

MADRID, 4.º DE DICIEMBRE DE 1877.

TOMO XXV.

NÚM. 23.

SUMARIO.

Resistencia de materiales (continuacion).—Memoria sobre el progreso y adelanto de las obras del puerto de Barcelona (conclusion).—Ley de Obras públicas (continuacion).—Parte oficial.—Subastas.—Obras públicas. Ultramar.

RESISTENCIA DE MATERIALES.

Método nuevo para el trazado de la curva de presiones en las bóvedas de fábrica,

POR

M. SZYSTOWSKI.

(Continuacion.)

Investigacion de la junta de rotura.—Supongamos que se trata de determinar la posicion de la junta de rotura en una bóveda elíptica cualquiera.

Sea $ABCD$ la bóveda elíptica construida segun las reglas adoptadas en la práctica (fig. 17).

WZ el límite superior del tímpano ó la recta que determina una superficie proporcional al peso del tímpano.

La superficie $ADWZ$ será proporcional á la carga soportada por la bóveda y la superficie $BCDWZ$ será proporcional á la carga equivalente al peso propio de la bóveda y del tímpano que gravita sobre ella.

Dividamos la recta WZ en un número cualquiera de partes iguales, bastante pequeñas para que los arcos correspondientes del intrados de la bóveda puedan considerarse como elementos rectos y por los puntos de division a, b, c, d, e , etc., tracemos los planos verticales aa', bb', cc', dd' , etc., que dividan el sólido $BCDWZ$ en trapecios I, II, III, IV , etc., que tengan una altura constante igual á $Za = cb = bc = w$.

Las superficies de estos trapecios serán proporcionales á los pesos de los sólidos que tengan estas superficies por bases, y cuyos espesores sean iguales á la unidad.

Se sabe por otra parte que la relacion de las superficies de los trapecios es igual á la relacion de

las semisumas de sus lados paralelos, por consiguiente, tirando por el centro de gravedad de cada uno de ellos una recta vertical, cada una de estas rectas representará en posicion y en direccion el peso que obra sobre el trapecio correspondiente.

Las verticales de que hablamos, tomadas en conjunto, representan un sistema de fuerzas verticales, que compuestas con el empuje en la clave, formarán la curva de presiones buscada, ó bien un *polígono funicular*.

Supongamos por un instante que las alturas de los trapecios considerados sean infinitamente pequeñas; el polígono funicular obtenido ántes se convertirá en una curva continua.

El problema así presentado quedará enteramente resuelto si se conociese el valor del empuje horizontal en la clave.

Supongamos desde luégo que esté ya determinado el empuje en la clave y sea igual á P' : representemos este valor arbitrario por una longitud RR y empleémosle para formar el polígono de las fuerzas $RB Y$, cuyas componentes son $P', 1, 2, 3$, etc.

Este polígono permitirá trazar el polígono funicular, haciendo pasar por el punto H , colocado al tercio de la junta de la clave á partir del trasdos, una curva de presion HU correspondiente al empuje $BR = P'$ admitido anteriormente. — Es evidente, despues de lo que hemos dicho, que si el empuje admitido *à priori* fuera realmente el empuje verdadero, la curva de presiones HU deberia satisfacer á las condiciones impuestas á la curva de presion real, es decir, que pasaria por el punto situado al tercio de la junta de rotura á partir del intrados; pero basta la inspeccion de la figura para conocer claramente que no sucede así, puesto que la curva HU corta al intrados de la bóveda en dos puntas α y β . — La curva que acabamos de trazar no es por tanto la de presiones que se busca; sin embargo, posee todas las cualidades del polígono funicular de las fuerzas $P' 1, 2, 3, 4$, etc., y sirviéndonos de ella y recordando al mismo tiempo el primero y tercer teoremas preliminares, podemos determinar exactamente, en cada

parte del sólido que constituye la bóveda; las verticales que pasan por el centro de gravedad correspondiente.

Así se hallará que para la parte de la bóveda comprendida entre la clave y la vertical que pasa por el punto E, el centro de gravedad que se busca se halla sobre la vertical que pasa por el punto K, es decir, en el punto de intersección de las tangentes HI y EK.

El punto K, hallado de este modo, es un punto fijo e independiente del empuje en la clave, como lo prueba el tercer teorema preliminar, y se puede afirmar por lo tanto que cualquiera que sea la posición de la curva de presiones, todas las tangentes que pasen por el punto K tendrán siempre un punto de tangencia con la curva sobre la vertical PN.

Las hipótesis adoptadas suponen que la curva de presiones buscada debe pasar por la junta de rotura a una distancia igual al tercio de su longitud a partir del intrados; por consiguiente, si trazamos en la bóveda dada una curva cuyos puntos se encuentren a una distancia del intrados igual al tercio de sus longitudes respectivas, formaremos la curva XEV, a la cual la curva de presiones buscada será tangente en la junta de rotura.

Por consiguiente, para determinar la posición de la junta de rotura, es menester hallar sobre la recta HI, un punto K tal que las dos tangentes KE y KE', tiradas de este punto a las dos curvas XEV y HE'U, tengan sus puntos de tangencia en E y E' situados sobre la misma vertical PN.

