

NOTA SOBRE EL CÁLCULO DE ARCOS DE GRANDES LUCES,

POR EL SR. D. LEÓN BOYER.

Las excepcionales dimensiones del viaducto de Garabit exigían que se empleasen en los cálculos métodos más exactos que los usados generalmente, por lo que hemos tenido que deducir nuevos procedimientos, que vamos á exponer sumariamente en esta Nota.

El gran arco y las pilas se han considerado sucesivamente como prismas elásticos y como sistemas articulados; de esta manera se han obtenido, por dos caminos distintos, resultados que se comprueban mutuamente.

CÁLCULOS BASADOS EN LA TEORÍA DE LOS SISTEMAS ELÁSTICOS.

Nada ha sido preciso añadir, en lo que se refiere á la acción de los pesos, á los métodos desarrollados por nuestro sentido profesor Bresse, y empleados muy hábilmente en el cálculo del puente sobre el Duero por los Sres. Eiffel y Seyrig. Respecto á la acción del viento, ha sido necesario establecer las fórmulas siguientes para calcular las reacciones en la clave de una mitad del arco sobre la otra.

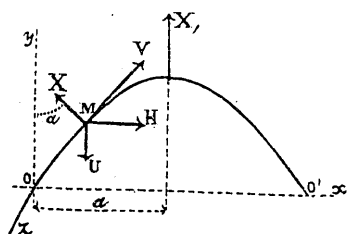


Fig. 1.

Considerando una sección normal en el punto M de la fibra media (fig. 1.^a), pueden reducirse todas las fuerzas que actúan á la derecha de esta sección: 1.º Á una fuerza igual á su resultante en el mismo sentido y de la misma dirección; como todas las acciones del viento son paralelas al eje de las z , esta resultante estará situada en el plano de la sección. 2.º Á un par, cuyo eje representativo estará en el plano longitudinal de simetría, y cuyo momento será igual á la suma de los momentos con relación al punto M de todas las fuerzas (comprendidos los pares), que obran á la derecha de esta sección.

Este par puede descomponerse en otros dos, uno de los cuales, el par de torsión, tendrá la dirección de la tangente MV, y el otro, el par de flexión transversal, la de la normal MX. A causa de la simetría, son nulos en la clave la resultante de las fuerzas y el par de torsión; el cálculo de X_1 , par de flexión, transversal en este punto, está fundado en la consideración de que, á consecuencia del empotramiento y de la simetría, son nulas las rotaciones con relación á oy de la sección de arranque y de la clave, durante la deformación.

Sea α el ángulo que forma MX con oy.

El par de torsión dará lugar alrededor de MV á una rotación elemental $\frac{Vds}{e}$, representando ds la longitud de fibra media comprendida entre dos secciones infinitamente próximas, V el par de torsión y e el momento de inercia polar; la componente de esta rotación, en dirección del eje de las y , será

$$\frac{Vds \operatorname{sen.} \alpha}{e}$$

El par de flexión engendrará alrededor de MX una rotación igual á $\frac{Xds}{EI'}$; en cuya expresión representa E el coeficiente de elasticidad y EI' el momento de inercia de la sección en el sentido transversal; aproximadamente se tiene

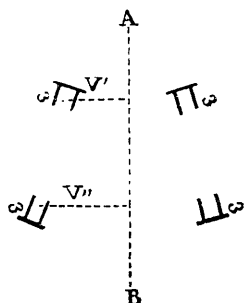


Fig. 2.

$$I' = 2\omega (v'^2 + v''^2),$$

siendo ω la sección de un nervio del arco y v' y v'' las distancias de los centros de gravedad de estos nervios al eje de la sección, (fig. 2.ª)

La componente de esta segunda rotación, en dirección de oy , será:

$$\frac{Xds \cos. \alpha}{EI'}$$

Si se reemplaza ds por $\frac{dx}{\cos. \alpha}$, se ve que

a rotación total es:

$$\left(\frac{V \operatorname{tg.} \alpha}{e} + \frac{X}{EI'} \right) dx.$$

La suma de las rotaciones desde el punto o hasta la clave, será:

$$(a) \quad \int_0^a \left(\frac{V \operatorname{tg.} \alpha}{e} + \frac{X}{EI'} \right) dx.$$

