

OPERADOR MATEMÁTICO.

SU APLICACION AL TRAZADO Y CÁLCULO DE ÁREAS DE LOS POLÍGONOS EN GENERAL,
ASÍ COMO Á LA DETERMINACION DE LAS SUPERFICIES Y VOLÚMENES CORRESPON-
DIENTES Á LA EXPLANACION DE UN CAMINO.

(Continuacion.)

Para esto consideremos como centro de coordenadas el del aparato, y como ejes de las ordenadas y abscisas las reglas AA', CC' en ángulo recto, designando á la última por el nombre de regla polar, ó para abreviar, simplemente «la polar,» y designemos por $A_a, B_a = 0, C_a, D_a, E_a, F_a, G_a, A_o = 0, B_o, C_o, D_o, E_o, F_o, G_o = 0$, las abscisas y ordenadas de los vértices A, B, C, D, E, F, G del polígono, segun figuran en el adjunto cuadro:

Vértices.	Ordenadas.	Abscisas.
A	$A_o = 0$	A_a
B	B_o	$B_a = 0$
C	C_o	C_a
D	D_o	D_a
E	E_o	E_a
F	F_o	F_a
G	$G_o = 0$	G_a

Tomemos estas ordenadas y abscisas en las divisiones de las reglas AA', BB', adoptando para unas y otras las escalas ó unidad de las mismas que nos convenga.

Para determinar el área de dicho polígono empezábamos por trazar la diagonal AC, pues nos era preciso conocer la magnitud BB₁ y su diferencia con OA conocida, ó sea BB₁ — OA; en nuestro caso no hay posibilidad de trazar esa diagonal, mas sí una paralela á ella desde el punto O por la polar, tomando en la ordenada de C ó C_o medida en AA' la cantidad C_a — A_a, medida á su vez en BB' y la polar en contacto con la posicion del estilete; la distancia del vértice B á la polar segun BB' nos dá BB₁ — OA. Ahora bien; esta magnitud la hemos de tomar desde D ó segun Dg, debiendo para el objeto agregar á ella la D_a, y para facilitar esto mediremos primeramente D_a en BB' y agregaremos la distancia de B á la polar, tomando esta longitud desde D_o, así tendremos la aguja del estilete en g y

podremos colocar la polar en contacto con él ó segun Og ; para medir CC_1 tomaremos desde C_0 la distancia á la polar y restaremos C_a ; pero como para tomar esta diferencia desde el vértice E ó segun Eh hay que agregar á aquélla E_a , empezaremos por tomar ésta en BB' , agregarla desde D_0 la distancia de AA' á la polar y restar de ella D_a , situando esta magnitud desde F_0 , que nos dará por la aguja del estilete el punto h , y podremos colocar en contacto con él la polar ó segun Oh . Por las mismas razones mediremos en BB' , F_a agregaremos la distancia de D_0 á la polar, restaremos D_a y tomaremos esta cantidad desde F_0 , que nos dará con el estilete el punto F_1 , colocando la polar en OF_1 ; se mide G_a más la distancia de E_0 á la polar menos E_a tomando esto desde la ordenada correspondiente al número de milímetros del producto de las unidades adoptadas para las escalas; se fija la polar en contacto con el estilete, y la distancia de F_0 á ella nos dá el área del polígono, que leeremos en las graduaciones de la regla BB' .

Notaremos que en este procedimiento se opera siempre con las coordenadas correspondientes á vértices alternos del polígono en el orden de éstos de izquierda á derecha, es decir, los del vértice A con los del C , los del B con los del D , los del C con los del E , y así sucesivamente, consistiendo la operacion en todos ellos, en tomar la abscisa del segundo, agregar á ésta la distancia de la ordenada del primero á la polar y restar la abscisa del mismo tomando la magnitud resultante desde la ordenada del segundo, donde se coloca nuevamente la polar, y se continúa la operacion en la misma forma, con las coordenadas de los vértices 2.º y 4.º, 3.º y 5.º, etc.

