

longitud de carretera por cada kilómetro superficial de territorio y unos 2 metros por habitante; cuando es sabido que para poder considerar que una nacion se encuentra bien servida en punto á carreteras, es preciso que existan en ella unos 1.000 metros lineales por cada kilómetro cuadrado, á cuyo limite se acerca Francia, por ejemplo, en donde la Estadística arroja más de 750 metros de carretera por kilómetro superficial de territorio y más de 12 metros por habitante.

De lo expuesto se infiere que la entidad de los recursos procedentes del futuro empréstito, que podrán destinarse á impulsar la ejecucion de nuestras vías terrestres ordinarias, es pequeña con relacion á las necesidades que en este punto siente nuestro país. Urge, por lo mismo, proceder con gran tino y acierto para que dicho empleo proporcione la mayor utilidad posible, procurando que no resulte estéril, ó cuando ménos, poco reproductivo el nuevo esfuerzo que al crédito público se va á exigir.

VICTORIANO FELIP.

OPERADOR MATEMÁTICO.

SU APLICACION AL TRAZADO Y CÁLCULO DE ÁREAS DE LOS POLÍGONOS EN GENERAL, ASÍ COMO Á LA DETERMINACION DE LAS SUPERFICIES Y VOLÚMENES CORRESPONDIENTES Á LA EXPLANACION DE UN CAMINO.

(Continuacion.)

Trazado y medicion de las áreas de los poligonos en el instrumento.

De dos maneras se nos pueden dar los vértices de un polígono para su trazado en el papel, ó por abscisas y ordenadas referidas á dos ejes rectangulares, ó por sus lados y ángulos correspondientes.

En el primer caso, el origen de las coordenadas será el centro del aparato y se podrán tomar las abscisas y ordenadas en las reglas AA', BB' con toda precision, señalando con la aguja del estilete los vértices del polígono.

En el segundo se supondrá el centro del aparato en el vértice del ángulo y la regla CC' en coincidencia con uno de los lados midiendo su longitud; la AA' en ángulo recto, se gira la CC' hasta que las graduaciones señalen el ángulo dado, si es agudo, midiendo con dicha regla el otro lado; así obtendremos tres vértices del polígono y por el mismo método los demás; si el ángulo es obtuso, se coloca el aparato en la misma

posicion, y en lugar de medir con el giro de la CC' el ángulo dado, se mide su exceso sobre el recto, girando luégo la AA' hasta el ángulo recto con aquélla, y ésta nos determinará por su nueva posicion el otro lado.

Mas este procedimiento presenta el inconveniente de tener que mover el aparato para la medicion de cada uno de los ángulos del polígono; veamos cómo se puede ejecutar esta operacion sin cambiarlo absolutamente de su primera posicion, ó con la regla AA' fija al tablero por sus tornillos y colocada á comodidad del calculador para operar con las otras en las mejores condiciones.

Supongamos que se nos dan croquizados los datos correspondientes al exágono $ABCDEF$, fig. 3.^a, tomados en el campo, ó sean la medicion de sus lados AF , AB , BC , CD , DE , EF , y la de sus ángulos A , B , C , D , E , F ; fijemos el aparato en el tablero y sobre el papel en la posicion más conveniente OA' , OC' , con la regla AA' clavada por sus tornillos a' , a'' ; giremos la CC' hasta que las graduaciones nos marquen el suplemento del ángulo A por ser éste obtuso, pues si fuera agudo se mediría el directo, y dicha regla se situará así en la posicion Ob simétrica del lado AB con respecto á OA' ; mediremos $Ob = AB$ y las proyecciones del punto b sobre OA' OC' , nos determinarán los vértices A , B ; operacion que haremos fijando la aguja del estilete en el punto b y corriendo la regla BB' en sus dos sentidos, señalando con dicha aguja aquellos puntos. Hallemos la diferencia entre el ángulo B y el suplemento del A , ó del medido anteriormente, que mediremos en el aparato, situándose así la regla CC' en posicion paralela al lado BC , ó sea en el Oc , y tomando $Oc = BC$ las coordenadas del punto c , sumadas con las del B , nos darán el vértice C . Del mismo modo hallemos la diferencia entre el ángulo C y el suplemento del Cb , ó del medido anteriormente, y medido dicho ángulo en el instrumento, se situará la regla CC' paralelamente al lado CD ó en la Od , y tomando $Od = CD$, las coordenadas del punto d sumadas con las del C nos darán las del D . Hallemos la diferencia entre el suplemento de DCc , medido antes y el D , y obtendremos el ángulo d_1DE , que mediremos en el instrumento, y tomando $Og = DE$, las coordenadas del punto g y las del D nos darán las del vértice E , y finalmente, el F se determina por conocerse el A y la direccion y magnitud AF .

