

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.

MADRID, 15 DE OCTUBRE DE 1887.

4.ª Serie.

Tomo 5.º

Número 19.

AÑO XXXV DE LA PUBLICACIÓN.

SUMARIO.

Puerto de Barcelona. Estudio teórico y práctico de los bloques huecos propuestos para la construcción de los nuevos muelles, por D. Julio Valdés, Ingeniero de Caminos (continuación) — Consideraciones acerca de la estabilidad de las bóvedas, por D. Luis Gaztelu, Ingeniero de Caminos.—Lámina 67: *Estabilidad de las bóvedas.*

PUERTO DE BARCELONA

ESTUDIO TEÓRICO Y PRÁCTICO DE LOS BLOQUES HUECOS PROPUESTOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE NUEVOS MUELLES.

(Continuación.)

$$r = \frac{\theta}{\psi},$$

$$u = \frac{e^2}{42 \rho^2};$$

$$A = \frac{\frac{1}{2} \psi (\text{sen.}^2 \psi - \text{sen.}^2 \theta) - \text{sen.} \psi (\psi \text{ sen.} \theta + \cos. \psi - \theta \text{ sen.} \theta - \cos. \psi)}{\frac{1}{2} \psi \text{ sen.} \psi \cos. \psi + \frac{1}{2} \psi^2 - \text{sen.}^2 \psi};$$

$$B = \frac{\psi \text{ sen.} \theta - \theta \text{ sen.} \psi}{\frac{1}{2} \psi \text{ sen.} \psi \cos. \psi + \frac{1}{2} \psi^2 - \text{sen.}^2 \psi};$$

$$C = \frac{\frac{1}{2} (\text{sen.} \psi - \psi) (\text{sen.} \psi - \text{sen.} \theta)^2 - (\text{sen.} \psi - \frac{1}{2} \psi - \frac{1}{2} \text{sen.} \psi \cos. \psi) (\psi - \theta) \text{sen.} \theta + \cos. \psi - \cos. \psi}{\frac{1}{2} \psi \text{ sen.} \psi \cos. \psi + \frac{1}{2} \psi^2 - \text{sen.}^2 \psi};$$

$$D = \frac{\psi \text{ sen.} \theta - \theta \text{ sen.} \psi + \text{sen.} \psi (\text{sen.} \psi - \text{sen.} \theta) - \frac{1}{2} (\psi - \theta) (\psi + \text{sen.} \psi \cos. \psi)}{\frac{1}{2} \psi \text{ sen.} \psi \cos. \psi + \frac{1}{2} \psi^2 - \text{sen.}^2 \psi};$$

$$u = \frac{\frac{1}{2} (\psi^2 - \theta^2) (\text{sen.}^2 \psi - \text{sen.}^2 \theta)}{\frac{1}{2} \psi^2 (\text{sen.}^2 \psi - \text{sen.}^2 \theta) - \psi \text{ sen.} \psi (\psi \text{ sen.} \psi + \cos. \psi - \theta \text{ sen.} \theta - \cos. \psi)};$$

$$b = \frac{-\frac{1}{2} \psi (\psi + \text{sen. } \psi \cos. \psi)}{\frac{1}{2} \psi \text{sen. } \psi \cos. \psi + \frac{1}{2} \psi^2 - \text{sen.}^2 \psi};$$

$$c = \frac{\psi^2 (\text{sen. } \psi - \text{sen. } \theta) \left(-\frac{1}{2} \psi \text{sen. } \psi + \frac{1}{2} \psi \text{sen. } \theta - \text{sen. } \psi \text{sen. } \theta \right)}{(\psi - \theta)^2 \left(\frac{1}{2} \psi \text{sen. } \psi \cos. \psi + \frac{1}{2} \psi^2 - \text{sen.}^2 \psi \right)}$$

Aplicando estas fórmulas al caso actual, y considerando para mayor sencillez un solo segmento, ó sea toda la semi-bóveda (lámina 59), comenzaremos por determinar el centro de gravedad total de la semi bóveda *primitiva*, cuyas sencillas construcciones y cálculos se indican en la figura con todo detalle y claridad. Hallado este centro, se obtiene con facilidad el valor θ , y por lo tanto, el de r (puesto que $\psi = 90^\circ$), así como el correspondiente á μ , cuyo par será negativo en este caso por caer la vertical de la sobrecarga á la izquierda del centro de gravedad, y obrar, por lo tanto, en sentido contrario al empuje.

