TRAMOS METÁLICOS

PARA EL

PUENTE DEL GUADALIMAR, EN LA CARRETERA DE BAILÉN A BAEZA, PROVINCIA DE JAÉN.

(Continuación.)

Momentos máximos de flexión.

Si se trazan curvas cuyas ordenadas sean los valores de M y las abscisas los de x, se obtiene para cada tramo y para cada hipótesis una parábola.

Examinando las cinco que comprenden el primer tramo, se observa que la relativa á la cuarta hipótesis tiene ordenadas mayores, en valor absoluto, que todas las demás hasta cierta abscisa, para la cual ya empiezan á ser de mayor valor absoluto las ordenadas negativas de la parábola correspondiente á la segunda hipótesis.

Para determinar el valor de x, que corresponde á ordenadas iguales, pero de signo contrario en ambas parábolas, basta igualar sus ordenadas cambiando á una de ellas el signo y deducir x de la ecuación que resulte; se obtiene así:

$$31x - 771 = 501 - 22x \;\ldots\ldots\; \text{y } x = 24^{m}.$$

A partir de este punto, las mayores ordenadas corresponden á la parábola relativa á la segunda hipótesis, hasta un punto en el cual tienen mayor valor las correspondientes á la curva de la hipótesis tercera; la abscisa de este punto se deduce de la ecuación

$$22x - 501 = 31x - 735 \;\ldots\ldots\; \text{y es } x = 26^{m},0.$$

Así, pues, el máximo momento de flexión en un punto cualquiera de la viga en el primer tramo, se deduce de las ecuaciones siguientes:

$$\text{Desde } x = 0 \text{ hasta } x = 24^{m},\quad M = -50\,(31x^2 - 771x)$$
$$\text{Desde } x = 24^{m} \text{ hasta } x = 26^{m},\quad M = -50\,(22x^2 - 501x)$$
$$\text{Desde } x = 26^{m} \text{ hasta } x = 30^{m},\quad M = -50\,(31x^2 - 735x).$$

Para la primera mitad del segundo tramo (mitad en que es necesario ocuparse por la simetría de los momentos máximos de flexión), comienzan siendo mayores que las demás las ordenadas negativas de la curva correspondiente á la tercera hipótesis hasta su intersección con la relativa á la primera; la abscisa de este punto se deduce de la ecuación

$$31x^2 - 930x + 5.850 = 22x^2 - 705x + 5.040 \text{ y es } x = 4^{m},36.$$

A la curva relativa á la primera hipótesis, corta luego la corrrespondiente á la cuarta en un punto, cuya abscisa ha de satisfacer á la ecuación

$$22x^2 - 705x + 5.040 = 22x^2 - 660x + 4.770 \text{ y que es } x = 6^m,0.$$

La curva relativa á la segunda hipótesis corta luego á la correspondiente á la cuarta en un punto cuya abscisa x satisfaga á la ecuación

$$22x^2 - 660x + 4.770 = 31x^2 + 930x - 4.770 \text{ y que es } x = 8^m,3.$$

Así, pues, los máximos momentos de flexión están dados para el segundo tramo por las siguientes ecuaciones:

Desde $x = 0$ hasta $x = 4^m,36$, $M = -50\,(31x^2 - 930x + 5.850)$
Desde $x = 4^m,36$ hasta $x = 6^m$, $M = -50\,(22x^2 - 705x + 5.040)$
Desde $x = 6^m$ hasta $x = 8^m,3$, $M = -50\,(22x^2 - 660x + 4.770)$
Desde $x = 8^m,3$ hasta $x = 15^m$, $M = -50\,(31x^2 - 930x + 4.770)$.

En el resto de la viga los momentos máximos son simétricos con los deducidos.

De aquí se desprende que los máximos momentos de flexión serán los siguientes:

Primer tramo.—Para el trozo en que el grueso de la cabeza ha de ser siete milímetros, ó sea desde $x = 0$ á $x = 28^m,5$, corresponde á $x = \frac{771}{62}$, y es $M = 239.694$ kilográmetros.

Para el trozo en el cual el grueso de cada cabeza ha de ser 13 milímetros, corresponde á $x = 30^m$ y es $M = 292.500$ kilográmetros.

