

hasta el límite compatible con la buena construcción de la línea y con la seguridad y buena marcha de los trenes.

Naturalmente el menor ancho de la vía produce economía en el coste de las explanaciones, pero esta economía es debida principalmente á la mayor facilidad que proporciona la vía estrecha para adaptar más el trazado al terreno disminuyendo los movimientos de tierra, pues la que obtendría directamente por el estrechamiento de las explanaciones sería mucho menor, porque el ancho de éstas depende del de los vehiculos que hayan de recorrer la línea, y en general, la reducción que se aplica al de dichos vehiculos es menor que la que se hace sufrir al ancho de la vía.

(Se continuará.)

RESISTENCIA DE MATERIALES.

Método nuevo para el trazado de la curva de presiones en las bóvedas de fábrica,

POR

M. SZYSTOWSKI.

(Continuacion.)

9.º Scheffler.—Independientemente de la dirección impresa en Francia á la investigación de la curva de presiones, en Alemania el Dr. Scheffler, inspirándose en las ideas emitidas por Moseley, desarrolló el principio de la mínima resistencia, y tomándole por base de sus investigaciones, publicó su teoría de la estabilidad de bóvedas en la obra titulada: *Theorie der Gewölbe, futter mauern und eisernen Brücken, Braunschweig, 1853.*

Segun dicha teoría, la curva de menor resistencia es precisamente la curva de presiones buscada y la única que puede asegurar realmente el equilibrio de una bóveda.

Scheffler prescinde por completo en su teoría de los resultados de las experiencias de Boistard, y prosigue sus interesantes investigaciones de una manera puramente analítica, considerando las dovelas como cuerpos indeformables.

No pretendemos dar aquí una crítica completa de la teoría del Dr. Scheffler, trabajo desarrollado ya por Mr. Dupuit en su obra titulada, *Traité de l'équilibre des voûtes, 1870*, y que recomendamos al lector que desee estudiar la cuestión. Diremos únicamente que la teoría que nos ocupa es muy

metafísica y no inspira, por lo mismo, gran confianza en las aplicaciones.

10. Ivon Villarceau.—El método de Méry á pesar de sus errores é inexactitudes, ha servido de punto de partida á numerosos trabajos emprendidos por otros sabios. Así Mr. Ivon Villarceau ha tratado de cambiar la forma del intrados de tal manera, que la curva de presiones pase siempre por el medio de las juntas de las dovelas.

Los principios que han servido de base á este nuevo método, han permitido al autor reducir á un mínimo la resistencia por unidad de superficie de los materiales que componen la bóveda, y por consiguiente, el exceder el límite práctico de la abertura de las bóvedas. Los cálculos que justifican las reglas adoptadas son sumamente complicados y no tienen gran utilidad práctica, encontrándose expuestos con los detalles más minuciosos en la obra titulada *Sur l'établissement des arches des ponts, 1854.*

11. F. Dupuit.—El orden cronológico nos obliga á decir ahora algunas palabras sobre los trabajos de este ilustre hombre, que han estado en bogá, sobre todo en Francia, durante un cierto tiempo. Dicho Ingeniero publicó sus trabajos por primera vez en 1858, en los *Annales des Ponts et Chaussées*. Allí demuestra principalmente que cuando una bóveda reposa sobre la cimbra, no existe empuje en la clave; pero que repentinamente y á medida que se va bajando la cimbra, aparece desde luego aquel empuje y aumenta despues constantemente hasta que ésta se haya quitado completamente.

Desarrollando esta idea, establece Mr. Dupuit el principio siguiente:

«En las bóvedas simétricas, la curva de presiones para cada mitad debe ser tangente á la curva de intradós. Este punto de tangencia se encuentra siempre sobre el punto de rotura, y si se examina la bóveda despues de haber separado la cimbra, se nota que la mitad de ella gira al rededor de dicho punto para venir á apoyarse en la clave contra la otra mitad.»

Lo que acabamos de citar es suficiente para indicar el método de Mr. Dupuit.

La curva de presiones trazada en las condiciones anteriores representa la bóveda en el momento de su equilibrio estricto, pero no asegura del todo su estabilidad. Es verdad que Mr. Dupuit recomienda para hacer el equilibrio estable, cambiar la forma de la bóveda por medio de golpes,

hasta hacer pasar la curva de presiones por el medio de las juntas de las dovelas; pero este procedimiento, además de presentar dificultades para su aplicación, no está justificado bajo el punto de vista teórico.