Los valores de a , b y c se deducen directamente de las tablas publicadas por el Sr. Saavedra, toda vez que en b no entra más variable que ψ , y que la influencia de la variación introducida por θ en los valores de a y de c para una amplitud dada de ψ , es completamente despreciable.

No sucede esto con los valores de las funciones A , B , C y D , puesto que el valor de r en el caso actual no se halla en las tablas. Dicha circunstancia nos obliga á calcularlas directamente, si bien se simplifican bastante las operaciones, sustituyendo en sus fórmulas los valores de $\psi = 90^\circ$, y de sus líneas trigonométricas $\text{sen. } \psi = 1$ y $\cos. \psi = 0$.

Dichas fórmulas se transforman en las siguientes:

$$A = \frac{\frac{1}{2} \psi (1 - \text{sen.}^2 \theta) - \psi + \theta \text{sen. } \theta + \cos. \theta}{-\frac{1}{2} \psi^2 - 1};$$

$$B = \frac{\psi \text{sen. } \theta - \theta}{-\frac{1}{2} \psi^2 - 1};$$

$$C = \frac{\frac{1}{2} (1 - \psi) (1 - \text{sen. } \theta)^2 - \left(1 - \frac{1}{2} \psi\right) (\psi - \theta) \text{sen. } \theta - \cos. \theta}{\frac{1}{2} \psi^2 - 1};$$

$$D = \frac{\psi \text{sen. } \theta - \theta + 1 - \text{sen. } \theta - \frac{1}{2} (\psi - \theta) \psi}{\frac{1}{2} \psi^2 - 1};$$

Los resultados de estos cálculos preliminares, ó sean los valores de los elementos de Q y N , son los que á continuación se expresan:

$$e = 0,60,$$

$$\psi = 90^\circ;$$

$$\alpha = \frac{e^2}{12 \rho^2} = 0,0468.$$

$$a = 3,8.$$

$$\theta = 42^{\circ}, 13';$$

$$b = 5,3.$$

$$r = \frac{\theta}{\psi} = 0,469;$$

$$c = 3,2.$$

$$\rho = 0,80 (1);$$

$$1 + b'z = 1,248.$$

Desarrollo de $\psi = 1,57$.

Idem de $\theta = 0,7367$.

Arco $\psi = 2,4649$.

Sen. $\theta = 0,6719$.

Sen.² $\theta = 0,4514$.

Cos. = 0,7406.

$P' = (\text{sobrecarga total}) = 11,2646$;

$P = (\text{peso total}) = 11,954$;

$\gamma = (\text{par producido por } P') = 11,2646 \times -0,0045 = -0,0507$.

$$A = \frac{\frac{1}{2} \times 4,57 (1 - 0,4514) - 1,57 + 0,7367 \times 0,6719 + 0,7406}{0,2324} = 0,4135;$$

$$B = \frac{4,57 \times 0,6719 - 0,7367}{0,2324} = 1,3688;$$

$$C = \frac{\frac{1}{2} (4 - 4,57) (1 - 0,6719)^2 - (1 - \frac{1}{2} \times 4,57) ((4,57 - 0,7367) \times 0,6719 - 0,7406)}{0,2324} = 0,03532;$$

$$D = \frac{4,57 \times 0,6719 - 0,7367 + 1 - 0,6719 - \frac{1}{2} (1,57 - 0,7367) 4,57}{0,2324} = -0,0339.$$

