niendo en cuenta los resultados ordinarios que producen estos gastos, no puede creerse exagerado el fijar en el 20 por 100 de los presupuestos de contrata su importe total.

Ahora bien; en los seis años á que más especialmente se refieren estas observaciones, segun los datos oficiales publicados, se subastaron obras de nueva construccion en las carreteras por valor de 867 millones de reales en números redondos, segun los resultados de las subastas; si á esta suma se le agrega el 20 por 100, se tiene la de 1.041 millones: el total de los créditos en los presupuestos para esta misma clase de obras, segun los mismos datos, era de 951 millones; de manera que aunque las subastas en su totalidad se encerraron dentro del crédito legislativo; en la práctica la diferencia en ménos ó el exceso de gastos habia de ser por lo ménos de 90 millones, cuya cifra debió sin duda ser mayor, si, por las causas que ántes se han enumerado, el exceso del coste de las obras sobre lo proyectado ha traspasado en algunos casos el aumento ordinario, que por término medio puede calcularse en las circunstancias tambien ordinarias.

Estas indicaciones podrian extenderse mucho más, para demostrar que no es posible encerrarse en estrecho círculo al discutir las perturbaciones que sufren las contratas de obras públicas, y al investigar sus causas y los remedios más propios para evitarlas; á este fin es necesario abarcar todas las causas de perturbacion, estudiándolas con el prévio conocimiento de su índole especial, y examinándolos sin prevencion y con ánimo sereno; y al conocer los inconvenientes que en realidad presentó en el expresado período la ejecucion de las obras públicas, quedan despojados del carácter alarmante que podria atribuírseles, no conociendo á fondo esta clase de cuestiones, ó no analizándolas con meditacion y con el gran auxilio y enseñanza que da la experiencia de todas las épocas, de todos los países y de toda clase de obras.

M.

(*Se continuará.*)

NUEVO MÉTODO DE CALCULO
DE
DESMONTES Y TERRAPLENES.

(*Continuacion.*)

3.er caso. ***Entreperfil terminado por una seccion en desmonte, y otra, parte en desmonte y parte en terraplen.***

18. Sean $abef$ y hKq (fig. 4), las proyecciones verticales de las partes en desmonte de las secciones trasversales que limitan el entreperfil, cuyo volúmen nos proponemos calcular.

Si por los puntos b, h y e se tiran planos verticales paralelos al eje, dividirán el volúmen total de desmonte en los parciales v, v', v'' y v''', proyectados horizontalmente en el triángulo $a'g'b'$, el trapecio $b'g'h's'$, el rectángulo $s'h'K'e'$ y el otro trapecio $e'K'q'f'$. Las diagonales $b'h'$ y $K'f'$ dividen los trapecios en los triángulos B_1, B_2, B_3 y B_4, y conservando las anotaciones de arriba, y llamando c^{IV} la cota del punto s, correspondiente al de paso h, se tiene:

$$c = d - \frac{1}{2}\mathrm{B}p,$$

$$c' = d + \frac{1}{2}\mathrm{B}p.$$

$$c'' = d' - \frac{1}{2}\mathrm{B}p',$$

$$c''' = d' + \frac{1}{2}\mathrm{B}p',$$

$$c^{\text{IV}} = d - \frac{d'p}{p'},$$

$$\underline{a'b'} = \frac{cr}{1+pr} = \frac{(d - \frac{1}{2}\mathrm{B}p)\,r}{1+pr},$$

$$\underline{c'f'} = \frac{c'r}{1-pr} = \frac{(d + \frac{1}{2}\mathrm{B}p)\,r}{1-pr},$$

$$\underline{b's'} = \underline{gh} = \frac{1}{2}\mathrm{B} - \underline{ho} = \frac{1}{2}\mathrm{B} - \frac{d'}{p'} = \frac{\mathrm{B}p' - 2d'}{2p'},$$

$$\underline{'e'} = \frac{1}{2}\mathrm{B} + \underline{ho} = \frac{\mathrm{B}p' + 2d'}{2p'},$$

$$\underline{g'\mathrm{K}'} = \frac{c'''r}{1-p'r} = \frac{(d' + \frac{1}{2}\mathrm{B}p')\,r}{1-p'r},$$

$$\underline{b'g'} = \frac{c}{c+c''} = \frac{d - \frac{1}{2}\mathrm{B}p}{d - \frac{1}{2}\mathrm{B}p + \frac{1}{2}\mathrm{B}p' - d'},$$