En su obra titulada, *Traité de l'équilibre des voûtes*, 1870 (edición publicada después de la muerte de su autor), da Mr. Dupuit, al mismo tiempo que su método, la apreciación crítica de los trabajos de sus predecesores, y manifestando sobre ellos un juicio muy exacto, y algunas veces demasiado severo, no se ha apercibido del error que él mismo comete llevando la cuestión del derrumbamiento de las bóvedas á un extremo exagerado. Debemos hacer justicia, sin embargo, á Mr. Dupuit, diciendo que sus trabajos sobre la estabilidad de bóvedas abundan en observaciones de un valor indudable y arrojan luz clara sobre cuestiones sumamente importantes y muy difíciles de resolver bajo el punto de vista científico.

12. *Culmann*.—Mr. Culmann, en su obra titulada *Graphische Statik*, 1866, *Zurich*, da el medio gráfico de trazar la curva de presiones en una bóveda dada, tomando por base los principios de la estática gráfica. Este sabio discute primeramente la semejanza entre las bóvedas, los arcos y las catenarias, y en seguida deduce las condiciones de deslizamiento sobre las juntas de las dovelas y las condiciones de caída. Al tratar de la curva de presiones en las bóvedas de fábrica, sienta como principio, que de todas las curvas de presión que pueden trazarse en una bóveda, la verdadera será aquella cuya posición se aproxime lo más posible á la curva que une los puntos medios de las juntas de las dovelas, de tal manera que la presión ejercida sobre la junta de rotura sea el mínimo que se pueda alcanzar.

Según lo que acabamos de decir, vemos que las hipótesis de Culmann fueron introducidas ya en el dominio de la ciencia por Moseley bajo el nombre de Teoría de la menor resistencia, y posteriormente las desarrolló y aplicó el Dr. Scheffler.

Para trazar la curva de presiones así definida, Culmann empleó la *Estática gráfica*, cuyo verdadero creador podrá considerarse siempre. Este es el mérito principal del método que acabamos de resumir sucintamente.

13. *Durand Claye*.—Hemos visto que todos los métodos presentados hasta ahora dejan mucho que desear, habiendo comprobado en todos ellos, sin gran esfuerzo, las inexactitudes que provienen

de hipótesis que no pueden justificarse ó de deducciones inexactas.

La mejor manera de considerar el trazado de la curva de presiones es sin contradicción la de Durand Claye, y por esto su método publicado en 1867 y 68 en los *Annales des Ponts et Chaussées*, obtuvo la aprobación general. El autor en todos sus escritos sobre la estabilidad de bóvedas, considera la cuestión bajo el punto de vista de *verificar las condiciones de equilibrio de una bóveda*.

Dichas condiciones son las siguientes:

a. La presión máxima en un punto cualquiera de una junta entre dos dovelas debe ser siempre inferior al límite impuesto por la seguridad.

b. La curva de presiones debe estar siempre contenida entre el intrados y el trasdos de la bóveda.

c. Las dovelas deben permanecer siempre en equilibrio sobre sus juntas, y el rozamiento debe impedir el deslizamiento.

La última condición de equilibrio se halla casi siempre satisfecha en la práctica, porque las juntas de las dovelas son normales á la curva de intrados y la curva de presiones le es casi paralela; no hay, por tanto, necesidad de verificar más que las dos primeras condiciones para las cuales Durand Claye prescribe las operaciones siguientes, que resultan de consideraciones perfectamente exactas y rigurosas:

1.º Calcular los pesos de las dovelas con sus sobrecargas y determinar las verticales que pasan por los centros de gravedad correspondientes, según las cuales obran aquellos pesos.

2.º Determinar una figura $c_0 w_0 d_0$ que envuelva todas las presiones que no excedan los límites impuestos por la resistencia de los materiales (figura 5).

Para construir la figura de que hablamos, se traza por el medio de la recta $d_0 c_0$ la vertical Ow_0 igual en longitud á la fuerza que uniformemente repartida sobre toda la superficie de junta, dé en cada punto una presión que no exceda del límite de resistencia; se trazan en seguida por los puntos k_0 y h_0 que dividen á la recta $d_0 c_0$ en tres partes iguales, las perpendiculares $k_0 m_0$ y $h_0 n_0$ iguales cada una á la mitad de Ow_0 y por consiguiente iguales entre sí. Si se unen ahora los puntos m_0 con d_0 y n_0 con c_0 por medio de líneas rectas y el punto w_0 con m_0 y n_0 por arcos de hipérbola, obtendremos la figura buscada $c_0 w_0 d_0$. La construcción que acabamos de recordar aquí se halla ex-

puesta en todos los tratados de resistencia de materiales.