Sustituyendo estos valores en las fórmulas de Q y de N, obtendremos los siguientes resultados:

$$Q = 11,954 \times \frac{0,4135 (1 - \frac{3,8}{1 - 0,469^2} \times 0,0468)}{1,248} - \frac{0,0507}{0,8} \times \frac{1,3688}{1,248} = 2,9882;$$

$$N = 11,954 \times 0,80 \times \frac{0,03532 (0,03532 - 0,4135 - (1 - 0,469)^2 3,2) 0,0468}{1,248} - \frac{0,0507 (-0,0339 - (1 - 0,469) 0,248)}{1,248} = -0,18923;$$

luego el empuje $Q = 2,9882 \times 2,240 = 6,693$ kilogramos, y

$$\frac{N}{Q} = \frac{-0,18923}{2,9882} = -0,0633.$$

Comparando el valor obtenido para Q con el resultante de las construcciones gráficas anteriores, igual á **6.334** kilogramos, se nota en el primero un pequeño exceso de 359 kilogramos, casi despreciable, lo que comprueba la exactitud de ambos métodos.

Si en vez de tomar $\rho = 0,80$, valor del radio del arco medio, se hubiera sustituido en los cálculos el de $\rho = 0,735$, ó sea el del verdadero radio

(1) Tomando el radio de curvatura $\rho = 0,735$.

de curvatura, se hubiera obtenido:

$$Q = 2,71 \times 2240 = 6070 \text{ kilogramos,}$$

menor en este caso en 264 kilogramos que el deducido por la construcción gráfica. El último puede, pues, considerarse como un verdadero término medio entre los dos resultados analíticos.

El valor de la relación $\frac{N}{Q}$ nos indica que el punto de aplicación de empuje sobre la junta vertical de la clave, se encuentra $0^m,0633$ más elevada que su punto medio (por el signo negativo de N.)

Este será el punto de arranque de la curva de presiones, cuya construcción queda reducida á una sencilla operación gráfica.

Curva de presiones.—Para su trazado bastará, en efecto, medir sobre una horizontal cualquiera la magnitud del empuje Q; tomar en la vertical, levantada por uno de sus extremos, las longitudes representativas de los pesos de cada segmento con su sobrecarga, y unir los puntos así obtenidos con el extremo opuesto de la horizontal. Es evidente que las hipotenusas de los triángulos rectángulos, cuya base común será Q, nos representarán en magnitud y dirección las resultantes totales de las fuerzas que actúan en cada una de las juntas de la semi-bóveda considerada, bastando para obtener las de la opuesta tomar las simétricas de las anteriores con relación á la vertical de los pesos.

La posición de estas resultantes se halla también determinada, puesto que conocemos uno de sus puntos y su dirección. Estos puntos son las intersecciones de las verticales sucesivas de los centros de gravedad de cada segmento con la horizontal del empuje, pues con arreglo á las leyes de la Estática, hallándose en equilibrio las tres fuerzas, que actúan según las direcciones indicadas, éstas se han de encontrar forzosamente en un punto común. Las paralelas desde cada uno de dichos encuentros con los planos correlativos de las juntas, nos darán, por lo tanto, otros tantos puntos de la curva de presiones, que de este modo quedará determinada desde la clave á los arranques. Para continuar esta curva hasta la base del bloque, bastará combinar la última resultante obtenida para la semi-bóveda con los pesos sucesivos de los segmentos en que se dividan los estribos y cuerpo inferior del macizo. Estas construcciones no ofrecen dificultad alguna, y se han dibujado en el plano con toda claridad.

