

NOTAS

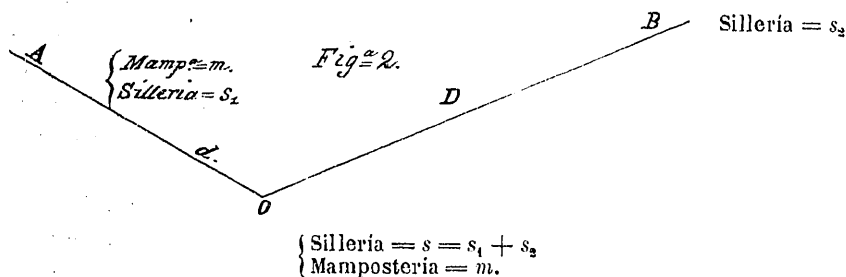
SOBRE EL CÁLCULO DE LAS DISTANCIAS MEDIAS DE TRANSPORTE DE MATERIALES
PARA LAS OBRAS DE FÁBRICA.

INTRODUCCIÓN

(Continuación)

TEOREMA 1.º—La distancia de transporte de la sillería comparada con la de la mampostería, varía en el mismo sentido que la distancia de su punto de procedencia comparada con la de la mampostería, y en sentido contrario de dichas cantidades varía la distancia Δ_m .

8. SEGUNDO CASO.—Habiendo dos canteras de sillería, la mampostería procede de una sola.—(Figura 2.ª)—Si para la obra O sólo se puede ó con-



viene extraer mampostería de la cantera A á d metros, que únicamente produce un volumen s_1 de sillería, siendo

$$s_1 < s$$

y hay que tomar el resto

$$s_2 = s - s_1$$

del punto B á D metros, las fórmulas de distancias medias serán:

$$\Delta_s = \frac{ds_1 + Ds_2}{s} = \frac{ds - ds_1 + Ds_2}{s} = d + (D - d) \frac{s_2}{s}$$

$$\Delta_m = d.$$

Valores que son iguales: 1.º Para $s_2 = 0$, ó cuando no existe la cantera B, lo que es evidente.

2.º Para $D = d$, lo que también es evidente, pues es como si sólo existiese una cantera. Fuera de estos casos, no es posible la igualdad entre Δ_s y Δ_m . Si

$$D < d \text{ será } \Delta_s < \Delta_m$$

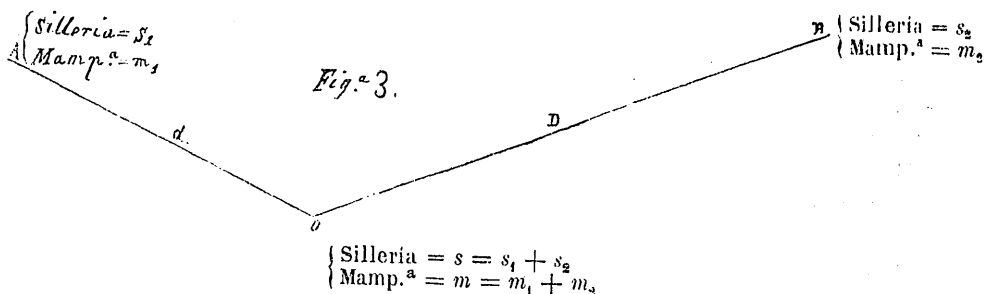
y viceversa para

$$D > d \quad \Delta_s > \Delta_m;$$

luego

TEOREMA 2.º—La distancia de transporte de la mampostería comparada con la de la sillería, crece ó decrece en el mismo sentido que la distancia á su punto de procedencia, comparada con la de la sillería.