3.º Trazar las curvas α , β , y γ , δ , envolventes de los empujes y de las reacciones en los límites que sirven de base para la posición de la curva de presiones entre el intrados y el trasdos de una bóveda, prescindiendo de la resistencia de los materiales (fig. 5).

La curva α , β , representa el empuje en la clave cuando su punto de aplicación recorre toda la longitud de la junta c , d , y cuando la reacción de la junta c , d pasa siempre por el punto c ; la curva γ , δ , corresponde á todos los empujes en la clave que producen la reacción en el punto d , es decir, sobre la arista de trasdos de la junta cd .

4.º La superposición de la curva α , β , γ , δ , sobre la curva c , w , d , y la determinación de las superficies p , q , r , s , (fig. 5).

La superficie p , q , r , s , así determinada contiene todos los empujes producidos sobre la junta c , d que garantizan el equilibrio y la estabilidad á lo largo de esta junta, los cuales están representados por las rectas perpendiculares á la junta de la clave c , d . Todo lo que acaba de decirse para la junta c , d , puede ser repetido para todas las demas de la bóveda; así para conocer el equilibrio y la estabilidad de la obra según la junta c , d , será menester determinar como anteriormente la superficie p , q , r , s , diferente de la primera.

5.º La determinación de la superficie P , Q , R , S común á todas las superficies parciales p , q , r , s (figura 4). La superficie P , Q , R , S así determinada, puede tener diferentes formas; puede estar representada por un cuadrilátero, siendo bastante común la forma de un triángulo; pero puede reducirse á un punto, y en este caso el equilibrio es inestable, porque el menor cambio en la intensidad del empuje ó de la reacción rompe completamente el equilibrio de la bóveda.

6.º Finalmente, la construcción de las cuatro curvas de presión correspondientes á los cuatro puntos P , Q , R , S , de la superficie y la investigación de los puntos débiles de la bóveda (fig. 4).

Las breves palabras que preceden concernientes al método de Durand-Claye, prueban suficientemente cuán ingenioso es bajo el punto de vista científico. Pero desgraciadamente son de lamentar las dificultades insuperables que presenta en la aplicación, á consecuencia de construcciones extremadamente laboriosas que exigen una precisión matemática en los dibujos, y que se convierten

por tanto en causa inevitable de errores que se multiplican sin usar. Por lo demás, el método de Durand-Claye está fundado en principios de mecánica puramente, sin recurrir á hipótesis metafísicas.

En una Memoria inserta en los *Annales des Ponts et Chaussées* de 1868 [ha sido completado este método por el mismo Durand-Claye, introduciendo las apreciaciones relativas á la resistencia de los materiales de construcción tales como el cemento y el mortero.

1.º *Peaucellier*. Para completar esta reseña histórico-crítica de los trabajos publicados hasta nuestros días, debemos analizar aquí el método del coronel Mr. Peaucellier, inserto en el *Memoirel du Génie* de 1875.

Este trabajo es sumamente interesante y muy instructivo. El autor ha tratado la cuestión bajo el punto de vista científico, y en este concepto llama la atención de los ingenieros que hacen un estudio especial de la estabilidad de bóvedas. Presentaremos, pues, aquí los principios generales en que se funda, y recurriremos alguna vez á las observaciones hechas por Mr. Collignon, en la Escuela de Puentes y Calzadas.

En opinión de este último, el método de Peaucellier presenta una gran analogía con el de Durand-Claye, que antes se ha indicado.

Desde un principio se ocupa Peaucellier de la determinación del equilibrio estático en una bóveda cualquiera cuyas dovelas considera como cuerpos sólidos de forma invariable, prescindiendo enteramente de la discusión de las condiciones relativas al empuje y á la reacción tomadas en los límites de la resistencia de materiales. Después de esto, admite que el empuje en la clave P es horizontal, y el punto M de aplicación de este empuje puede desplazarse en toda la extensión de la junta J_0 , J_0 ; no quedando desconocido, por consiguiente, más que el valor del empuje, cuya determinación en las condiciones de equilibrio constituye el problema principal del método que nos ocupa.

Las condiciones de equilibrio son las siguientes:

a. *Condición de resbalamiento de las superficies de junta.*

Sea Hh la junta de arranque, ó bien una junta cualquiera comprendida entre los arranques y la clave.

Tomemos arbitrariamente un punto cualquiera M , y supongamos que el empuje P , cuya di-

reccion es horizontal y está representado por la recta MP sobre la fig. 6, esté aplicado en aquel punto. Sea R la resultante de las fuerzas que obran sobre la porcion de bóveda comprendida entre las juntas $J_0 j_0$ y Hh; la reaccion del plano de junta Hh será la resultante de las fuerzas P y R.