El mismo croquis del polígono nos dirá cómo se han de deducir las coordenadas de cada uno de sus vértices, segun la marcha indicada; de suerte que por este medio se reduce este caso al anterior, ó sea cuando se nos dan aquellos puntos por abscisas y ordenadas.

Indicado el método de trazar los polígonos con el instrumento en los dos casos mencionados, vamos á ocuparnos del cálculo de sus áreas con el mismo, considerando tambien dos casos: ó que la figura esté dada en el

papel, ó que se nos den para el objeto puramente los datos de campo.

Empezaremos el estudio del primer caso por el triángulo, siguiendo luego el del cuadrilátero y el pentágono, y dando un método general para un polígono cualquiera de mayor número de lados que el último.

Sea, pues, el triángulo ABC, fig. 4.^a, el que se nos dé para determinar su área con el instrumento; situaremos éste, ó bien en uno de los ángulos agudos con la regla AA' en el sentido de uno de sus lados, por ejemplo, en el vértice A y con AA' segun AB, ó bien las reglas AA', CC' en ángulo recto y coincidiendo sus biseles con dos vértices A, B. En el primer caso,

el área $ABC = \frac{1}{2} AB \times Cc$; por tanto, colóquese la aguja del estilete en

el punto C y córrase la BB' hasta que el cero de sus nonius nos marque en AA' el cuadrado del número de milímetros correspondientes á la unidad de la escala del triángulo; en esta situacion correremos la CC' hasta su contacto con el estilete y luego la BB' hasta que la aguja de aquél se emplace en B; la distancia de este punto á la aguja en CC' será el área, que leeremos despues de mover la BB' hasta el contacto del estilete con el bisel de AA', obteniéndose en el segundo caso por análogo procedimiento practicado con la base Bb y la altura Cd; pues el área es $\frac{1}{2} Bb \times Cd$.

Sea el cuadrilátero ABCD, fig. 5.^a; tracemos la diagonal AC, la paralela Bb á AD y la perpendicular Cc á la misma, colocando el instrumento en la posicion OA', OC; el área $ABCD = \frac{1}{2} (AD + Bb) Cc$; por tanto, este

caso se reduce al anterior, tomando en la regla BB' la base $AD + Bb$, para lo cual bastará fijar la aguja del estilete en D y correr la escala hasta que dicha aguja se sitúe en A; mover BB', de suerte de emplazar la aguja en B; correr sólo el estilete hasta que su aguja se fije en b, y despues la escala hasta el tope de aquél con AA', así tendremos entre los ceros de BB' la magnitud $AD + Bb$, ó entre la línea del bisel de AA' y la aguja del estilete, corriendo la escala hasta la coincidencia de dichos ceros. Si el cuadrilátero tiene la forma de la fig. 6.^a, podremos trazar las diagonales AC ó BD y las paralelas Bb, Cc á AD, así como las perpendiculares Ce, BO, y tendremos que el área $ABCD = \frac{1}{2} (Bb + AD) Cc = \frac{1}{2} (Cc + AD) BO$, que obtendremos en el instrumento por el medio indicado.

Sea ahora el pentágono ABCDE, fig. 7.^a; tracemos las diagonales AC, EC, las paralelas Bb, Dd al lado AE y la perpendicular al mismo Cc colocando el aparato en la posicion allí indicada OA' OC'. El área $ABCDE = \frac{1}{2} (AE + Bb + Dd) Cc$; fijese, por tanto, la aguja del estilete en el

punto E y córrase la escala hasta que se sitúe aquélla en A, luego en D y córrase hasta d , y finalmente en b , moviendo la escala hasta el tope del estilete con la regla AA'; así tendremos en BB' la magnitud $AE + Bb + Dd$ no habiendo ya dificultad para obtener el área por el método general.