$$\mathrm{B}_1 = \frac{1}{2}\underline{b's'} \times \underline{b'g'} = \frac{\mathrm{B}p' - 2d'}{2p'} \times \frac{d - \frac{1}{2}\mathrm{B}p}{2d - \mathrm{B}p + \mathrm{B}p' - 2d'},$$

$$\mathrm{B}_2 = \frac{\mathrm{B}p' - 2d'}{4p'},$$

$$\mathrm{B}_3 = \frac{(d + \frac{1}{2}\mathrm{B}p)\,r}{2(1-pr)},$$

$$\mathrm{B}_4 = \frac{(d' + \frac{1}{2}\mathrm{B}p')\,r}{2(1-p'r)}$$

y

$$\mathrm{V} = v + v' + v'' + v''' \ldots\ldots (\mathrm{m}_2).$$

El volúmen v es un tetraedro que tiene por expresion

$$v = \frac{1}{2}\,\underline{a'b'} \times \underline{bn} \times \frac{1}{3}\,\underline{b'g'} = \frac{1}{24}\,\frac{(2d - Bp)^3 r}{(1+pr)(2d - 2d' - Bp + Bp')} \ldots\ldots\ldots\ (20).$$

El v' comprendido entre el perfil s y la línea $\underline{g'h'}$ de paso, está dado por la fórmula conocida del método exacto

$$v' = \frac{1}{6}\,[B_1\,(2c + c^{\text{iv}}) + B_2\,(2c^{\text{iv}} + c)],$$

que, poniendo por cada cantidad su valor de arriba, se convierte en

$$v' = \frac{1}{24}\,\frac{Bp' - 2d'}{p'^2}\left[\frac{(2d - Bp)\,[p'(2d - Bp) + dp' - d'p]}{2d - 2d' - Bp + Bp'} + 2\,(dp' - d'p) + \frac{1}{2}\,p'\,(2d - Bp)\right] \ldots\ldots\ldots\ (21).$$

El v'' (fórmula 7) tiene por valor

$$v'' = \underline{s'e'}\,\frac{c^{\text{iv}} + c' + c'''}{4} = \frac{1}{24}\,\frac{\frac{3}{2}\,(2d' + Bp')}{p'^2}\,[2\,(dp' - d'p) + p'\,(2d + 2d' + Bp + Bp')] \ldots\ldots\ldots\ (22).$$

Aplicando del mismo modo la formula (9) á la determinacion de v''' resulta:

$$v''' = \frac{1}{24}\,r\left[\frac{(2d + Bp)\,[2\,(2d + Bp) + 2d' + Bp']}{2\,(1 - pr)} + \frac{(2d' + Bp')\,[2\,(2d' + Bp') + 2d + Bp]}{2\,(1 - p'r)}\right] \ldots\ldots\ldots\ (23).$$

Sustituyendo los valores de v, v', v'' y v''' en el de V, se tendrá la fórmula general correspondiente al volúmen exacto.

La horizontal $\underline{ux}$ que termina el trapecio *ubex*, equivalente al cuadrilátero *abef*, tiene por cota (formula 13)

$$x = -\frac{B}{2r} + \frac{B + 2dr}{2r\sqrt{1 - p^2 r^2}},$$

y la $\underline{yz}$ de equivalencia con el triángulo hKq la expresada (fórmula 18) por

$$y = -\frac{B}{2r} + \sqrt{\frac{B^2 p'\,(2 - p'r) + 4d'r\,(d' + Bp')}{8p'r^2\,(1 - p'r)}},$$

y sustituyendo estos valores en la (10) correspondiente al volúmen del prismoide auxiliar se tiene:

$$V_1 = \frac{1}{12}\left[-\frac{3B^2}{r} + \frac{(B + 2dr)^2}{r\,(1 - p^2r^2)} + \frac{B^2p'\,(2 - p'r) + 4d'r\,(d' + Bp')}{2p'r\,(1 - p'r)} + (B + 2dr)\sqrt{\frac{B^2p'\,(2 - p'r) + 4d'r\,(d' + Bp')}{2\,p'r^2\,(1 - p^2r^2)\,(1 - p'r)}}\right] \ldots\ldots\ldots\ (n_2).$$

