

MADRID, 15 DE SETIEMBRE DE 1881.

TOMO XXIX.

NÚM. 17.

SUMARIO.

Regla logarítmica. Su empleo como método auxiliar de cálculo de la Taquimetría, por D. Ramon Peironcely.— Memoria sobre el progreso y adelanto de las obras de mejora de la ría de Bilbao.—Parte oficial.—Subastas.—Noticias varias. Personal.

REGLA LOGARÍTMICA.

SU EMPLEO COMO METODO AUXILIAR DE CÁLCULO

DE LA

TAQUIMETRIA

POR

RAMON PEIRONCELY

(Continuacion.)

CÁLCULO DE LAS COORDENADAS VERTICALES.

14. Conocido ya el valor de D la fórmula [2] nos da el del primer término T del valor de z , en la cual tendremos, lo mismo que ántes, que restablecer el radio

$$T = D \frac{\cot. \varphi}{R}$$

y tomando logaritmos

$$\log. T = \log. D + \log. \cot. \varphi - \log. R$$

ó sea

$$\log. T = \log. D + \log. \cot. \varphi - 10. \quad [b]$$

Esta fórmula nos dice que el cálculo de $\log. T$ se reduce únicamente á la suma de $\log. D$, conocido anteriormente con $\log. \cot. \varphi$ (que tambien se conoce, puesto que φ es dato de campo); de cuya suma se deben restar **10** unidades.

15. Para efectuar esta suma con la regla se hace uso de la escala llamada de tangentes, cuya construccion es completamente análoga á la de la escala de los números, reduciéndose á ir tomando en la escala de partes iguales magnitudes iguales á los logaritmos de las tangentes de los diversos arcos, llevándolas despues sobre una línea recta y marcando en sus extremos la graduacion del arco correspondiente.

Parece á primera vista que variando las tangentes entre 0 é ∞ , la magnitud de esta escala

habría de ser infinita; pero se observa fácilmente que la graduacion no necesita exceder de 50° , es decir, de **10** unidades (puesto que $\text{tg. } 50^\circ = R$), porque como la tangente de un arco α es igual á $\frac{R}{\cot. \alpha}$, si se nos da un ángulo mayor que 50° , por ejemplo 72° , tendremos

$$\text{tg. } 72^\circ = \frac{R}{\cot. 72^\circ} = \frac{R}{\text{tg. } (100^\circ - 72^\circ)} = \frac{R}{\text{tg. } 28^\circ}$$

lo cual ya es conocido.

Por otra parte, se puede considerar tambien que puede suponerse con bastante aproximacion que las tangentes de los ángulos menores de 1° varían proporcionalmente á los arcos. De esto se deduce que, cuando los ángulos medidos sean menores que $0^\circ,638$, cuya tangente tiene por logaritmo **8** unidades, podemos admitir que, multiplicando el arco por 10, 100,, la tangente queda tambien multiplicada por el mismo factor 10, 100,, y que conocida la tangente que corresponde al nuevo arco se tiene la del primitivo, dividiendo aquella por 10, 100,, con esto se hace innecesaria la parte de la escala que caería á la izquierda del **8**.

La longitud de la escala de los logaritmos de las tangentes queda así reducida á las dos unidades comprendidas entre las características **8** y **10**, y tiene la misma magnitud que la escala de los números, como aparece representada en mn (fig. 2 y 4).

16. La escala, construida de la manera que acabamos de indicar, nos puede dar directamente los logaritmos de las tangentes de los arcos comprendidos entre $0^\circ,638$ y 50° , y como hemos dicho, nos puede dar á conocer tambien los de los arcos comprendidos entre 0° y $0^\circ,638$ y entre 50° y 100° . En definitiva, nos dá los logaritmos de las tangentes de todos los arcos de 0° á 100° , y por consiguiente, los de todos los arcos que se puedan presentar.

Además, como las cotangentes de los arcos son iguales á las tangentes de los complementos, bastará escribir en la misma escala encima de cada número de graduacion del arco, el de su complemento, teniéndose así los logaritmos de

las cotangentes de 50° á 99° , 362 directamente; y por consideraciones análogas á las que hemos hecho, se pueden tener todos los de los arcos de 100° á 0° , y por lo tanto, los de toda la circunferencia. (*)