Para hallar la posición del punto K es necesario trazar la curva MKL, que es el lugar geométrico de los puntos de intersección de las tangentes a las curvas XEV y HE'U, cuyos puntos de tangencia están situados dos a dos sobre la misma vertical, como, por ejemplo, los puntos γ , δ , E, E', etcétera, para los cuales las tangentes tiradas a las curvas dadas anteriormente se encuentran en los puntos M y K, etc.

El punto K, que no es otra cosa que el punto de intersección de la curva MKL con la horizontal HI, es el punto buscado. La tangente KE a la curva XEV determina el punto E, que pertenece precisamente a la junta de rotura, y la recta FG, normal al intrados es la junta de rotura buscada.

Conociendo ahora la posición de la junta de rotura, no nos queda más que determinar el empuje efectivo en la clave y trazar la curva de presiones que le corresponde.

Para ello tracemos la recta KE', que según las propiedades demostradas para la curva MKL, debe ser forzosamente tangente a la curva HE'U, y por el punto R tracemos la recta RS paralela a E'K; por el punto S así determinado, tiremos una recta SQ paralela a EK. La longitud BQ representará el empuje real en la clave y SQ la presión desarrollada en la junta de rotura FG. Las operaciones que quedan ahora por efectuar no presentan dificultad alguna, porque bastará, a partir del punto H de aplicación del empuje hallado BQ, trazar el *polígono polar* correspondiente a las fuerzas verticales dadas, y que tenga su polo en el punto Q, e inscribir en este polígono una curva continua, que será la curva de presiones buscada.

Discusión analítica.

No siendo muy comunes hasta hoy los principios de la estática gráfica, hemos creído indispensable presentar la cuestión que nos ocupa bajo una forma analítica para hacerla más tangible al lector que se preocupe del problema de la estabilidad de bóvedas.

Para llegar al resultado que nos proponemos, consideremos una bóveda elíptica ABCD, sin que por esto se entienda que nos fijamos en una forma particular del intrados. Tracemos por el punto de aplicación del empuje H en la clave una horizontal HI, que juntamente con el eje de simetría HY representan un sistema de coordenadas rectangulares a las cuales referimos todas las operaciones antes indicadas.

Admitamos, además, que la línea de carga de la bóveda considerada sea una recta horizontal colocada a una distancia de $HZ = \alpha$ del eje de las abscisas HI.

Representemos el intrados de la bóveda por la ecuación.

$$y = f(x) \quad (1)$$

El peso de cada elemento de la bóveda comprendido entre los planos verticales separados una cantidad infinitamente pequeña dx , estará representado por la ecuación

$$(2) \quad dg = p \{ f(x) + \alpha \} dx$$

en la cual p representa el peso específico de los materiales.

El peso total de la parte de bóveda comprendida entre el eje de las y y la vertical NP, que pasa por el punto cuya abscisa es igual a x , se obtendrá

integrando la ecuación (2) entre los límites 0 y x , y se tendrá:

$$(5) Q = \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} dx$$

Si el centro de gravedad de la parte de la bóveda que consideramos se halla sobre la vertical que pasa por el punto K, el momento de la fuerza Q tomado con relacion al origen de coordenadas se expresará por

$$(4) Q \times HK = \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} x dx$$

Las ecuaciones (3) y (4) nos permiten determinar el valor de HK y se tiene:

$$(5) HK = \frac{\int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} x dx}{\int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} dx}$$

Considerando ahora que el punto E, expresado por las coordenadas X é Y es un punto de la curva de presiones producida por un empuje en la clave P, aplicado al punto H, podremos determinar desde luego la direccion de esta curva en el punto en cuestion, uniendo este punto K al punto E, por medio de la recta EK.

De la ecuación (5) se saca la relacion.

$$(5a) X - HK = X - \frac{\int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} x dx}{\int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} dx}$$

y el coeficiente angular de la recta EK tendrá por valor:

$$(6) \frac{Y}{X - HK} = \frac{C}{P};$$

por consiguiente

$$Y = \frac{1}{P} \times C (X - HK),$$

ó bien

$$(7) Y = \frac{1}{P} \left[X \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} dx - \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} x dx \right]$$

La ecuación (7) es precisamente la de la curva de presiones buscada, referida á un sistema de

coordenadas rectangulares cuyo origen se halla colocado en el punto de aplicacion del empuje en la clave. Ella demuestra que todas las tangentes, tales como EK á la curva de presiones, cortan á la horizontal HI del empuje en la clave en el punto colocado sobre la vertical que pasa por el centro de gravedad de la parte de bóveda comprendida entre el eje de simetría y la vertical del punto de contacto de la tangente con la curva. En efecto, diferenciemos la ecuación (7), tendremos:

$$(8) \frac{dY}{dx} = \frac{1}{P} \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} dx = \frac{E}{P} = \frac{Y}{X - HK}$$

Esta propiedad notable de las tangentes sirve de punto de partida al método de la estática gráfica que hemos empleado.

