

el modo en que debe obrar aquél contra los terrenos que impulsa, aceptando, como más aproximado á la verdad, el volúmen del sólido de éste para los terrenos compresibles y la teoría de Gillot para los no compresibles, ó sean las rocas. Mas como el análisis de estas teorías no es por hoy nuestro propósito, ni tampoco se prestan á una exacta comparacion con ellas las variadas figuras que en general presentan las secciones transversales de un ferro-carril ó carretera, hemos deducido los sólidos que exponemos para cada agrupacion de terrenos, sólo por nuestros experimentos prácticos, como los más adecuados para el cálculo en las condiciones á que han de satisfacer y más aproximados al volúmen, por lo regular informe, que arroja en nuestra aplicacion una voladura. Bajo el supuesto, pues, de la experiencia, aceptamos como bueno el tronco de cono de Megrigny exclusivamente para los terrenos enunciados ó muy compresibles, y los otros dos para las clases expuestas, por diferir aquél en mucho, y ser para éstas, por lo tanto, errónea su aplicacion, que es lo que anteriormente teníamos sentado.

Estos tres volúmenes pueden desde luego, en nuestro juicio, tomarse sin hornillo de prueba, juzgando *à priori* de los resultados y de la conveniencia ó no conveniencia de la mina, sin perjuicio de que, especialmente en las rocas duras y sin alterar la correspondiente carga, hemos obtenido como efecto útil hasta más del cuádruplo del volúmen que arroja la fórmula en determinadas circunstancias del terreno, que en su lugar daremos á conocer al hacer el análisis en figura de algunos de nuestros experimentos prácticos. Mas antes, y para poder formar más seguro juicio de éstos, debemos exponer nuestra opinion sobre los demas elementos principales y constitutivos de una voladura, empezando por las cargas, lo cual será motivo de nuestro siguiente artículo.

M. R. MOLINA.

### TEOREMA.

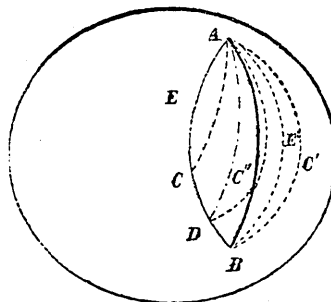
*La más corta distancia entre dos puntos situados sobre la superficie esférica es el arco de círculo máximo que pasa por ellos.*

#### PRIMERA DEMOSTRACION.

1.° *El arc. de circ. máx. A B es línea de mínima distancia entre A y B.*

Supongamos que ACB sea una línea de mínima

distancia entre A y B. Tomemos en ella un punto cualquiera C y tracemos el arc. circ. máx. AC, así como el AD, bisector del ángulo CAB. La simetría de la esfera respecto del arc. circ. máx. AD nos



permitirá trazar una línea AC'D simétrica de ACD, y por lo tanto de igual longitud, de manera que AC''DB será igual á la línea de mín. dist. ACB.

Ahora bien, el punto C'', simétrico de C, caerá necesariamente en el arc. de circ. máx. AB y precisamente entre A y B.

En efecto, si cayera en B, tendríamos:

$$\text{mín. dist. AB} = \text{mín. dist. AC} < \text{ACB.}$$

lo que es contra el supuesto de que ACB es una línea de mín. dist. entre A y B.

Si el punto C'' cayese en la prolongacion de AB, tendríamos:

$$\text{arc. circ. máx. AC} > \text{arc. circ. máx. AB,}$$

luego habría un punto E entre A y C, tal que

$$\text{arc. circ. máx. AE} = \text{arc. circ. máx. AB,}$$

y por consiguiente

$$\text{mín. dist. AE} = \text{mín. dist. AB,}$$

lo que es contra el supuesto.

Cayendo, pues, C'' entre A y B, vemos que la línea ACB de mín. dist. entre A y B puede transformarse en otra de igual longitud que tenga un punto comun con el arc. circ. máx. AB.

Ésta trasformada puede á su vez trasformarse en otra que tenga otros dos puntos comunes con el arc. circ. máx. AB, y así sucesivamente hasta llegar á una línea de mín. dist. que tenga un número infinito de puntos comunes con el arc. circ. máx. AB. Ahora bien, ó la trasformada obtenida de este modo se confunde con el arc. circ. máx. AB, en cuyo caso nuestra proposicion está demostrada, ó entre cada dos puntos infinitamente próximos comunes el elemento rectilíneo del arc. circ. máx. AB es cuerda del arco de curva trasformada, que pasa por ellos, y por consiguiente menor que éste, en cuyo caso el arc. de circ.

máx. AB es menor que la trasformada, lo que es contra el supuesto.