17. Conocida ya la construcción de la escala de tangentes y cotangentes, vamos á ver cómo se verifica gráficamente la construcción de la fórmula [b]. Para esto, empezaremos por advertir que con la regla no se verifica más que la suma gráfica de las mantisas de los logaritmos, dejando el cálculo de las características para hacerlo mentalmente. La suma de las mantisas se hará fácilmente, tomando en la escala de los números el logaritmo de D y poniendo en coincidencia con él la característica ó sea el origen de la parte decimal del logaritmo de la cotangente. La división de la escala de los números, que esté enfrente del número del ángulo dado, nos dará á conocer las cifras significativas del valor de T . Para saber cuál es su parte entera, hay que ver primero si la suma de las mantisas ha dado alguna unidad, lo que sucede cuando el trazo de la regla fija que marca el valor de T , se encuentra á la derecha de 100, quedando á la izquierda de este mismo número, la cifra del valor de D . Si resulta así, se suma esta unidad con la característica de log. D , y con la de log. cot. φ , y después se resta 10; esta resta nos dará la característica de log. T . Si la suma de las mantisas no llega á valer 1 unidad, se hace la suma de las características de log. D y de log. cot. φ y se quita 10 de la suma. Todas estas operaciones se hacen mentalmente con gran facilidad.

18. Ejemplos.—I Cuando $\varphi < 100^\circ$.—Sean $D = 85,60$ y $\varphi = 91^\circ,67$; haciendo lo que hemos dicho, las reglas tomarán esta disposición

Núm.	40	85,6	100	112,5
Tang.		9		91°,67

y resulta que las cifras significativas de T son 1125. Para hallar su parte entera, tenemos que la suma de las mantisas de log. 85,60 y de log. cot. $91^\circ,67$, ha excedido de 1 unidad; luego habrá que hacer la operación siguiente:

De la suma de las mantisas.	1
Característica de log. 85,60.	1
Característica de log. $91^\circ,67$	9

$$11 - 10 = 1;$$

(*) Es fácil distinguir inmediatamente cuál de las dos graduaciones de la escala corresponde á las tangentes y cuál á las cotangentes. La primera es la que aumenta en el mismo sentido

lo cual nos indica que el número buscado tiene dos cifras enteras, y es, por lo tanto, $11^m,25$.

II. Cuando $\varphi > 100^\circ$. Si los datos son, por ejemplo, $D = 159^m$ y $\varphi = 103^\circ,27$, T podrá venir expresado de diferentes maneras, puesto que

$$T = D \frac{\cot. \varphi}{R} = D \frac{\text{tg. } (100^\circ - \varphi)}{R} = -D \frac{\text{tg. } (\varphi - 100^\circ)}{R}$$

El signo negativo se deja para que afecte solo al resultado, y el cálculo de T se hace con la regla y como si fuera positivo. En el ejemplo que hemos puesto, la cantidad que hay que calcular es $159^m \times \frac{\text{tg. } 3^\circ,27}{10^{10}}$; las reglas quedarán como sigue

Núm.	100	159	818
Tang.	8		3°,27

La suma de las mantisas no da ninguna unidad, y por consiguiente, la característica será

Característica de log. 159.	2
Característica de log. tg. $3^\circ,27$	8
	$10 - 10 = 0$.

El valor de T es, pues, $-8^m,18$.

19. El cálculo de T se hace simultáneamente con el de D hallándose estas dos cantidades con un sólo movimiento de la regla. Esto se consigue por la disposición especial que presentan las escalas de senos cuadrados y tangentes, y que consiste en que se corresponden el origen 100° de la escala de senos cuadrados (*) y el trazo que lleva marcada la característica 9 de la escala de las tangentes. De esta manera, al mismo tiempo que la división sen. 100° está marcando el valor de la distancia D en la escala inferior de los números de la regla fija, la característica 9 señala este mismo valor de D en la escala superior de los números, con lo cual queda hecha la coincidencia necesaria para determinar el valor de T , según ya hemos explicado.

Supongamos que los datos sean $g = 175$ y $\varphi = 89^\circ,51$; en este caso, las reglas quedarán dispuestas de esta manera

Núm.	100	170,5	283
Tang.		9	89°,51
		Sen. 100°	89°,51
Núm.	100	170,5	175

que los logaritmos (de izquierda á derecha), y la segunda la que crece en sentido contrario; puesto que aumentando un arco, crece su tangente, y por tanto, su logaritmo, mientras que las cotangentes van disminuyendo conforme aumenta el arco.
(*) Se trata de la que tiene el origen á la izquierda, y esta es la razón por la que se usa generalmente esta escala de senos cuadrados, según dejamos ya apuntado (12.)

Las cifras significativas de T son 283; la característica, calculada como hemos hecho antes, es $2 + 9 - 10 = 1$, y por tanto, $T = 28^m,30$.