Sean H y U las componentes horizontal y vertical del par total, procedente de las fuerzas exteriores que actúan entre M y la clave, se tiene:

$$\begin{aligned} V &= H \cos. \alpha - U \operatorname{sen.} \alpha + X_1 \operatorname{sen.} \alpha, \\ X &= -H \operatorname{sen.} \alpha - U \cos. \alpha + X_1 \cos. \alpha; \end{aligned}$$

hagamos

$$V = V' + X_1 \operatorname{sen.} \alpha, \quad X = X' + X_1 \cos. \alpha,$$

y substituyendo estos valores en la integral (a), que es igual á cero, se tiene:

$$\int_0^a \frac{V' \operatorname{tg.} \alpha}{e} dx + \int_0^a \frac{X'}{EI'} dx + X_1 \int_0^a \frac{\operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} \alpha}{e} dx + X_1 \int_0^a \frac{\cos. \alpha}{EI'} dx = 0;$$

de donde

$$X_1 = - \frac{\int_0^a \frac{V' \operatorname{tg.} \alpha}{e} dx + \int_0^a \frac{X'}{EI'} dx}{\int_0^a \frac{\operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} \alpha}{e} dx + \int_0^a \frac{\cos. \alpha}{EI'} dx}.$$

Reemplazando las integrales por sumas de términos, en número igual al de los segmentos de que consta, se tiene:

$$X_1 = - \frac{\sum_0^a \left(\frac{V' \operatorname{tg.} \alpha}{e} + \frac{X'}{EI'} \right) \Delta x}{\sum_0^a \left(\frac{\operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} \alpha}{e} + \frac{\cos. \alpha}{EI'} \right) \Delta x}.$$

Por medio de consideraciones geométricas muy sencillas, se deduce que en el caso de segmentos rectangulares, si V es el momento de torsión de una sección trazada por un montante, supuesto normal á la fibra media; si X es el ángulo que esta sección ha girado con relación á la que pasa por el montante próximo; suponiendo que el arco entre las dos secciones consideradas sea un prisma recto de base rectangular; si además α es el ángulo que forma una barra de arriostamiento ó de cclosía con la sección normal; ω la sección de esta barra; r su distancia al centro de la sección; y Δs la distancia entre las dos secciones, se tiene, despreciando las fuerzas propias del segmento considerado:

$$V = \frac{X}{\Delta s} E \sum \omega r^2 \operatorname{sen.} \alpha \cos.^2 \alpha,$$

de donde

$$x = \frac{V \Delta s}{E \sum \omega r^2 \operatorname{sen.} \alpha \cos.^2 \alpha}.$$

El momento de inercia polar tiene, pues, por expresión:

$$e = E \sum \omega r^2 \operatorname{sen.} \alpha \cos.^2 \alpha.$$

Hemos admitido que se podía emplear en el cálculo del arco de Garabit, aunque no se realicen en este caso, las hipótesis que han servido de base para deducir el valor de e ; podrá, además, hacerse uso generalmente de la expresión

$$e = \frac{E}{2} \Sigma \omega r^2 \cos. \alpha,$$

sin alterar de un modo notable los resultados (1).

El método basado en la teoría del prisma elástico tiene el grave defecto de exigir que en los cálculos relativos á los arcos formados de un sistema de barras, se recurra á la hipótesis de la articulación al mismo tiempo que á las que sirven de base á la teoría del prisma elástico, y además que se apliquen á arcos de todas formas las fórmulas establecidas para una determinada; de aquí resultan causas de error, cuyo efecto es imposible apreciar.

Esto nos ha obligado á buscar una nueva solución del problema, partiendo exclusivamente de la hipótesis de la articulación (2).

Vamos á exponer á continuación el método que ha sido preciso establecer con este objeto; una gran parte de los principios en que está fundado se encuentran desarrollados en una notable nota del Sr. Lévy, publicada en su *Estática gráfica*.

CÁLCULOS BASADOS EN LA HIPÓTESIS DE LA ARTICULACIÓN.