Hay que tener en cuenta, sin embargo, una circunstancia esencial para el aumento de resistencia, é influyente en la exacta determinación de aquella curva en el cuerpo inferior del bloque. Si consideramos dentro de este macizo un punto cualquiera de la resultante final de todas las fuerzas hasta el presente enumeradas, y descomponemos dicha resultante en dos direc-

ciones, normal y paralela al plano horizontal que pasa por el punto en cuestión, la acción de la fuerza tangencial (prescindiendo por ahora de las resistencias debidas al rozamiento y la cohesión), según dicho plano, tenderá, en unión con la componente simétrica de la otra semi-bóveda, á romper el bloque por la sección media de su cuerpo inferior que, como sabemos, forma un solo macizo con las prolongaciones verticales de los estribos. Esta fuerza de tracción debe engendrar, por lo tanto, una resistencia análoga, debida á la cohesión del material, y como esto sucederá en todos los puntos del macizo, la resultante de estas nuevas fuerzas resistentes se encontrará aplicada en su plano horizontal medio, siendo su intensidad igual al producto del área de su sección transversal por el coeficiente de cohesión que, como límite muy inferior, hemos apreciado en 1,12 kilogramos por centímetro cuadrado, ó sea:

$$R_c = 1,12 \times 0,50 \times 2.240 = 5.600 \text{ kilogramos,}$$

cuya magnitud habrá que combinar con la resultante anterior para obtener la final del sistema y su punto de intersección con la base del bloque.

(Se continuará.)

JULIO VALDÉS,
Ingeniero de Caminos.

CONSIDERACIONES

ACERCA DE LA ESTABILIDAD DE LAS BÓVEDAS

DETERMINACIÓN DE LAS PRESIONES POR MEDIO DE FÓRMULAS EMPÍRICAS Y TRAZADOS GRÁFICOS

POR

DON LUIS GAZTELU,

Ingeniero de Caminos.

(Lámina 67.)