Segundo tramo.—Para el trozo en que las cabezas han de tener 13 milímetros de grueso (de $x = 0$ á $x = 18$), corresponde á $x = 0$, y será $M = 292.500$ kilográmetros.

Para el resto (grueso de siete milímetros en las cabezas), corresponde á $x = 1,8$ y será $M = 213.822$ kilográmetros.

Esfuerzos cortantes máximos.

Se puede ver también fácilmente que el esfuerzo cortante máximo está dado para cada sección por las ecuaciones siguientes para los tramos 1.° y 3.°:

Desde $x = 0$ hasta $x = 12^m$, $T = -50\,(62x - 771)$ (4.ª hipótesis)
Desde $x = 12^m$ hasta $x = 13^m$, $T = -50\,(44x - 501)$ (2.ª hipótesis)
Desde $x = 13^m$ hasta $x = 30^m$, $T = -50\,(62x - 735)$ (3.ª hipótesis).

Para la primera mitad del 2.° tramo (y por lo tanto para la segunda, cambiando el signo y el origen de las abscisas):

Desde $x = 0$ hasta $x = 15^m$, $T = -50\,(62x - 735)$ (3.ª hipótesis).

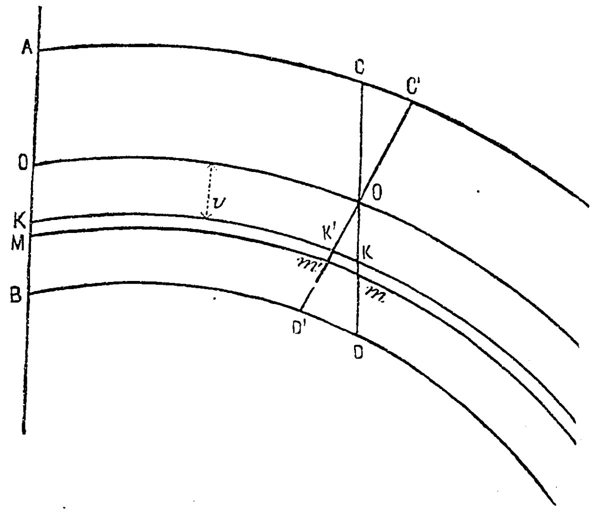
À la abscisa á que en una hipótesis cualquiera corresponde el máximo momento de flexión no corresponde el máximo esfuerzo cortante, y recíprocamente; así, pues, al componer más adelante los esfuerzos que actúan en una sección cualquiera, se pudiera creer que acaso la resultante máxima no corresponde al máximo momento de flexión compuesto con el esfuerzo cortante correspondiente; sin embargo, es así, como sería fácil demostrar.

Los esfuerzos cortantes, que corresponden á los momentos de flexión máximos antes hallados, serán:

$$1.^{er}\text{ tramo}\begin{cases} x = \frac{771}{62},\ T = -50\left(44 \times \frac{771}{62} - 501\right) = -\ 2.308 \text{ kilogs.} \\ x = 30\ldots\ldots,\ T = -50\,(62 \times 30 - 735) = 56.256 \end{cases}$$

$$2.^{\circ}\text{ tramo.}\begin{cases} x = \ \ 0\ldots\ldots,\ T = -50 \times 735 = 36.750. \\ x = 1{,}8\ldots\ldots,\ T = -50\,(62 \times 1{,}8 - 735) = 31.170. \end{cases}$$

Esfuerzo de deslizamiento longitudinal.



Se puede considerar la pieza prismática deformada por la acción de esfuerzos transversales contenidos en el plano de la sección que se representa en el croquis, como formada por un número infinito de capas elementales, como K M*km*, que se suponen cilíndricas después de la deformación. Sea v la distancia desde esta capa hasta la de fibras neutras O*o*; el espesor de la capa será dv.

La parte KM*km* de fibra elemental comprendida entre dos secciones infinitamente próximas, A B y C D, tenía antes de la deformación del prisma una longitud M*m*, que se ha reducido después á M*m'*; se ha acortado, pues, y sufre en su extremidad MK la acción de una fuerza dirigida de izquierda á derecha, y que proviene de la porción del prisma situada á la izquierda de la sección AB. Esta fuerza, que es una presión, tiene un valor proporcional á la seccion ds de la fibra, ó sea R (ds).

