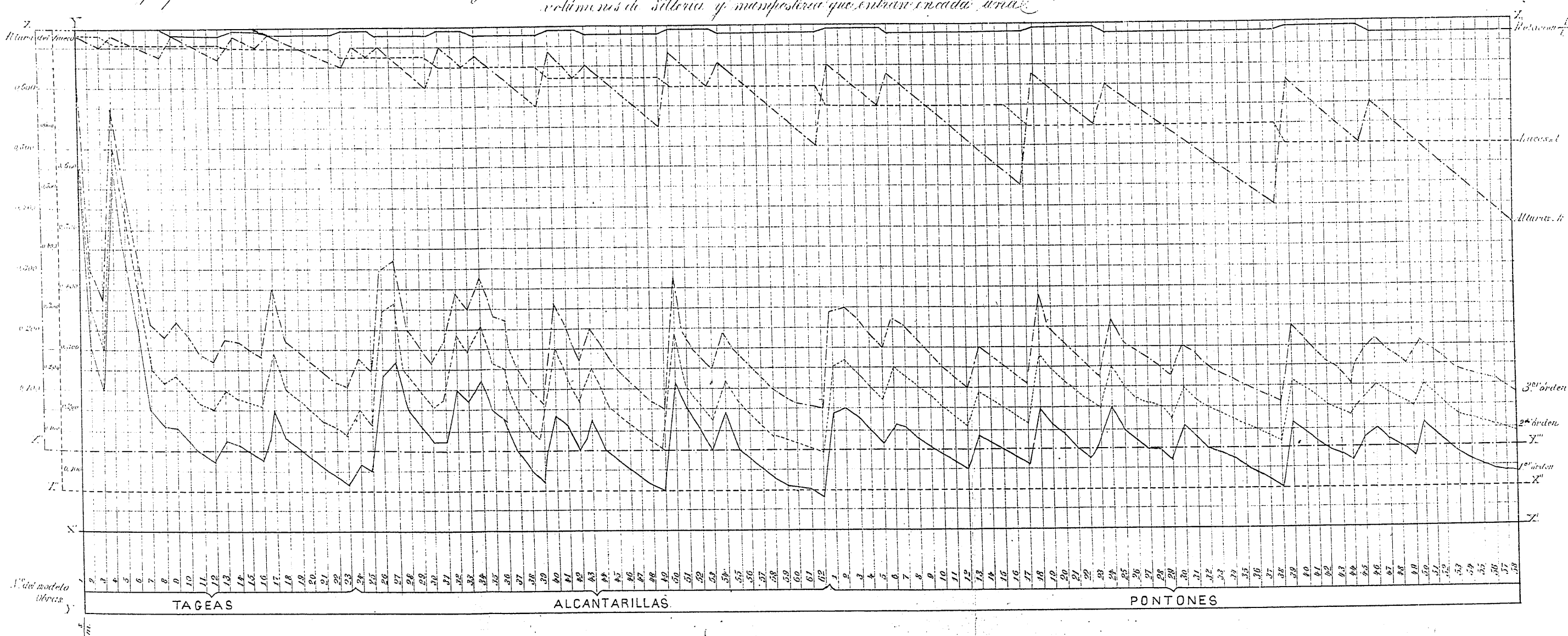
MANUEL GONZÁLEZ MARTÍ.

MADRID: 1888.

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE GREGORIO JUSTE.

Calle de Pizarro, número 15, bajo.

Cuadro gráfico de los accidentes de las obras de fábrica de la redacción oficial, con los valores sucesivos de la relación $\frac{f}{l}$ de la flecha de la luz las lucas y las alturas h y razón $\frac{h}{m}$ de los volúmenes de sillera y mampostería que entra en cada una.



Escalas

$\frac{f}{l}$ 0.005.
 l 0.005.
 h 0.005.
 $\frac{h}{m}$ 0.015.