Consideremos ya un polígono cualquiera y demos un procedimiento general para hallar un área con el instrumento. Sea el ABCDEFG, figura 8.^a, en el cual vamos á estudiar ántes el método gráfico para deducir de él el mecánico. Tomemos para base de operaciones el lado AG prolongado; tracemos la diagonal AC, y desde el vértice B la paralela Bb, uniendo b con c ; así tendremos que área BCDEFGb = área ABCDEFG; del mismo modo trazada la diagonal bD y la paralela Cc, uniendo c con D área cDEFG = área ABCDEFG; tiremos la paralela eD á la cE y unamos e con E y tendremos que área eEFG = área ABCDEFG, y finalmente, por la paralela fE á la eF y union de f con F área fFG = área ABCDEFG, es decir, que el área del polígono está reducida á la del triángulo fFG.

Ahora bien; coloquemos el instrumento en la posicion indicada en la figura, es decir, las reglas AA', CC' en ángulo recto, la última en coincidencia con la base AG y la otra con el vértice inmediato B; tenemos que medir en BB' la magnitud $fG = cO + ec + fe + OG$. Para esto $cO = bO + cb = bA - OA + cb$; $bA - OA = BB_1 - OA$ se puede tomar en la regla BB', colocando la aguja del estilete en B_1 y corréndole con la escala hasta B y luego en el punto O y moviendo aquélla en sentido contrario hasta situar la aguja en A y esta diferencia tomada desde el vértice D segun Dg y unido g con O nos dá la $CC_1 = cO$; de la misma manera, la magnitud CC_1 tomada desde el vértice E segun Eh y unido hO nos produce la $DD_1 = eO$, así como por último la $EE_1 = fO$, tomando desde el punto F la magnitud $FF_1 = DD_1$ y uniendo F_1 con el punto O, de suerte que el área ABCDEFG = $-\frac{1}{2}(EE_1 + OG)$ Fa. Todas las operaciones indicadas

para deducir la línea EE_1 pueden hacerse con el instrumento, pues las rectas OC_1 , Oh , OF , se marcan con la regla CC', y las CC_1 , DD_1 , EE_1 , se toman y sitúan las dos primeras segun Eh, FF_1 con la regla BB' y su estilete, pudiendo ya dar la regla expedita siguiente: colocadas las reglas AA', CC' segun hemos dicho, trácese la diagonal AC, midase $BB_1 - OA$, como sabemos, y tómese desde el vértice D segun Dg colocando la regla CC' en Og; midase con BB' la distancia del vértice anterior C á CC' ó sea la línea CC_1 y tómese desde el vértice siguiente E, segun Eh, colocando la regla CC' en Oh; midase la distancia del vértice anterior D á la regla y tómese desde el siguiente F segun FF_1 , situando la CC' segun OF, y la distancia del vértice anterior E á la regla será la EE_1 , que tomaremos en BB' y que su-

mada con OG nos dará la base del triángulo, cuya altura es la Pa, hallándose ya el área por el procedimiento que sabemos.

Snpongamos ahora que se nos dan los datos obtenidos en el campo para un polígono y vamos á ver cómo se halla con el instrumento su área sin necesidad del trazado de la figura sobre el papel, considerando los dos casos ya mencionados, es decir, que los citados datos se hayan tomado por abscisas y ordenadas ó por sus ángulos y lados correspondientes.

Estudiemos un método práctico general para el primer caso, y con el citado objeto, fijémonos en la fig. 8.^a, así como en el procedimiento dado anteriormente para obtener el área de aquel polígono, del cual deduciremos el actual con suma facilidad.

(Se continuará.)

LEONCIO UBILLOS.

GEOMETRÍA.

ARTICULO SEXTO.

FIGURAS CORRELATIVAS.

Núm. 58. Se llaman *figuras correlativas* dos figuras tales que á cada punto de la primera corresponde una recta en la segunda.

Para que esto se verifique, es preciso que los coeficientes de la ecuacion de la recta sean funciones de las coordenadas x , y del punto correlativo á dicha recta.

De modo que si la ecuacion de la recta en la segunda figura es

$$Ax' + By' + C = 0,$$

se tendrá

$$A = a_1 x + a_2 y + a_3, \quad B = b_1 x + b_2 y + b_3, \quad C = c_1 x + c_2 y + c_3,$$

haciendo depender á los coeficientes A, B y C, de expresiones lineales en x é y , determinándolas así de la manera más sencilla.

La ecuacion de la recta de la segunda figura correspondiente al punto (x, y) de la primera, será

$$(a_1 x + a_2 y + a_3) x' + (b_1 x + b_2 y + b_3) y' + (c_1 x + c_2 y + c_3) = 0.$$

Esta recta se llama *polar* y el punto (x, y) es el *polo* de dicha recta.