Si se designa por b el ancho de la capa, medido perpendicularmente al plano de la figura, se tendrá: $ds = b\,(dv)$, y la presión que se ejerce sobre MK tendrá por valor $Rb\,(dv)$.

Pero llamando M al momento de flexión é I al de inercia de la sección AB, se sabe que $R = \dfrac{Mv}{I}$, ó sea $Rb\,(dv) = \dfrac{Mv}{I}\,b\,(dv)$.

Esta misma porción de fibra está sometida en $m'k'$ á una presión $Rb\,(dv)$, dirigida de derecha á izquierda (llamando R′ á la presion por unidad de superficie), y también se tendrá $R' = \dfrac{M'v}{I}$, llamando M′ al momento de flexión en CD.

Pero se tiene $M' = M + dM$, y por lo tanto,

$$R'b\,(dv) = \frac{M + dM}{I}\,vb\,(dv).$$

La resultante de las dos presiones á que está sometido el trozo elemental de fibra será $Rb\,(dv) - R'b\,(dv) = \dfrac{dM}{I}\,vb\,(dv)$, pero se sabe que $\dfrac{dM}{dx} = -\,T$ (llamando T al esfuerzo cortante en AB), y por consiguiente, $-\,dM = T\,(dx)$; aquella resultante será, pues, $T\,(dx)\,\dfrac{b}{I}\,v\,(dv)$.

La capa que se considera permanece en equilibrio, sin transportarse ni á derecha ni á izquierda, bajo la acción de la resultante, y es necesario para que esto suceda, que reciba de las capas próximas la acción de fuerzas que se opongan á su deslizamiento, y cuya resultante sea igual y directamente opuesta á $T\,(dx)\,\dfrac{b}{I}\,v\,(dv)$; esta resultante es la qué recibe el nombre de resistencia al deslizamiento longitudinal.

Llamándola Q, para la fibra neutra, se tendrá:

$$Q = \int_0^v \frac{T(dx)}{I}\,bv\,(dv) = \frac{Tdx}{I}\int_0^v bv\,(dv).$$

Si se consideraran las fibras situadas sobre la neutra, y se llama Q′ la resistencia en la fibra neutra á su deslizamiento longitudinal, se tendrá análogamente:

$$Q' = \frac{T\,(dx)}{I}\int_0^v bv\,(dv);$$

Q' estará dirigido de derecha á izquierda.

Estas dos resistencias, una de las cuales se ejerce por encima y otra por debajo de las fibras neutras, pueden no ser iguales, según la forma de la sección; lo son en el caso actual, por ser ésta simétrica respecto al centro de gravedad. Si se llama dx al intervalo Oo entre las dos secciones infinitamente próximas, AB y CD, y se llama B al ancho de la capa de fibras neutras medido perpendicularmente al plano de flexión, las dos resistencias S y S' se desarrollarán cada una sobre una superficie igual, B (dx), y la resistencia por unidad de superficie, será:

$$\frac{S}{B\,(dx)} = \frac{T}{BI}\int_0^v bv\,(dv).$$

Esta ecuación servirá para determinar el mínimo valor de B, que ha de ser tal, que la resistencia $\frac{S}{B\,(dx)}$ no exceda del valor R_5 que corresponde á la materia con que esté formado el prisma; debiéndose tener en cuenta que R_5 puede recibir dos valores, correspondientes el uno á la extensión y el otro á la compresión de la materia, según que la integral se refiera á la parte superior ó á la inferior de la sección.

Más adelante, y luego que se haya determinado el valor de I, se hallará el de

$$\frac{T}{BI}\int_0^v bv\,(dv).$$

(*Se continuará.*)

JOSÉ MARÍA DE ITURRALDE.

BIBLIOGRAFÍA.

LOS GRANDES EMBALSES PARA RIEGO Y EL PANTANO GRISANTI SOBRE EL ENZA EN LA EMILIA (ITALIA).

