

OPERADOR MATEMÁTICO.

SU APLICACION AL TRAZADO Y CÁLCULO DE ÁREAS DE LOS POLÍGONOS EN GENERAL,
ASÍ COMO Á LA DETERMINACION DE LAS SUPERFICIES Y VOLÚMENES CORRESPON-
DIENTES Á LA EXPLANACION DE UN CAMINO.

(Continuacion.)

El método que acabamos de estudiar para el cálculo de áreas correspondientes á los perfiles trasversales de un camino, requiere el trazado prévio de una figura auxiliar, como es la compuesta por el eje de la vía, el semiancho de la misma y los diferentes taludes que pueden afectar sus terrenos; exige, además, el señalamiento de determinados puntos y aun el disponer de una reglita para fijar por ella algunas líneas; debemos, pues, hacer ver cómo con sólo nuestro instrumento, y sin figura prévia, ni línea auxiliar alguna, puede resolverse este problema por completo.

Al efecto, observaremos que la dificultad del problema es la relativa á la determinacion de puntos no dados en la libreta para fijar el perimetro de los perfiles, ya en desmonte ó ya en terraplen, como son los de las intersecciones de la línea de terreno con los taludes ó el ancho de la vía, puntos que han motivado las líneas auxiliares del método precedente, y cuyas coordenadas vamos ahora á hallar en el instrumento.

Empecemos por considerar, como en el caso anterior, que el perfil del terreno es una línea recta y la explanacion se va á hacer en desmonte ó terraplen, teniendo para datos de nuestro problema el semiancho de la vía, la cota roja, la inclinacion de la línea del talud, segun la clase del terreno y la inclinacion de la línea del perfil, que deduciremos de los datos de la libreta.

Sean, fig. 18, OF la cota roja, OD el semiancho de la vía, DE el talud del terreno y FE, FG las líneas del perfil del mismo; prolonguemos la línea EF hasta su encuentro con la base en H y tracemos las Fp, Fh, OP, op, Ee, Gg, paralelas respectivamente á OD, DE, EF, OF; los triángulos semejantes FhH, EDH, nos dan la proporcionalidad siguiente: $Hh : HD :: OF : Ee$; pero $Hh = OH - Oh = Od - Oh = Fp - aF$ y $HD = OH + OD = Od + OD = Fp + OD$, de donde resulta que $Fp - Fa : Fp + OD :: OF : Ee$; por consiguiente, si desde el punto p tomamos $pc = Fa$ y unimos o con c por la línea Oc, la magnitud $Fp + OD$ colocada paralelamente á la base en el ángulo mOn , ó segun mn nos dará evidentemente la ordenada $mO = Ee$ del punto E, la abscisa $Em = ml + OD$.

Del mismo modo, los triángulos semejantes DGd, FGf nos dan la proporcion $Dd + Ff : Dd :: OF : Gg$; pero $Dd + Ff = Ff + rp = Fp + rf = Fp + Fa$ y $Dd = Od - OD = Fp - OD$, de donde $Fp + Fa : Fp -$

$OD : : OF : Gg$; por tanto, si se toma $pb = Fa$ y se traza la línea Ob , la magnitud $Fp - OD$, situada paralelamente á la base en el ángulo FOb ó segun is , nos dará la ordenada $Oi = Gg$ del punto G y su abscisa $iG = ig + OD$.

De esta suerte se determinan las coordenadas de los puntos E y G por operaciones que sin dificultad alguna pueden hacerse con el instrumento, pues la regla polar nos marcará la línea Op deducida de los datos de la libreta; la BB' por medicion en AA' de la cota roja OF y por su estilete la Fp ; la misma polar por la inclinacion conocida del talud la línea OP , midiéndose en BB' la Fa , que sumada y restada de la Fp nos marcará con el estilete los puntos c y b ; para AA' y la polar los ángulos mOn , mOb , donde por la BB' colocaremos fácilmente las magnitudes $Fp + OD$, $Fp - OD$, pudiendo leer así en AA' las ordenadas Ee , Gg , de los vértices E , G , y en BB' sus abscisas $ml + OD$, $it + OD$.

Si la línea va parte en desmonte y parte en terraplen, los datos para la solucion del problema son los mismos del caso anterior, con la diferencia de haber dos taludes conocidos, debiendo con ellos determinar tres puntos, que son los de la interseccion de la línea del terreno con los citados taludes en desmonte y terraplen y con el ancho de la vía.