El método del área media da para el volúmen

$$V_2 = \frac{S + R}{2},$$

y poniendo por S y R sus valores (fórmulas 12 y 19) resulta:

$$V_2 = \frac{4Bd + B^2p^2r + 4d^2r}{8\,(1 - p^2r^2)} + \frac{(2d' + Bp')^2}{16p'(1 - p'r)} \ldots\ldots\ (p_2).$$

Los errores cometidos por la aplicacion de ambos métodos están expresados por

$$E_2 = V_1 - V \ldots\ldots\ (q_2),$$
$$E'_2 = V_2 - V \ldots\ldots\ (t_2),$$

Las condiciones analíticas correspondientes á este caso son:

$$d > \frac{1}{2}\,Bp,$$

$$d' \begin{cases} < \frac{1}{2}\,Bp', \\ > -\frac{1}{2}\,Bp', \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} p \\ p' \end{matrix}\right\} < \frac{1}{r}.$$

19. Los números 35 al 40 de la tabla contienen los volúmenes que dan las fórmulas anteriores para los valores constantes $B = 13^m$, $p' = 02$, $d = 15^m$, $d' = -1^m$, y $r = 1{,}50$; y variables 0,50, 0,40, 0,30, 0,20, 0,10, 0,0 de p, que manifiestan: 1.°, que ambos métodos dan siempre error por exceso, que es considerablemente mayor en el del área media: 2.°, que con los valores expresados en ambos disminuye el error con la diferencia de las pendientes, siendo el mínimo en la inmediacion de la igualdad de éstas.

Los números 41 al 43 y 35, referentes al caso de variar solo el talud, expresan: 1.°, que ambos métodos dan la misma aproximacion para el talud nulo; 2.°, que para los valores citados creciendo el talud disminuye el error en el método propuesto, miéntras que crece en el del área media.

Finalmente, los ejemplos 33, 44 y 45, correspondientes al caso de variar solo d, prueban que en ellos disminuyendo la diferencia de las cotas crece el error en el método propuesto, y en el del área media tiene un mínimo en la inmediacion de $d = 10^{m}$, conservándose, sin embargo, siempre muy superior á aquel.

20. Haciendo $p' = p$ en las fórmulas (m_2), (n_2) y (p_2), resulta:

$$V = \frac{1}{48}\,\frac{B^3p^2[1-p-p^2r(r-1)]+6B^2[dp^2(1+r+pr(r-1))-d'p(1+pr)]+12B[d^2(2+p(r-1)-p^2r(r-1))-d'^2(1+pr)]+8d^3[1+r+pr(r-1)]-\frac{8d'^3}{p}(1+pr)}{(d-d')(1-p^2r^2)},$$

$$V_1 = \frac{1}{12}\left[\frac{B^2p(5p^2r^2+pr-2)+4Bpr[2d+d'(1+pr)]+4pr^2(2d^2+d'^2)+4d'^2r}{2pr(1-p^2r^2)}+(B+2dr)\sqrt{\frac{B^2p(2-pr)+4d'r(d'+Bp)}{2pr^2(1-p^2r^2)(1-pr)}}\right],$$

$$V_2 = \frac{1}{16}\,\frac{(4Bd+B^2p^2r+4d^2r)2p+(2d'+Bp)^2(1+pr)}{p(1-p^2r^2)}.$$

La primera de estas fórmulas parece recibir un valor infinito en la hipótesis de $d = d'$, y, sin embargo, en este caso el volúmen del entreperfil se convierte en un prisma de base triangular, porque, segun las condiciones (18) d y d' no pueden ser iguales sino cuando reciban su valor límite, esto es, cuando las líneas $\underline{af}$ y $\underline{hq}$ del terreno pasan por los puntos b y g; pero la anomalía desaparece teniendo presente que las magnitudes $\underline{b'g'}$ y B_1 (18), de donde ha provenido el factor $d - d'$, tienen entónces por valores $\underline{b'g'} = 1$, y $B_1 = o$, que hacen desaparecer dicho factor. En este caso límite los tres métodos dan el mismo volúmen, y tanto estas fórmulas como las de los números 5 y y 13 serian iguales.