9. TERCER CASO.—Dos canteras surten de ambos materiales cada una á una misma obra.—Este caso (figura 3.ª), es el más probable, sin duda en



la práctica, y se presenta cuando no habiendo bastante piedra de una y otra clase en A, haya que buscar una nueva cantera B, y las fórmulas son las siguientes:

$$\Delta_s = \frac{ds_1 + Ds_2}{s} = D + (d - D) \frac{s_1}{s} \dots\dots (4_s),$$

$$\Delta_m = \frac{dm_1 + Dm_2}{m} = D + (d - D) \frac{m_1}{m} \dots\dots (4_m).$$

10. Para que estas dos expresiones sean iguales, es preciso que se satisfaga la ecuación de condición

$$D + (d - D) \frac{s_1}{s} = D + (d - D) \frac{m_1}{m},$$

que simplificada se reduce á esta otra:

$$\frac{s_1}{s} = \frac{m_1}{m} \dots (4'), \text{ y como } \begin{cases} s_1 = s - s_2 \\ m_1 = m - m_2 \end{cases} \text{ será } \frac{s_2}{s} = \frac{m_2}{m} \dots\dots (4''),$$

deduciéndose de las (4') y (4'') esta otra:

$$\frac{s}{m} = \frac{s_1}{m_1} = \frac{s_2}{m_2} \dots\dots (4),$$

relaciones que demuestran el siguiente

TEOREMA 3.º—Sólo en el caso en que exista proporcionalidad entre las cantidades de sillería y mampostería de la obra con las que de los mismos materiales se extraigan de cada cantera, serán iguales las distancias medias de transporte para cada clase de fábrica.

Claro es que también serían iguales Δ_s y Δ_m para $d = D$, en cuyo caso es como si hubiera una sola cantera.

11. Mas si no existe proporcionalidad entre los volúmenes de ambos materiales ni igualdad en las distancias de las canteras á la obra, podrán ocurrir uno de los cuatro casos siguientes:

$$1.^{\circ} \quad d > D \quad \text{con} \quad \frac{s}{m} > \frac{s_1}{m_1}$$

$$2.^{\circ} \quad d > D \quad \text{con} \quad \frac{s}{m} < \frac{s_1}{m_1}$$

$$3.^{\circ} \quad d < D \quad \text{con} \quad \frac{s}{m} > \frac{s_1}{m_1}$$

$$4.^{\circ} \quad d < D \quad \text{con} \quad \frac{s}{m} < \frac{s_1}{m_1}$$

y en cualquiera de ellos el signo de $\Delta_s - \Delta_m$, será el mismo que el de la expresión

$$(d - D) \left(\frac{s_1}{m_1} - \frac{s}{m} \right) \dots\dots (5),$$

que si es positiva hará $\Delta_s > \Delta_m$, y al contrario si es negativa. Pero el signo de la expresión (5) depende del de los factores binomios que contiene, que en los dos primeros casos se reducirá al de

$$\frac{s_1}{m_1} - \frac{s}{m},$$

y en los dos últimos al de

$$\frac{s}{m} - \frac{s_1}{m_1},$$

y por lo tanto será:

$$1^{\text{er. caso}} \quad d > D \quad \frac{s_1}{m_1} < \frac{s}{m} \quad \Delta_s < \Delta_m$$

$$2.^{\circ} \quad \text{''} \quad d > D \quad \frac{s_1}{m_1} > \frac{s}{m} \quad \Delta_s > \Delta_m$$

$$3^{\text{er.}} \quad \text{''} \quad d < D \quad \frac{s_1}{m_1} < \frac{s}{m} \quad \Delta_s > \Delta_m$$

$$4.^{\circ} \quad \text{''} \quad d < D \quad \frac{s_1}{m_1} > \frac{s}{m} \quad \Delta_s < \Delta_m$$