20. El logaritmo de la cotangente de φ , puede tener 8 de característica, en cuyo caso, al hacer el movimiento de la reglilla, no quedan en disposición de ser sumadas las mantisas de log. cot. φ y de log. D , puesto que la primera queda hacia la izquierda del extremo de la segunda, como se vé en el siguiente ejemplo, en el que suponemos que se nos han dado $g=134$ y $\varphi=95^\circ$

		m			
		r			
Núm.	40	400	104,8	433,2	
		n		p	
		Tang. 8		95°	
		9			
		Sen ² 400° 95°			
Núm.	40	400	433,2	434	

y en el que hemos representado por m y n respectivamente las mantisas de log. $D = \log. 133,2$ y de log. cot. $\varphi = \log. \cot. 95^\circ$, viéndose la imposibilidad de calcular T , á menos de mover de nuevo la reglilla. Como es esto lo que se trata de evitar, se transforma la igualdad [b] (14), dándola la forma

$$\log. T = \log. D + \log. \cot. \varphi - 10 + \log. \cot. \varphi' - \log. \cot. \varphi'$$

ó bien

$$\log. T = \log. D - (\log. \cot. \varphi' - \log. \cot. \varphi) - 10 + \log. \cot. \varphi'.$$

La cantidad log. cot. φ' , puede tener un valor cualquiera; y si la hacemos igual á 9, la fórmula queda en

$$\log. T = \log. D - (9 - \log. \cot. \varphi) - 1;$$

con lo cual la suma de mantisas queda convertida en una resta, que se puede hacer sin necesidad de mover la regla. En efecto, $9 - \log. \cot. \varphi$, ó sea, precisando en el ejemplo que hemos puesto antes, $9 - \log. \cot. 95^\circ$, es la distancia p que hay entre la división 95° y el 9, distancia p que hay restada de la mantisa m de log. D , nos dá la mantisa r de log. T , correspondiente al número 104,8, que serán las cifras significativas de T . El cálculo mental de la parte entera,

se hará siguiendo la misma marcha que antes, lo que dará

$$\text{Característica de log. } 133,2 = \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix} = 1;$$

luego $T = 10^m,48$.

Vemos, pues, que lo mismo que en el caso general, las cifras significativas del valor de T ; se leen enfrente del número de grados del ángulo φ y que sólo se diferencian en el cálculo de la parte entera. Pondremos otro ejemplo para su completa inteligencia.

Datos $g = 115$, $\varphi = 103^{\circ},20$

	r		m	
Núm.	40	57,7	400	444,6
Tang.	8	3°,20	9	
		p		

		Sen ² 400° 103°,20	
Núm.	40	400	444,6 445

Se obtiene $D = 114^m,60$ y $T = -5^m,77$ (").

21. Puede también suceder que el ángulo φ sea muy poco diferente de 100° y que tenga valores comprendidos entre $99^\circ,362$ y $100^\circ,638$, en cuyo caso la regla no contiene el logaritmo de su cotangente. Para este caso, es preciso aplicar las consideraciones que hemos hecho anteriormente (15) sobre la proporcionalidad de las tangentes y de los arcos pequeños, que permite multiplicar los complementos de los ángulos φ (ó sean los ángulos con el horizonte), por 10, 100, ..., hasta que resulte otro ángulo que esté escrito en la regla, lo cual se verificará cuando al multiplicar φ , el producto caiga dentro de los límites $n \times 100^\circ \pm 6^\circ$. Se calcula T con este nuevo arco, y el resultado se divide por el mismo factor que se haya empleado, obteniéndose así el verdadero valor de T .

Sea $g = 230$, $\varphi = 99^\circ,53$; con este ángulo, la regla no acusa reducción al horizonte, de modo que $D = 230^m$. La fórmula dará

$$T = 230^m \times \cot. 99^\circ,53 = 230^m \times \text{tg. } 0^\circ,47 \\ = \frac{230^m \times 10 \times \text{tg. } 0^\circ,47}{10};$$

(*) En este caso, la característica de T es 0, porque para hacer la resta $m - p$, ha sido preciso añadir á m una unidad, resultando así que

$$r = m + 1 - p$$

y que la característica es, por lo tanto

$$1 - 1 = 0,$$

puesto que á log. D ya se le ha quitado una unidad de su característica para hacer la resta.