El Ingeniero italiano, Sr. Giacomo Torricelli, ha publicado recientemente una obra con el título que precede á estos renglones, la cual es la descripción de un proyecto especial de embalses y canalización para asegurar el riego de una extensa comarca, y á la vez un estudio general de pantanos artificiales que abarca cuantos problemas se relacionan con estas gigantescas y difíciles cuestiones.

La obra se divide en tres partes, y termina por apéndices relativos al

TRAMOS METÁLICOS
para el puente del Guadalimar, provincia de Jaén.

FIGURA 1ª
Seccion transversal de la mitad del puente.

Escala de $\frac{1}{25}$

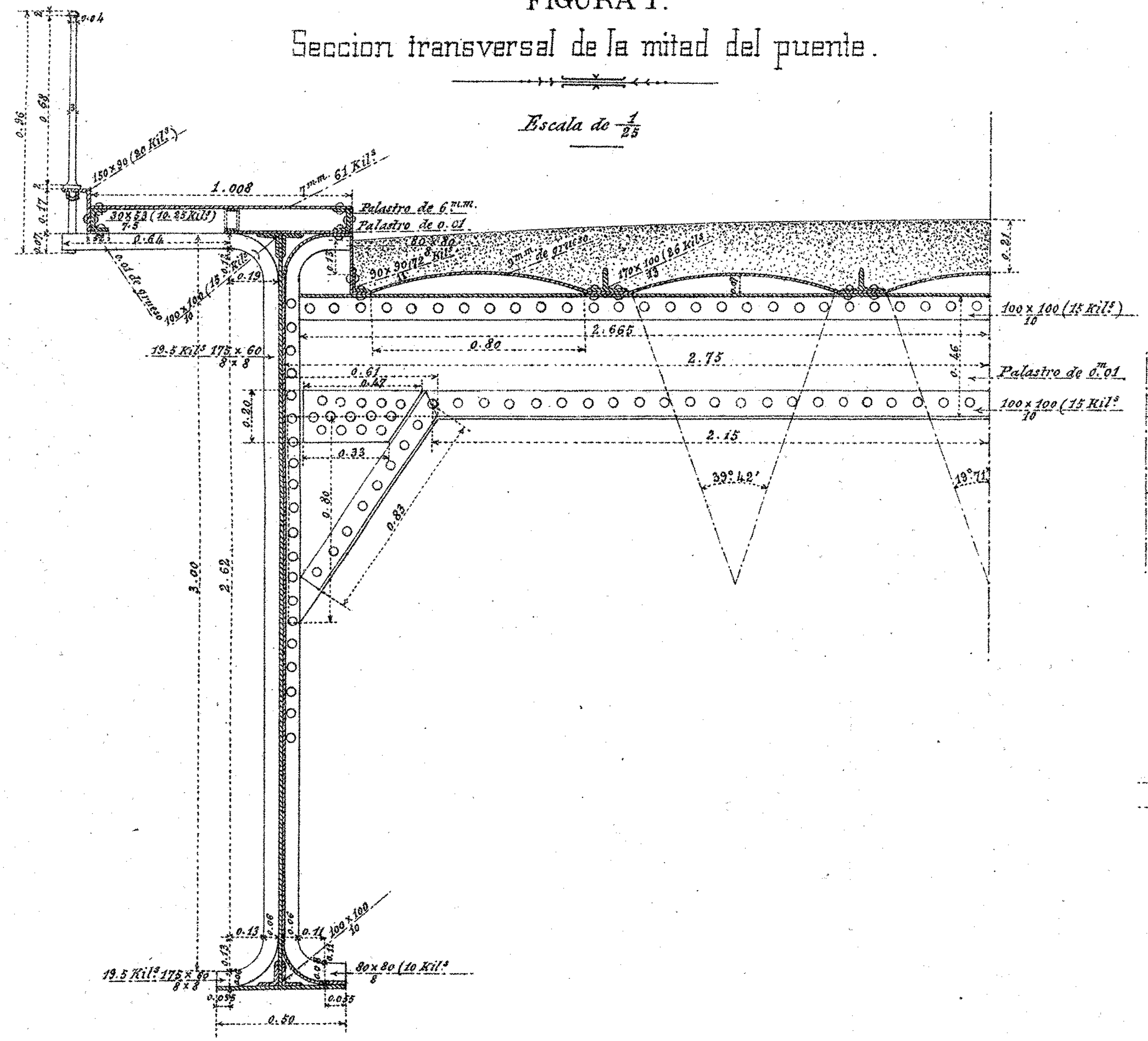


FIGURA 2ª
Proyeccion vertical de un trozo de puente.