12. Si en la diferencia

$$\frac{s}{m} - \frac{s_1}{m_1}$$

se pone primero por s y m , y después separadamente por s_1 y m_1 sus va-

lores, se obtiene

$$\frac{s_1 + s_2}{m_1 + m_2} - \frac{s_1}{m_1} = \frac{s_2 m_1 - s_1 m_2}{m_1(m_1 + m_2)}$$

$$\frac{s}{m} - \frac{s - s_2}{m - m_2} = \frac{s_2 m - s m_2}{m_1(m - m_2)}$$

pero los denominadores de los segundos miembros son esencialmente positivos, por serlo m , m_1 y m_2 , y además $m > m_2$, y por lo tanto, el signo de las expresiones anteriores depende respectivamente del de los binomios

$$\frac{s_2 m_1 - s_1 m_2}{s_2 m - s m_2},$$

que divididos respectivamente por $m_1 m_2$ y $m m_2$, cantidades positivas, se convierten en

$$\left. \begin{array}{l} \frac{s_2}{m_2} - \frac{s_1}{m_1} \\ \frac{s_2}{m_2} - \frac{s}{m} \end{array} \right\} \dots (5'),$$

binomios que sustituyen, como hemos dicho, á

$$\frac{s}{m} - \frac{s_1}{m_1};$$

pero, por hipótesis, en el primero y tercer caso este último es positivo, y negativo en el segundo y cuarto, y por lo tanto, sucederá lo propio con los (5'), esto es,

$$\begin{array}{lll} 1.^\circ \text{ y } 3.^\circ & \frac{s}{m} > \frac{s_1}{m_1} & \frac{s_2}{m_2} > \frac{s_1}{m_1} & \frac{s_2}{m_2} > \frac{s}{m} \\ 2.^\circ \text{ y } 4.^\circ & \frac{s}{m} < \frac{s_1}{m_1} & \frac{s_2}{m_2} < \frac{s_1}{m_1} & \frac{s_2}{m_2} < \frac{s}{m} \end{array}$$

ó lo que es lo mismo:

$$\begin{array}{ll} 1.^\circ \text{ y } 3.^\circ & \frac{s_2}{m_2} > \frac{s}{m} > \frac{s_1}{m_1} \\ 2.^\circ \text{ y } 4.^\circ & \frac{s_2}{m_2} < \frac{s}{m} < \frac{s_1}{m_1} \end{array}$$

y se ve que la relación de los volúmenes totales está comprendida siempre entre las de los volúmenes parciales; de donde resulta el siguiente

TEOREMA 4.º—*Cuando no existe proporcionalidad entre los volúmenes de sillería y mampostería de la obra con los de los mismos materiales extraídos de cada cantera, la relación entre los volúmenes necesarios en aquélla está comprendida entre las análogas, correspondientes á cada cantera.*

De la reunión de las fórmulas anteriores se deduce:

13. TEOREMA 5.º—*Siempre que la relación de volúmenes de sillería y mampostería necesarios en una obra es mayor que la misma relación correspondiente á la cantera más distante de las dos que la surten, la distancia media de transporte de la sillería es NECESARIAMENTE MENOR que la distancia media de transporte correspondiente á la mampostería.*

Pues con efecto, s_1 y m_1 corresponden á la cantera A, cuya distancia á la obra es d y s_2 y m_2 á la B, con la distancia D, y hemos visto (11) y (12)

$$1^{\text{er. caso.}} \quad d > D \quad \frac{s_2}{m_2} > \frac{s}{m} > \frac{s_1}{m_1} \quad \Delta_s < \Delta_m. \dots (\alpha)$$

$$4.^\circ \quad d < D \quad \frac{s_1}{m_1} > \frac{s}{m} > \frac{s_2}{m_2} \quad \Delta_s < \Delta_m. \dots (\delta)$$

fórmulas que demuestran la proposición.