Al efecto, la disposicion de esa línea y las auxiliares será la indicada en la fig. 19, análogamente á como la hemos dispuesto en el método precedente, y vamos á ver de qué manera, con los datos que tenemos, llegamos á determinar en el instrumento el punto d y las coordenadas de los H , E , G , C .

Tracemos las líneas OP , Ot , Op , Hh , Gg , pd , paralelas á DH , TE , FE , OD , OA' , tendremos evidentemente que $Fp = Od$, determinándose así el punto d ; los H y E se hallarán por el mismo medio que el E del caso precedente, y en cuanto á los G y C los triángulos semejantes Obp , GdT , nos dan la proporcion $bp : dT : : OF : Gg$ ó $Fp - Fb : OT - Fp : : OF : Gg$; por lo tanto, si tomamos desde F , $Fp - Fb$, segun Fl y se tira la línea Ol , la magnitud $OT - Fp$ emplazada paralelamente á la base en el ángulo mOn , nos hallará la ordenada $Om = Gg$ y su abscisa $mG = mr + OT$, determinándose por el mismo procedimiento las coordenadas del vértice C .

El instrumento hace desde luego las construcciones mencionadas; pues puede situarse la polar por los datos de la libreta en la direccion Op , medirse en AA' la cota roja OF y en BB' la línea Fp , así como las Fa , Fb , emplazando la polar segun OP , Ot , inclinaciones de los taludes y hacer las operaciones estudiadas para el objeto, que nos darán los puntos buscados.

Si el perfil del terreno estuviese formado por dos líneas que parten del eje, los procedimientos para determinar los puntos de interseccion de aquéllas, ya con los taludes, ya con el ancho de la vía, serán los mismos

que acabamos de estudiar, calculándose las áreas, tanto en este caso como en el precedente, por los medios indicados en el método anterior. Observemos que un dato importante para la solución de los problemas últimamente resueltos es la distancia tomada paralelamente á la base desde la cota roja á la polar colocada en dirección paralela á la línea de terreno, y precisa para ello el que dicha polar corte á aquella recta en límites del dibujo, lo cual puede haber casos en que no ocurra. Si así sucediese, podríamos tomar la mitad ó una fracción cualquiera de la cota roja, con la cual operaríamos en igual forma que con ésta, tomando para las construcciones la misma fracción del semiancho de la vía, y obtendríamos así una ordenada mitad ó de la fracción tomada respecto á la que buscamos y su producto por 2 ó por el quebrado invertido nos determinaría ésta, mas en este caso se resuelve mejor el problema por el medio que vamos á indicar, que es el más general.

Si consideramos dos puntos cualesquiera de la línea EF situados á distinto lado del talud DE, ó sean, por ejemplo, los *a* y *b*, fig. 20, en los cuales la abscisa y ordenada del primero sean menores que los del segundo, los triángulos semejantes *adE*, *bcE*, nos darán la proporcionalidad siguiente entre sus lados $ad : bc :: Ef : Ee$ ó $ad + bc : bc :: Ef + Ee : Ee$; pero $ad = gd - ga$ y $bc = hb - hc$; luego $gd - ga + hb - hc : bc :: ef : Ee$ ó $(gd - hc) + (hb - ga) : bc :: ef : Ee$ ó $(hb - ga) - ci : bc :: ef : Ee$; $hb - ga$ es la diferencia de las abscisas de los puntos *b* y *a* conocidas por la libreta, *ef* la diferencia de sus ordenadas, $bc = hb - hk - OD$, siendo *Ok* paralela á *Dc*, es muy fácil de determinar en el instrumento, así como $ci = rs$, tomando *Or* = diferencia de las ordenadas de *a* y *b*, y por tanto, con dichos elementos la cuarta proporcional, que nos dará la *Ee* y su diferencia con la ordenada de *b* la del *E*, hallándose ya sin dificultad su abscisa.

(Se continuará.)

LEONCIO UBILLOS.

GEOMETRÍA.

CUADRILÁTERO COMPLETO.

Número 1. Si en un trapezoide cualquiera, tal como el ABCD, se prolongan sus lados hasta que se encuentran en los puntos O y P, se forma una figura ODPCBAOD, con los cuatro lados prolongados, que es á la que se llama *cuadrilátero completo*. Dicho cuadrilátero tiene seis vértices y tres diagonales.