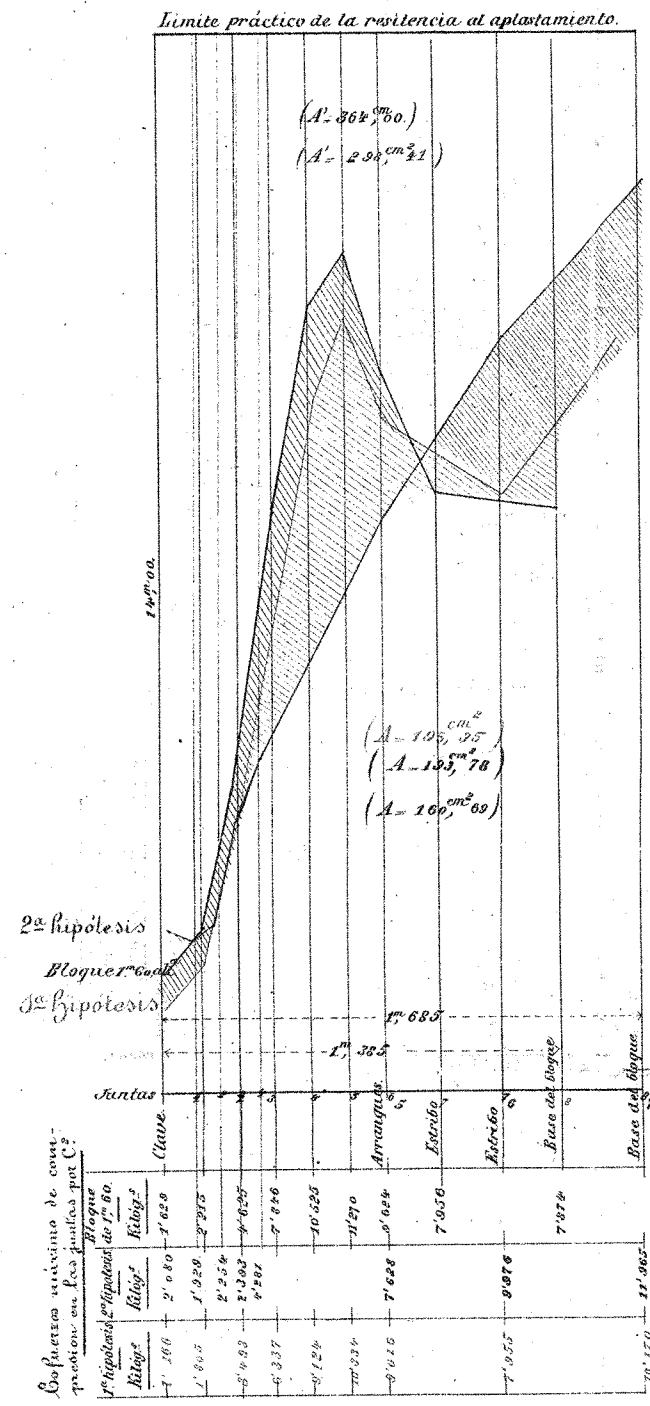
I.—GENERALIDADES

En los números correspondientes á los meses de Febrero de 1885 y Junio de 1886 de los *Annales des Ponts et Chaussées*, se publicaron dos interesantes Memorias de los Ingenieros MM. Laterrade y Tourtay, que tienen por objeto establecer fórmulas sencillas y de fácil aplicación para calcular la presión media que sufren las bóvedas en la junta de la clave. El primero dió á conocer las que se refieren á los arcos de medio punto, determinándolas por medio de un procedimiento aproximado, y corrigiendo sus coeficientes por comparación con los resultados de los trazados gráficos usuales consiguió llegar á una fórmula que da la presión media en la clave con gran exactitud. El segundo, demostró que los principios en que se funda la fórmula de Laterrade son igualmente aplicables á los arcos rebajados, y por el mismo procedimiento dedujo las fórmulas correspondientes á este caso.

Curvas gráficas de los esfuerzos y resistencias por compresión y por deslizamiento. Determinación de los coeficientes medios de estabilidad para cada hipótesis.

Figura 1ª

Curvas de los esfuerzos de compresión.



Trabajos totales de las fuerzas.

Bloque de 2m de altura.
Área representativa del trabajo de las resistencias: A' = 200,000.
Id. id. del trabajo de los esfuerzos por compresión: A = 100,000.

Bloque de 1m 60 de altura.
Área representativa del trabajo de las resistencias: A' = 200,000.
Id. id. del trabajo de los esfuerzos por compresión: A = 100,000.

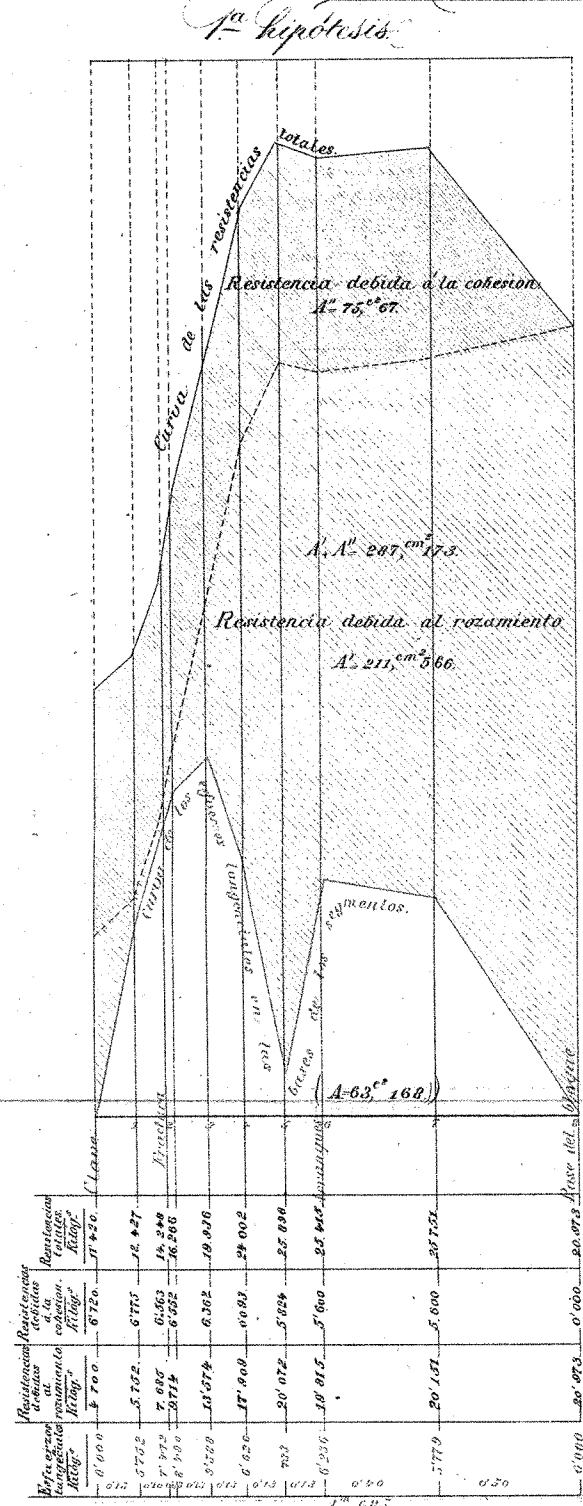
Coeficientes medios de estabilidad.