2.º *Solamente el arc. de circ. máx. AB es línea de mínima distancia entre A y B.*

En efecto, si un punto C exterior al arc. circ. máx. AB. pudiese pertenecer á la línea de mínima distancia entre A y B, tendríamos :

mín. dist. AB = mín. dist. AC + mín. dist. CB,  
ó bien

arc. circ. máx. AB = arc. circ. máx. AC + arc.  
circ. máx. CB,

lo cual es absurdo.

Queda, pues, demostrado que el *arc. de circ. máx. que une dos puntos es la única línea de mín. dist. entre ellos sobre la superficie esférica.*

#### SEGUNDA DEMOSTRACION.

##### PROPOSICION PRIMERA.

*Todos los puntos de una circunferencia trazada en una esfera equidistan de su polo.*

Esta proposicion resulta inmediatamente de la simetría de la esfera.

##### PROPOSICION SEGUNDA.

*La línea de mín. dist. entre A y B se halla por completo comprendida en el casquete cuya base pasa por B y cuyo polo es A.*

En efecto, si dicha línea saliera en parte fuera del casquete, tendria con la base de éste un punto G comun distinto del B. Ahora bien; mín. dist. AG = mín. dist. AB; luego la parte sería igual al todo.

##### PROPOSICION TERCERA.

*Si arc. circ. máx AB > arc. circ. máx. AC,  
mín. dist. AB > mín. dist. AC.*

En efecto, la mín. dist. de A á B tiene necesariamente una parte fuera del casquete AC que es precisamente el exceso de su longitud sobre la mín. dist. AC.

##### PROPOSICION CUARTA.

*La mín. dist. AB no puede tener un punto P fuera del arc. circ. máx. AB.*

En efecto, si lo tuviese resultaría :  
mín. dist. AB = mín. dist. AP + mín. dist. PB (1).

Desde el polo A tracemos la circunferencia que pasa por P; cortará al arc. circ. máx. AB en un punto P' entre A y B, y tendremos

mín. dist. AB = mín. dist. AP' + mín. dist. PB (2).

Pero

Arc. circ. máx PB > arc. circ. máx. P'B;  
y por consiguiente

mín. dist. AB < mín. dist. AP' + mín. dist. PB.

Luego las ecuaciones (1) y (2) son falsas, lo cual demuestra la proposicion iv, y por consiguiente nuestro teorema.

Madrid, 7 de Febrero de 1876.

FRANCISCO LIZARRAGA.

#### EMPLEO DE LAS MÁQUINAS EXPLORADORAS.

En la práctica de la explotación de los ferro-carriles hay varios detalles que, á primera vista quizás aparecen insignificantes, pero que en ciertos casos adquieren importancia y pueden producir buenos ó malos resultados, segun las circunstancias.

Entre estos detalles figura el empleo de las máquinas llamadas, aunque inexactamente, exploradoras, de que se ha venido usando con frecuencia, poco acertadamente.

Suele creerse que haciendo preceder un tren de una máquina que marcha á cierta distancia de él se obtiene gran seguridad, y en virtud de tal creencia se acostumbra á disponer la marcha de la correspondiente máquina aislada delante de todo tren que conduce tropas ó material de guerra, siempre que hay motivo para sospechar que pueda hallarse interceptada la vía, y aun sin existir esta causa, cuando se trata de adoptar las mayores precauciones posibles, como sucede para ciertos trenes especiales.

Semejante procedimiento, léjos de ser medida de prudencia, es un nuevo peligro que se agrega á todos los que ya puedan amenazar la seguridad de la marcha del tren, y por eso nos parece oportuno llamar la atención sobre el particular, sobre todo teniendo en cuenta que algunas disposiciones emanadas del Ministerio de Fomento se interpretan equivocadamente en concepto de suponer que reconocen la utilidad del empleo de dichas máquinas precursoras de los trenes, cuando, á nuestro juicio, sólo tienen por objeto establecer las reglas que han de observarse, á fin de evitar dificultades para el abono del gasto ocasionado por el recorrido de tales máquinas, que no se verifica en armonía con reglamento alguno de los que se refieren al servicio de ferro-carriles.

Desde luego se comprenderá que no nos oponemos al empleo de las máquinas verdaderamente