I. *Preliminares.*—Para que la tensión de una barra ó la reacción de un apoyo de un sistema articulado sea calculable con el auxilio tan sólo de las fórmulas de Estática, es necesario y basta que la barra ó el apoyo sea indispensable para fijar la posición de uno á lo menos de los vértices del sistema (lo que se demuestra por medio del teorema del trabajo virtual).

Cuando esta condición no queda satisfecha por todas las barras y por todos los apoyos, se dice que el sistema tiene barras ó enlaces en exceso.

II. *Método general para determinar las tensiones en los sistemas con excesos de barras ó de apoyos.*—La indeterminación que dejan las fórmulas de Estática para el cálculo de las tensiones de las barras ó de las reacciones de los apoyos, cuando hay exceso de ellos, no es más que aparente; siempre se pueden calcular las tensiones de todas las barras y las reacciones de todos los apoyos, teniendo en cuenta las condiciones de deformación.

En todos los casos es posible, suprimiendo cierto número de barras ó de apoyos (3), hacer que el sistema no conserve más que los indispensables para definir la posición de todos los vértices, transformándolo, por consecuencia, en otro calculable por la Estática.

(1) El sabio Profesor Sr. Bresse ha guiado al Sr. Boyer en el cálculo de la expresión de e .

(2) El Sr. Eiffel y sus Ingenieros han hecho, por su parte, los cálculos por el método del prisma elástico, empleando procedimientos gráficos muy ingeniosos.

(3) Se entiende aquí por apoyo una línea de apoyo en el plano ó una superficie de apoyo en el espacio. Un punto fijo equivale á dos líneas de apoyo en el plano y á tres superficies en el espacio.

Tomando, pues, por incógnitas las tensiones de las barras y las reacciones de los apoyos suprimidos, se tienen, por la Estática, las tensiones y reacciones de todos los demás, en función de las fuerzas exteriores y de las tensiones y reacciones desconocidas.

(Se continuará.)

MEMORIA SOBRE EL RENACIMIENTO,

POR

DON TEODOSIO ALONSO PESQUERA

INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.

PREMIADA EN LOS JUEGOS FLORALES DE VALLADOLID.

(Continuación.)

El Licenciado Juan de las Roelas (1558 á 1625), procuró cambiar las tradiciones de la escuela romana, introduciendo el vigoroso colorido veneciano, siendo además maestro de una de las glorias de Sevilla, de Zurbarán (1598 á 1662) «*pintor del Rey y rey de los pintores*», como delicadamente le llamó Felipe IV, si bien, á imitación de Ribera, con quien tiene no poca analogía, fué más dócil que á las enseñanzas de Roelas á los consejos de Caravaggio, á quien superó en elevación de estilo y dignidad de sentimiento. Mas años antes había ya comenzado la época brillante de la pintura sevillana: los Castillos (Agustín, Juan y Antonio); pero sobre todo Juan (1584 á 1640), impresionado con las obras de Roelas, rompió las costumbres escolásticas, agrupando las figuras con sencillez, copiando del modelo vivo, no pidiendo sus tipos sino á la naturaleza, y hasta colocando, con escándalo de Pacheco, accesorios de la vida doméstica en sus cuadros religiosos, cabiéndole también la indiscutible gloria de ser el inspirador de los mayores artistas de su patria, pues dió lecciones á Murillo, Pedro Medina, Alonso Cano y Pedro Moya. Y al mismo tiempo aparece Herrera el Viejo, «*figura sombría, apasionada, trágica y casi terrible en su grandiosa rudeza*», como dice Lefort. No sufriendo consejo de maestros y despreciando la tradición de los sectarios de Vargas, sólo desea el modo de traducir sus impetuosas impresiones; no trata de agradar, sino de conmover. Si alguno pudo influir en su carácter independiente fué Roelas, á quien imitó por su vigoroso colorido, teniendo además un dibujo tan acentuado y una ejecución tan firme que, según el distinguido crítico T. Thore (1), ni Caravaggio ni Ribera excedieron jamás. A la vez Pacheco (1571 á 1651),

(1) *Études sur la peinture espagnole*. París, 1835.