Para impedir el resbalamiento de la parte de bóveda Hh $J_0 j_0$, segun el plan de junta Hh, es indispensable que los valores extremos del empuje P correspondan perfectamente á las reacciones que forman con la perpendicular al plana de junta, ángulos iguales cada uno al ángulo φ de rozamiento de la mamposteria sobre sí misma.

Para determinar los límites del empuje P, tracemos por O dos rectas Os y Os', de manera que formen con la junta Hh ángulos iguales cada uno á $90^\circ + \varphi$; tomemos en seguida sobre OR una longitud igual á or y proporcional á la fuerza R, y completemos los paralelógramos de las fuerzas Orsp y Ors'p'; estas diagonales coincidirán precisamente con las rectas Os y Os', y los lados op y Op' de estos paralelógramos son precisamente los límites del empuje que se busca. En efecto, si P fuese mayor que Op', la resultante de las fuerzas P y R caería fuera del ángulo de rozamiento φ , y en este caso la parte de la bóveda Hh $J_0 j_0$ se levantaria, toda vez que la resultante no estaba equilibrada por el rozamiento de la mamposteria, y este levantamiento tendria lugar segun la junta Hh. Si la fuerza P fuese menor que Op, la resultante de las fuerzas P y R caería en el interior del ángulo SOR, y la bóveda deslizaria de arriba á abajo segun la misma junta Hh.

Observaremos, por lo demas, que los límites Op y Op' correspondientes á la junta Hh son independientes de la posicion del punto de aplicacion de la fuerza sobre la junta $J_0 j_0$, como se ve claramente en la fig. 6, puesto que en la construccion efectuada sólo se ha tenido en cuenta la direccion de las fuerzas P y S, y no su posicion. Es fácil ver, por lo tanto, que la construccion precedente puede reemplazarse por esta: desde el punto M tracemos dos rectas Mg y Mg' perpendiculares á $J_0 j_0$, y tomemos dos longitudes Mg y Mg', respectivamente iguales á Op y Op'; por los puntos g y g' tracemos dos paralelas á $J_0 j_0$, y formaremos así un paralelógramo mn m'n', en cuyo interior debe caer siempre la extremidad de la recta que representa el empuje en la clave para que no haya resbalamiento, segun la junta Hh.

Esta última construccion deberia repetirse para cada junta; pero Mr. Peaucellier la simplifica mucho valiéndose de una construccion auxiliar.

En efecto, sean

$f_1, f_2, f_3, f_4, \dots, f_n$ las fuerzas que obran sobre cada dovela, contada á partir de la clave.

$V_1, V_2, V_3, V_4, \dots, V_n$ las dovelas correspondientes á las fuerzas anteriores.

Componiendo las fuerzas f_1 y f_2 hallaremos la resultante R_2 que obra sobre las dovelas V_1 y V_2 ; componiendo esta resultante con la fuerza f_3 , obtendremos una segunda resultante R_3 , que obrará sobre las dovelas V_1, V_2, V_3 , y así sucesivamente. Procediendo siempre del mismo modo, llegaremos finalmente á la resultante R_n de las fuerzas $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, que obrará sobre todas las dovelas $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$. Conociendo así todas las resultantes hallaremos sus valores, teniendo en cuenta que la primera R_1 no difiere en nada de la primera fuerza f_1 , y el valor de las otras se obtendrá trazando el polígono de las fuerzas (fig. 7), operacion que se efectúa de la manera siguiente:

Desde el punto O, tomado arbitrariamente, tracemos las rectas O1, O2, O3,.... proporcionales y paralelas á las fuerzas $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$; unamos el punto O con el punto 6, por ejemplo, y se tendrá la recta O6, que es paralela y proporcional á la resultante R_6 , y los puntos O, 1, 2, 3, 4, 5, 6 corresponden cada uno á una junta situada entre las dovelas consecutivas V_0 y V_1, V_1 y V_2, V_2 y $V_3, \dots, V_6$ y V_7 .

Si desde el punto 6, por ejemplo, trazamos dos rectas 6a y 6b que formen con la perpendicular á la junta correspondiente el ángulo φ igual al de rozamiento de los materiales entre sí, lo cual es siempre posible, dichas rectas cortarán á la horizontal que pasa por el punto O en a y b, y el triángulo 6Oa tendrá sus lados paralelos y proporcionales á las fuerzas R_6, P_6, S_6 ; por consiguiente, la recta Oa representa el límite inferior del empuje necesario para oponerse al deslizamiento de la bóveda segun la junta núm. 6, y la recta O6 representa el límite superior de este mismo empuje que se opone al levantamiento de la bóveda segun la misma junta.