Parece segregarse de este procedimiento la operacion correspondiente á los vértices A y C , pues hemos tomado directamente la diferencia de sus abscisas; mas esto consiste en que la ordenada del primero es cero, de suerte que, en rigor, se sigue tambien el procedimiento mencionado, el cual se termina con los vértices E , G , obteniéndose la base del triángulo, equivalente al polígono, cuya altura es F_0 , hallándose su área por el método general.

Podemos dar, pues, una regla práctica sumamente sencilla para obtener el área de los polígonos con el instrumento, sin necesidad del trazado de la figura cuando los vértices de ésta estén fijados por abscisas y ordenadas referidas á dos ejes rectangulares, segun la forma del cuadro arriba trazado.

La citada regla consiste en colocar el instrumento sobre un tablero bien plano con la regla AA' clavada á él por sus tornillos a' a' y en la posición

más conveniente al calculador, en ir tomando alternativamente las coordenadas de los vértices A y C, B y D, etc., empezando por la abscisa de los segundos medida en BB', más la distancia de la ordenada de los primeros á la situacion de la polar, ménos la abscisa de los mismos, cuya magnitud se sitúa desde la ordenada de los segundos, siendo ésta la que determina la nueva posicion de la polar.

De suerte que, llamando en general A_1, O_1, A_2, O_2 , etc., á las abscisas y ordenadas de los vértices impares ó pares y P á la polar, la regla es tomar en BB', $A_2 +$ distancia de O_1 á P $- A_1$ y colocarla desde O_2 situando P en esta posicion, la abscisa final se emplaza en la ordenada $n_1 \times n_2$ ó en el producto del número de milímetros de las unidades de las escalas adoptadas, y en ella la polar, obteniendo por la distancia á ésta de la penúltima ordenada F_0 el área del polígono que se lee en BB'.

En el caso de que los polígonos se nos den por sus lados y ángulos, medidos en el campo, ya hemos visto anteriormente el medio de hallar con el instrumento las coordenadas rectangulares de cada uno de los vértices, y por tanto, se puede aplicar á ella la regla práctica arriba descrita para el objeto, pudiendo así determinarse su área sin el trazado de la figura.

Cálculo de las áreas de los perfiles trasversales de un camino.

La aplicacion indudablemente más importante de los procedimientos que acabamos de estudiar es á los trabajos de gabinete relativos á la explicacion de un camino, ó sea al cálculo de las áreas de sus perfiles trasversales y de los volúmenes entre ellos comprendidos.

Los datos de campo correspondientes á los citados perfiles se obtienen por nivelacion normal á la línea del trazado considerada como eje, de la cual se parte á derecha é izquierda; indicamos en el cuadro núm. 1 la disposicion de la libreta para el objeto, donde tendremos por abscisas y ordenadas referidas á dos ejes rectangulares todos los puntos de cada perfil, no habiendo, por tanto, dificultad alguna en su trazado por el instrumento.

Esta operacion suele verificarse en el papel cuadriculado, dibujando los perfiles ordenadamente y los unos debajo de los otros, marcando el punto correspondiente al trazado del terreno y estudiado en el gabinete el definitivo, se cambia con arreglo á él la situacion de aquel punto; como se conoce por el perfil longitudinal la cota en desmonte ó terraplen, ó sea la distancia del mismo al eje de la explicacion, el ancho de la vía y los taludes correspondientes, se va marcando todo esto en cada perfil, así como en la parte intermedia de las distancias de separacion de uno á otro.

Como se ve, sólo la colocacion de los perfiles trasversales por este procedimiento, tiene que llevar un tiempo considerable y emplearse en ellos

grandes rollos de papel si se han tomado suficientemente próximos y es largo el trazado del camino; vamos á ver, pues, cómo por nuestro medio mecánico, aplicado en la forma que describiremos, se vencen estos inconvenientes.