Segun las hipótesis que hemos admitido para esta teoría, sabemos que la curva de presiones debe ser paralela á la junta de rotura en la curva XEV, que representamos por la ecuación general:

$$(9) y_0 = F(x_0)$$

Tenemos para empuje en la clave un valor arbitrario P_0 y tracemos la curva de presiones HE'U, que posee forzosamente la propiedad expresada por la ecuación (8); nos queda por tanto ahora que resolver la cuestion siguiente: Hallar sobre la curva XEV un punto tal, que la tangente tirada por este punto á la curva tenga la propiedad de las tangentes que pertenecen á la curva de presiones real.

Supongamos que el punto buscado sea el E, y se tendrá: 1.º el punto K, que es la interseccion de la recta EK con la horizontal HI debe encontrarse sobre la vertical que pasa por el centro de gravedad de la parte de bóveda comprendida entre la vertical PN y el eje de simetría RY; y 2.º, conforme á la propiedad de la curva de presiones HE'U, la recta que une el punto K con el punto E' debe ser tangente á la curva HE'U; por consiguiente, el punto K debe encontrarse en la interseccion de las tangentes EK y E'K á las dos curvas HE'U y XEV, cuyos puntos de tangencia E y E' están situados sobre la misma vertical PN.

La curva XEV ha sido representada por la ecuación $y_0 = F(x_0)$, y la curva HE'U, que es la de presiones correspondiente al empuje P_0 , estará

representada conforme á la ecuacion (7) por la expresion siguiente:

$$(10) \quad Y_0 = \frac{1}{P} \left[X_0 \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} dx - \int_0^x p \{ f(x) + \alpha \} x dx \right]$$

La tangente á la curva representada por la ecuacion (9) se expresará por

$$(11) \quad y_0 - y = \frac{d y_0}{d x_0} (x_0 - \xi),$$

y la tangente á la curva representada por la ecuacion (10) tendrá por valor

$$(12) \quad Y_0 - y_1 = \frac{d Y_0}{d X_0} (X_0 - \xi)$$

Considerando que los puntos de tangencia están colocados siempre sobre la misma vertical; las abscisas x_0 y X_0 deben ser iguales, y las ecuaciones (11) y (12) tomarán la forma siguiente:

$$(11 a) \quad y_0 - y = \frac{d y_0}{d x_0} (x_0 - \xi)$$

$$(12 a) \quad Y_0 - y_1 = \frac{d Y_0}{d X_0} (X_0 - \xi).$$

Si observamos ademas que el punto de interseccion de estas rectas debe estar colocado sobre el eje de abscisas HI , y si designamos por a y b las coordenadas de este punto, tendremos:

$$(11 b) \quad y_0 - b = \frac{d y_0}{d x_0} (x_0 - a)$$

$$(12 b) \quad Y_0 - b = \frac{d Y_0}{d X_0} (X_0 - a)$$

ó eliminando $X_0 - a$, resultará:

$$y_0 - b = \frac{d y_0}{d x_0} \times \frac{d X_0}{d Y_0} (Y_0 - b);$$

pero conforme se ha dicho ántes, aquel punto debe hallarse tambien sobre el eje de las x , condicion que exige que

$$(13) \quad b = 0;$$

y por consiguiente, la ecuacion precedente se reduce á

$$y_0 = \frac{d y_0}{d x_0} \times \frac{d X_0}{d Y_0} \times Y_0.$$

ó bien á

$$y_0 \frac{d x_0}{d y_0} = Y_0 \frac{d X_0}{d Y_0} \quad (14)$$

Tenemos ademas la ecuacion de condicion

$$(15) \quad x_0 = X_0.$$

Las ecuaciones anteriores son las de condicion de las ordenadas de todos los puntos de las curvas XEV y $HE'U$, para las cuales las tangentes se encuentran en el punto K sobre la horizontal HI .—No queda, por tanto, sino reemplazar en la ecuacion (7), los valores de Y y X por los ya hallados para y_0 y x_0 , y calcular despues el valor del empuje P .

(Se concluirá.)

PUERTO DE BARCELONA.

MEMORIA

SOBRE EL PROGRESO Y ADELANTO DE LAS OBRAS DEL PUERTO DE BARCELONA DURANTE EL AÑO ECONÓMICO DE 1876 Á 1877.

(Conclusion.)

INDICACIONES sobre el movimiento económico de la Junta durante el ejercicio de 1876 á 1877.

Ingresos.

	Pesetas.	Pesetas.
Han ingresado en el Banco de Barcelona, procedentes del arbitrio del 80 por 100 sobre el derecho de descarga.	1.315.177,00	1.344.636,22
Idem en la Caja de la Junta, procedentes de la grúa de vapor establecida en el muelle nuevo.	1.408,54	
Id. en la misma Caja, procedentes de alquileres de locales y almacenes de dicho muelle.	27.971,46	
Id. de jornales no satisfechos á los interesados por no haberse presentado al cobro.	79,22	