Repetiendo la misma construccion para cada vértice del polígono de las fuerzas $f_1, f_2, \dots, f_n$, formaremos dos curvas que nos permitirán hallar fácilmente los límites Oa' y Ob', entre los cuales estará contenido forzosamente el empuje P en la clave que satisface á las condiciones de rozamien-

to que existen entre todas las partes componentes de la bóveda considerada.

Las rectas Oa' y Ob' son, por lo tanto, las que sirven para determinar la posición de las rectas mn y $m'n'$ de la fig. 6.

b. Condición relativa á la posición de la curva de presiones entre el intrados y el trasdos de una bóveda.

Para que la curva de presiones permanezca siempre entre el intrados y el trasdos de la bóveda que se considera, es menester que el empuje P no exceda nunca de ciertos límites; así, si Hh es la junta de arranque de la bóveda $Hh J_0 j_0$, es menester que la resultante de las fuerzas P y R caiga siempre entre los puntos h y H . En efecto, unamos el punto O con los puntos H y h , podremos construir dos paralelogramos $ORsp$ y $Ors'p'$, y si en estos paralelogramos Or representa la fuerza dada R , los lados Op y Op' designarán los límites del empuje P , que tiene su punto de aplicación en M , tomado arbitrariamente sobre la junta de la clave.

Los límites del empuje P , de que acabamos de hablar, cambian siempre en la posición del punto de aplicación de este empuje en la clave.

Para hallar el valor analítico de la relación que liga entre sí las fuerzas S , R y P , tomemos los momentos de estas fuerzas con relación al punto h , y tendremos

$$P \times MK = R \times hf.$$

El producto $R \times hf$ es, por consiguiente, una cantidad constante, puesto que

$P \times MK$ es completamente independiente de la posición del punto M sobre la junta de la clave $J_0 j_0$.

La ecuación $P \times MK = R \times hf = C$ representa una hipérbola equilátera que tiene por asíntotas las rectas KJ_0 y hK ; su parte útil se halla contenida entre las aristas de la clave $J_0 j_0$ y comprende el arco $m'n'$.

Todo lo que hemos dicho para el punto h podemos decirlo también para el punto H , y obtendremos así $m''n''$ que comprende al límite superior del empuje P .

La curva obtenida de este modo es también una hipérbola que tiene por ecuación

$$P \times MK' = R \times HF',$$

y las rectas $K'J_0$ y HK' son sus asíntotas.

Estas dos curvas las hemos encontrado ya en el

método de Durand-Claye, y lo mismo ahora que antes, representan siempre los límites de todos los empujes que pueden tener lugar en la clave de una bóveda.

(Se continuará.)

PARTE OFICIAL.

27 de Agosto (Gaceta del 2 de Setiembre).—FOMENTO.—Real orden autorizando al Marqués de Robredo para que construya una casa de baños en la playa de la Magdalena, bahía de Santander.

29 de Agosto (Gaceta del 2 de Setiembre).—MARINA.—Real orden autorizando á D. Juan Salvador Lopez para construir cierto número de casas en terrenos pertenecientes en parte á la zona de salvamento del puerto de Garrucha.

5 de Setiembre (Gaceta del 7).—FOMENTO.—Real decreto estableciendo en el puerto de Bilbao, con destino exclusivo á las obras del mismo y de su ría, los impuestos de carga y descarga que se expresan.

SUBASTAS.

3 de Octubre.—Provincia de Murcia.—De las obras que faltan para terminar el puente de Lorca y una parte de la travesía de esta ciudad, en la carretera de Murcia á Granada. Presupuesto, 147.819 pesetas 84 céntimos.

15 de Octubre.—Provincia de Murcia.—De las obras del trozo 1.º de la sección de Totana á Mazarrón, de la carretera de tercer orden de Cieza á Mazarrón. Presupuesto de contrata 328.963 pesetas 67 céntimos.

23 de Octubre.—Provincia de Orense.—De las obras de la primera sección del camino provincial de Boborás al confin de la provincia de Pontevedra. Presupuesto, 143.842 pesetas, 70 céntimos.

REDACCION Y ADMINISTRACION,

CALLE DE ALCALÁ, NÚM. 36, CUARTO PRINCIPAL.

MADRID.—1877.

IMPRENTA Y ESTEREOTIPIA DE ARIBAU Y C.^a

(SUCESORES DE RIVADENEIRA).

IMPRESORES DE CÁMARA DE S. M.,

calle del Duque de Osuna, número 3.