14. TEOREMA 6.º—*Si la relación de los volúmenes de sillería y mampostería de una obra es menor que la de los materiales extraídos de la cantera más próxima, la distancia media de transporte de la sillería es MENOR NECESARIAMENTE que la correspondiente á la mampostería; proposición demostrada por las mismas fórmulas (α) y (δ).*

15. TEOREMA 7.º—*Siempre que la relación de volúmenes de sillería y mampostería necesarios en una obra es menor que la misma relación correspondiente á la cantera más distante de las dos que la surten, la distancia media de transporte de la sillería, es NECESARIAMENTE MAYOR que la distancia media de transporte correspondiente á la mampostería; como lo demuestran (11) y (12) las fórmulas*

$$2.^\circ \text{ caso.} \quad d > D \quad \frac{s_2}{m_2} < \frac{s}{m} < \frac{s_1}{m_1} \quad \Delta_s > \Delta_m. \dots (\beta)$$

$$3^{\text{er.}} \quad d < D \quad \frac{s_1}{m_1} < \frac{s}{m} < \frac{s_2}{m_2} \quad \Delta_s > \Delta_m. \dots (\gamma)$$

16. TEOREMA 8.º—*Si la relación de los volúmenes de sillería y mampostería de una obra es menor que la de los materiales extraídos de la cantera más distante, la distancia media de transporte de la sillería es MAYOR NECESARIAMENTE que la correspondiente á la mampostería; proposición que se deduce también de las fórmulas (β) y (γ).*

17. TEOREMA 9.º—*La distancia media de transporte de la sillería, comparada con la de la mampostería, guarda relación directa de magnitud con las razones de volúmenes de la sillería y mampostería correspondientes á la obra, comparadas con las que se refieren á la cantera más próxima, y relación inversa con la de las razones de la obra y de la cantera más distante, SIN EXCLUIR el signo de igualdad.*

Esta proposición es consecuencia de las cuatro que la preceden, ó bien

de las fórmulas (α), (ξ), (γ) y (δ), así como del teorema 3.º (9) y de la fórmula (4).

18. NOTA.—Para que estos últimos teoremas sean ciertos, es forzoso entender, por razón, la geométrica de los volúmenes comparados, sillería partido por mampostería; pues si fuera la razón inversa de ésta tendrían los teoremas que sufrir la consiguiente modificación en su enunciado y se llegarán á conclusiones inversas.

Además, las relaciones de magnitud de que se habla en el teorema 9 (17) solo son relaciones de crecimiento ó disminución, y no razones numéricas.

CAPÍTULO II

UNA SOLA OBRA CON VARIAS CANTERAS.

19. Supongamos que para una misma obra sea necesario tomar los materiales de las

canteras	$c_1, c_2, c_3 \dots c_n$	que dan volúmenes de
sillería	$s_1, s_2, s_3 \dots s_n$	y de
mampostería	$m_1, m_2, m_3 \dots m_n$	hallándose de la obra á las
distancias	$d_1, d_2, d_3 \dots d_n$	siendo los volúmenes s y m necesarios en la obra

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n \dots \dots \dots (5_s)$$

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n \dots \dots \dots (5_m)$$

Las distancias medias serán (2)

$$\Delta_s = \frac{d_1 s_1 + d_2 s_2 + d_3 s_3 + \dots + d_n s_n}{s} \dots \dots \dots (6_s)$$

$$\Delta_m = \frac{d_1 m_1 + d_2 m_2 + d_3 m_3 + \dots + d_n m_n}{m} \dots \dots \dots (6_m)$$

La relacion de magnitud de estas dos expresiones, vendrá dada por el signo de la diferencia

$$\frac{d_1 s_1 + d_2 s_2 + d_3 s_3 + \dots + d_n s_n}{s} - \frac{d_1 m_1 + d_2 m_2 + d_3 m_3 + \dots + d_n m_n}{m} \dots (6)$$

Puesto que de todas las distancias, alguna ha de ser mayor que las demás, sin lo que todas serían iguales y quedaria este problema reducido al de una sola cantera, supongamos que estén colocadas por orden de magnitud, según las hemos presentado en el cuadro

$$d_1 > d_2 > d_3 > \dots > d_n \dots \dots \dots (5_d);$$

esto es, que la magnitud relativa de una distancia está representada por el subíndice que la afecta, de mayor á menor.

(Se continuará.)

MANUEL GONZÁLEZ MARTÍ.

MADRID: 1888.

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE GREGORIO JUSTE.

Calle de Pizarro, número 15, bajo.