Bloque de 2m de altura: C_m = 1.033.
B hipótesis: C_m = 1.033.
Bloque de 1m 60 de altura: C_m = 1.037.

Relación entre los coeficientes análogos de ambos modelos: C_m = 1.033.

Figura 2ª

Bloque hueco de 2m de altura.



Trabajos totales de las fuerzas.

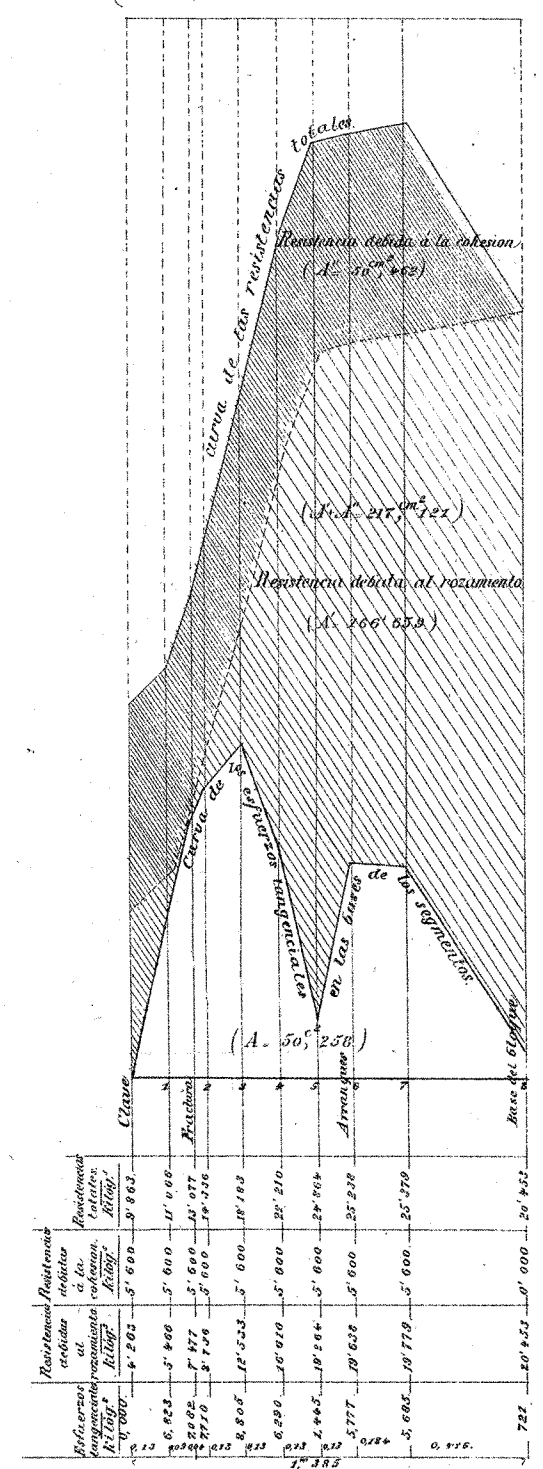
Área representativa del trabajo de los esfuerzos tangenciales: A = 60,000.
Id. id. de las resistencias debidas al rozamiento: A = 200,000.
Id. id. de las resistencias debidas a la cohesión: A = 75,000.
Id. id. de las resistencias totales: A = 275,000.