Escala de $\frac{1}{25}$

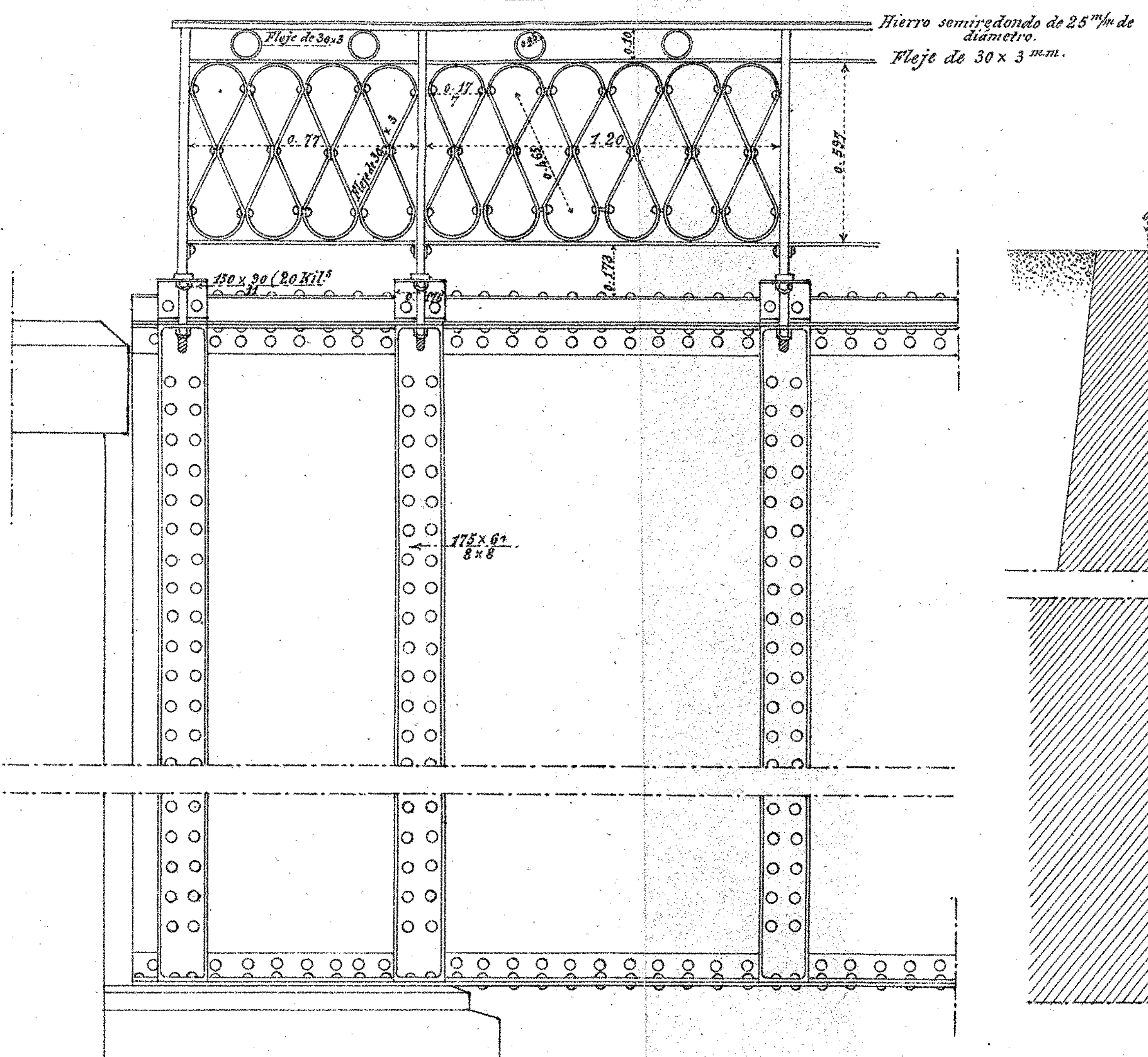


FIGURA 3ª
Seccion longitudinal por el eje de un trozo de puente.