Se fija á un tablero una hoja de papel blanco, en la cual se traza una figura análoga á la fig. 9.^a, es decir, el semiancho CD de la línea, los taludes $DD_{r.d.}$, $DD_{r.f.}$, DD_a , DD_t , etc., correspondientes á los desmontes en roca dura y floja, arcilla, tierra, etc., así como el TT' de los terraplenes y las líneas DV_d , TV_t , perpendiculares á CD; colocaremos sobre ella nuestro instrumento con el centro de giro en el punto C, el bisel de la regla CC' en coincidencia con la base CD y perpendicular el de la AA', fijando así ésta al tablero por sus tornillos.

Preparado de este modo nuestro instrumento, veamos cómo con los datos de la libreta se determinan las áreas de los perfiles trasversales, considerando para este estudio los casos distintos en que aquéllos pueden encontrarse, es decir, en desmonte, en terraplen y parte en cada uno de éstos, así como las diferentes formas que puede presentar la figura del terreno, como son: la de una línea recta, de dos; que partan de un mismo punto del eje, y en general, de varias.

Si el perfil del terreno es una línea recta y va en desmonte de roca floja, por ejemplo, la forma que afectará la caja de la explanación será la de la figura 10, ó sea la de dos cuadriláteros ADEF, ADGF formados por el semiancho CD del camino, el talud $DD_{r.f.}$, la cota AF del eje y las líneas FE, FG del terreno, de las cuales conocemos el punto F y los *a, b, c, d*, tomados de los datos de la libreta, que unidos por líneas el primero con el segundo y el tercero con el cuarto, nos darán por su intersección con el talud $DD_{r.f.}$, los puntos E, G, que señalaremos borrando los anteriores.

Es claro que el mismo instrumento pudiera determinarnos en este caso los puntos E y G, pues colocada la polar según las inclinaciones FE, FG y la BB' paralela á éstas, la aguja del estilete nos trazaría esas líneas y señalaría dichos puntos.

Más precisa para el objeto el movimiento giratorio de la regla AA', cuya fijeza en su primera posición es de suma conveniencia para la mayor facilidad y prontitud en las operaciones, pudiendo también determinarse esos puntos sin la alteración de dicha regla. En efecto, el instrumento nos halla perfectamente una cuarta proporcional á las líneas $Ff + bg$, BF y Ff, que tomaremos desde F según Fe en la regla AA', y por la BB' ó la aguja del estilete hallaremos el punto E y análogamente el G; pero es lo más breve el disponer de una reglita que nos marque esas líneas y su intersección con el talud.

Tenemos, pues, así dispuesto nuestro perfil en la forma de la fig. 11, debiendo ver en ella el procedimiento más expedito de hallar con el instrumento el área $ADEF + ADGP$ ó $CDEH$, fig. 12, que es igual á $\frac{1}{2} (CD + Hh)$ Ee.

(Se continuará.)

GEOMETRÍA.

Con las figuras correlativas de que nos hemos ocupado en el último número de la REVISTA, termina la parte que nos proponíamos extraer de la *Introducción á la Geometría Superior* del Sr. D. José Echegaray, no verificándolo del mismo modo con las *homológicas* de que vamos á tratar, porque dichas figuras se consideran en el expresado libro como una consecuencia de las *homográficas*, y teniendo en cuenta propiedades y desarrollos de los que no se ha hecho mencion en los artículos anteriores, por ajustarlos en lo posible al detalle de los programas de ingreso en nuestra Escuela.

FIGURAS HOMOLÓGICAS.

Número 1. Dos figuras situadas en un plano se llaman *homológicas*, cuando las rectas que unen sus puntos homólogos ó correspondientes van á concurrir en un mismo *punto*, y las rectas homólogas prolongadas se cortan todas ellas en una sola *recta*.

El punto de concurso de las rectas que unen los puntos homólogos se llama *centro de homología*, y la recta donde concurren las homólogas de las dos figuras, se llama *eje de homología*.

Así, por ejemplo, dos figuras triangulares serán homológicas cuando estén dispuestas de la siguiente manera (fig. 17):