Coeficientes medios de estabilidad.

Considerando solamente en cuenta la resistencia debida al rozamiento: C_m = 3.342.
Considerando en cuenta todas las resistencias: C_m = 4.546.

Figura 3ª

Bloque de 1m 60 de altura.



Trabajos totales de las fuerzas.

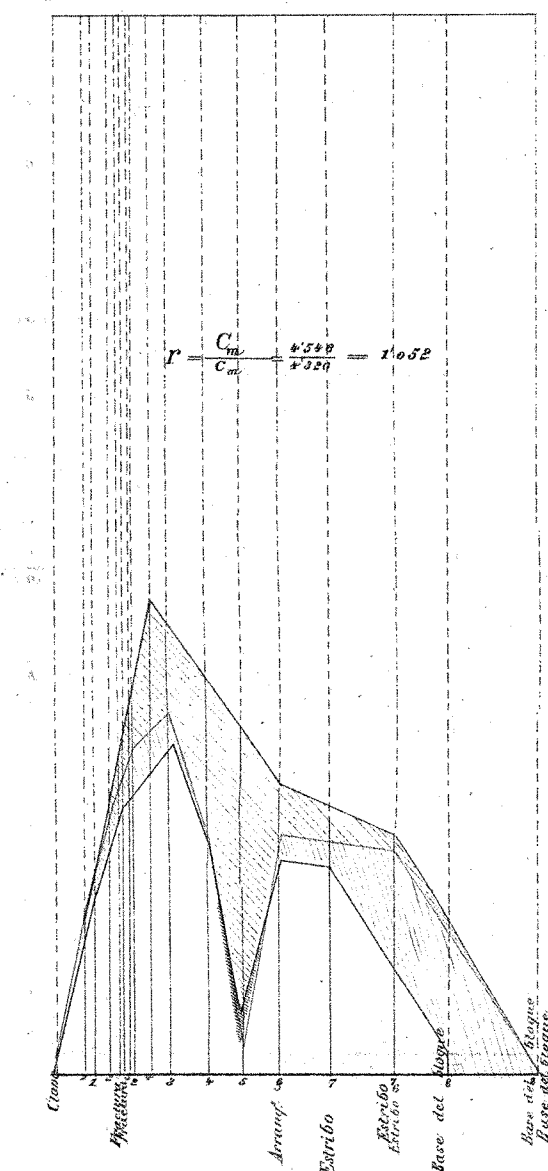
Área representativa del trabajo de los esfuerzos tangenciales: A = 60,000.
Id. id. de las resistencias debidas al rozamiento: A = 200,000.
Id. id. de las resistencias debidas a la cohesión: A = 75,000.
Id. id. de las resistencias totales: A = 275,000.

Coeficientes medios de estabilidad.

Considerando solamente en cuenta la resistencia debida al rozamiento: C_m = 3.342.
Considerando en cuenta todas las resistencias: C_m = 4.546.

Figura 4ª

Curvas de los esfuerzos tangenciales.



Relación entre los coeficientes análogos de ambos modelos:

$$C_m = \frac{A'}{A} = \frac{200,000}{100,000} = 2.000$$

Figura 1ª para las verticales
Figura 2ª para las horizontales
Figura 3ª para las verticales
Figura 4ª para las horizontales