Este caso se presenta siempre que el 100 de la escala superior de los números está entre las dos lecturas que se hacen en dicha escala

según hemos dicho, $10 \times \text{tg. } 0^{\circ},47 = \text{tg. } 4^{\circ},70$, que ya está en la escala, luego

$$T = \frac{230^m \times \text{tg. } 4^{\circ},70}{40}$$

En la regla se tendrá

Núm.	400	470	230
Tang.		4^{\circ},70	9

La característica será $2 - 1 = 1$, haciendo el mismo cálculo que el número anterior (20), en el cual estamos también comprendidos ahora; es decir, que resulta

$$T = \frac{47^m,0}{40} = 1^m,70$$

Otro ejemplo: $g = 112$ y $\varphi = 100^{\circ},05$; desde luego $D = 112^m$. Tomando el complemento $0^{\circ},05$, lo multiplicamos por 10, y resulta $0^{\circ},50$, que tampoco está en la escala. Lo multiplicaremos por 100 y obtendremos $5^{\circ},00$ que ya lo está, y por lo tanto, tendremos que poner

$$T = - \frac{412^m \times \text{tg. } 5^{\circ}}{400}$$

Núm.	88	400	412
Tang.		5^{\circ}	9

La característica del numerador de T será $1 - 1 = 0$ (véase la nota del número anterior), y resulta así

$$T = - \frac{8^m,8}{400} = - 0^m,088$$

Este caso, y el del número anterior, son muy frecuentes cuando es llano el terreno de que se quiere levantar el plano, que es cuando son pequeñas las inclinaciones de las visuales.

22. Alguna vez, aunque rara, y sólo cuando el terreno presenta algún accidente muy considerable, puede suceder que $\varphi < 50^{\circ}$ ó $\varphi > 150^{\circ}$, ó lo que es lo mismo, que el ángulo, con el horizonte, sea mayor que 50° . En este caso, y por la razón que ya dijimos (15), el $\log. \cot. \varphi$ no está comprendido en la regla, y es preciso cambiar la forma del valor de T del modo que vamos a ver

1.° Cuando $\varphi < 50^{\circ}$; se tiene que

$$T = D \cdot \cot. \varphi = D \cdot \frac{R}{\text{tg. } \varphi}$$

de donde, puesto que $R = \text{tg. } 50^{\circ}$

$$\log. T = \log. D + (\log. \text{tg. } 50^{\circ} - \log. \text{tg. } \varphi)$$

ó bien

$$\log. T = \log. D + (10 - \log. \text{tg. } \varphi)$$

expresión que ya se puede calcular con la regla. En efecto, para construir esta fórmula, no habrá más que añadir á $\log. D$ la diferencia $10 = \log. \text{tg. } \varphi$, ó bien $\log. \text{tg. } 50^{\circ} - \log. \text{tg. } \varphi$, que no es más que la distancia entre las divisiones φ y 50° de la escala de tangentes. En la regla se hará esta suma, poniendo en coincidencia el valor φ° con el valor de D^m y T será el número que venga enfrente de la división 50° de la escala de tangentes.

Ejemplo: $D = 84^m$ y $\varphi = 42^{\circ},85$

Núm.	84	400	405,4
Tang.		42^{\circ},85	50^{\circ}

Resulta: $T = 105^m,40$.

2.° Cuando $\varphi > 150^{\circ}$. Tendremos como antes

$$\begin{aligned} T &= D \cot. \varphi = D \frac{R}{\text{tg. } \varphi} = D \frac{R}{\cot. (400^{\circ} - \varphi)} \\ &= - D \frac{R}{\cot. (\varphi - 400^{\circ})} \end{aligned}$$

luego

$$\log. T = \log. D + [\log. \cot. 50^{\circ} - \log. \cot. (\varphi - 100^{\circ})]$$

Sea: $D = 12^m,50$ y $\varphi = 161^{\circ}$

Núm.	40	42,5	47,8
Tang.		61^{\circ}	50^{\circ}

De aquí se deduce que $T = - 17^m,80$.

(Se concluirá.)

MEMORIA

SOBRE EL

PROGRESO Y ADELANTO DE LAS OBRAS DE MEJORA DE LA RIA DE BILBAO

(Continuacion.)

Hay un acuerdo del Consulado, tomado en 24 de Enero de 1617, por el que se dispone que el lastre de piedra que traigan los buques no se descargue sino en los «muelles de la parte del Señorío», esto es, en los de la margen derecha, haciéndose notar en otro párrafo que «todos los años se tenía cuidado para que el dicho lastre de piedra no se echase en otra parte que en el dicho muelle de hacia la parte de Algorta para conservar la barra que como es de arena suele haber en ella grandes variedades y á esta causa la dicha Universidad de ordinario ha hecho y hace muy grandes gastos echando la dicha piedra en el dicho muelle y sacando de la dicha barra pedazos de madera, vena y otras cosas de navios y barcos que se pierden en ella como es notorio y consta por varios decretos.....»

Parece deducirse de este acuerdo, que utilizaban el expresado lastre, para formar en la margen derecha una escollera de encauzamien-