Escala de $\frac{1}{25}$

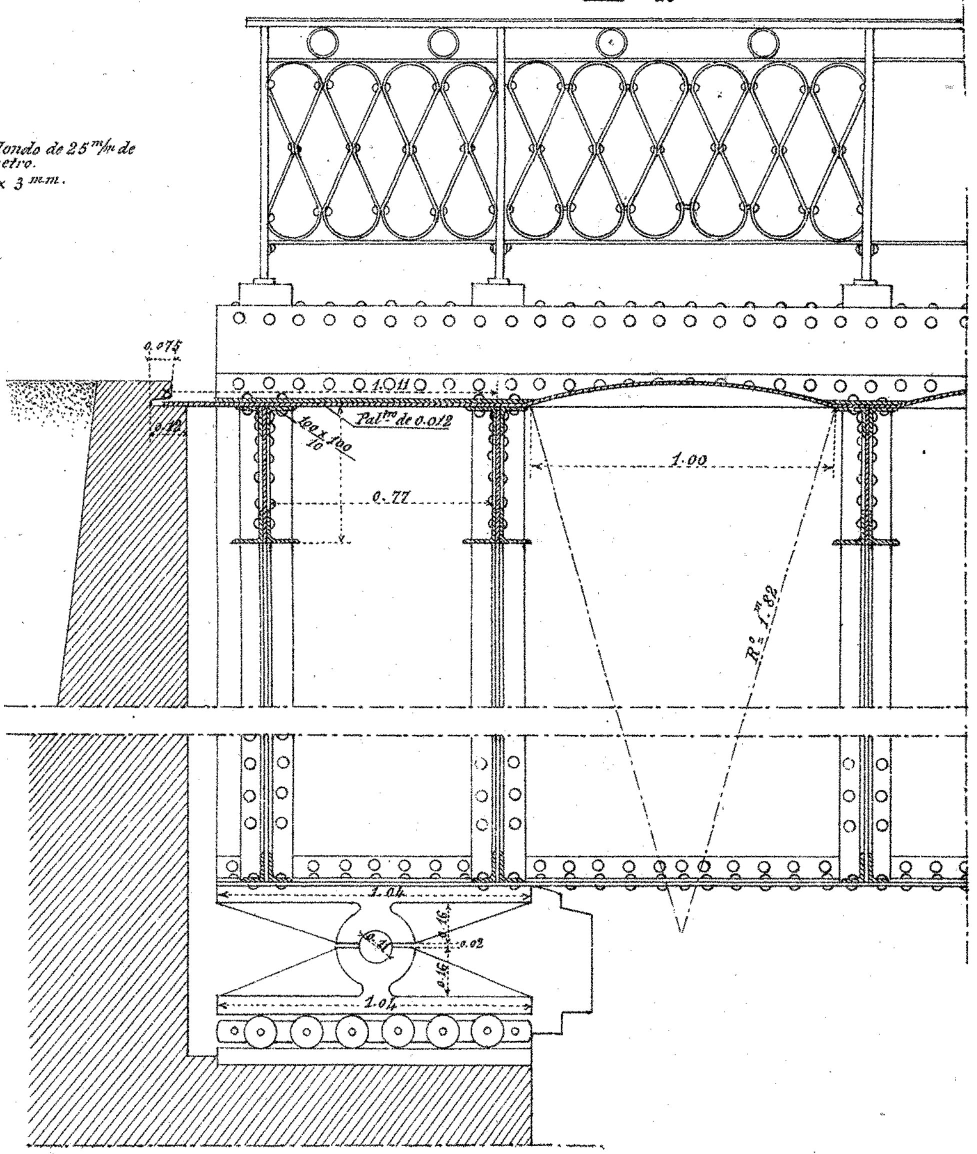


Figura 4ª Reparticion de palastros en la mitad de la cabeza inferior de una Viga. Escalas { Horizontales = $\frac{1}{200}$, Verticales = $\frac{1}{4}$ }