21. En la hipótesis de que r sea nulo, las fórmulas generales se reducen á

$$V = \frac{1}{48}\,\frac{B^3p'^3(3p'-p)+6B^2p'^2[4d(p'-p)+d'(p'-3p)]+12Bp'[4d^2p'-d'^2(p'+p)]+8d'^3(p-3p')}{p'^2[2(d-d')+B(p'-p)]},$$

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{16}\left[8Bd+\frac{(2d'+Bp')^2}{p'}\right],$$

$$E_2 = E'_2 = \frac{1}{48}\cdot\frac{-B^3pp'^3+6B^2p'^2(d'p+dp')-24Bdd'p'^2+8d'^2(3dp'-d'p)}{p'^2[2(d-d')+B(p'-p)]};$$

que demuestran que ambos métodos de aproximacion dan el mismo resultado.

Los ejemplos números 41 y 46 de la tabla corresponden á este caso.

22. Si se supone además $d' = o$, las fórmulas anteriores se convierten en:

$$V = \frac{1}{48}\,\frac{B^3p'(3p'-p)+24B^2d(p'-p)+48Bd^2}{2d-B(p-p')},$$

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{16}(8Bd+B^2p'),$$

$$E_2 = E'_2 = \frac{1}{24}\,\frac{B^2p'(3d-Bp)}{2d-B(p-p')}.$$

El error, como se vé, será nulo cuando $p' = o$ conforme con lo deducido (11), porque entónces los dos perfiles están en desmonte, sólo que el segundo es nulo. El factor $3d - Bp$ no puede ser nulo, porque resultaria $p = \frac{3d}{B}$, valor que es mayor que el límite deducido de la primera condicion (18).

23. Supongamos finalmente que el área en desmonte del perfil R sea nula, lo cual sucederá cuando se tenga $d' = -\frac{1}{2}Bp'$, y las fórmulas generales se convierten en

$$V = \frac{1}{24}\left[\frac{(2d-Bp)^3r}{(1+pr)(2d-Bp+2Bp')}+\frac{2B[B^2pp'+6Bd(p'-p)+12d^2]}{2d-Bp+2Bp'}+\frac{(2d-Bp)^2}{1-pr}\right],$$

$$V_1 = \frac{1}{12}\left[-\frac{2B^2}{r}+\frac{(B+2dr)^2}{r(1-p^2r^2)}+\frac{B(B+2dr)}{r\sqrt{1-p^2r^2}}\right],$$

$$V_2 = \frac{1}{8}\,\frac{4Bd+B^2p^2r+d^2r}{1-p^2r^2}.$$

El ejemplo número 47 de la tabla corresponde á este caso.

Del exámen de este tercer caso resulta: 1.°, que el error cometido por ambos métodos es siempre por exceso; 2.°, que fuera del caso en que el talud es nulo, que los dos dan la misma aproximacion, el error cometido por el método del área media es mucho mayor que por el propuesto, y que en los ejemplos presentados varía la relacion de estos errores entre 1 y 6,58.

A.

TABLA que presenta los resultados obtenidos con la aplicacion de las fórmulas que preceden.

		DATOS.						RESULTADOS.				
	NÚMERO DE ÓRDEN.	$B =$	$p =$	$p' =$	$d =$	$d' =$	$r =$	$V =$	$V_1 =$	$V_2 =$	$\frac{100\,E}{V} =$	$\frac{100\,E'}{V} =$
1.er caso.	1	13	0,50	0,20	15	2,00	1,50	509,51	517,55	645,65	1,58	26,72
	2	»	0.40	»	»	»	»	362,14	366,11	442,91	1,10	23,30
	3	»	0,30	»	»	»	»	298,80	300,08	356,41	0,43	19,28
	4	»	0,20	»	»	»	»	266,52	266,52	312,95	0,00	17,42
	5	»	0,10	»	»	»	»	250,16	250,25	291,68	0,04	16,60
	6	»	0,00	»	»	»	»	244,33	244,94	285,23	0,25	16,94
	7	»	0,50	−0,50	»	3,25	1,00	276,04	298,61	329,29	8,18	19,29
	8	»	»	0,20	»	2,00	0,00	110,50	110,50	110,50	0.	0.
	9	»	»	»	»	»	0.50	164.48	165,42	181,38	0,57	10,27
	10	»	»	»	»	»	1,00	256,54	260,07	303,55	1.38	18,32
	11	»	»	»	10	»	1.50	294,52	300,50	357,08	2,03	18,83
	12	»	»	»	5	»	»	136,66	140.16	154,23	2,56	10,04
	13	»	»	»	15	15,00	1	503.47	505.29	506,67	0,36	0,64
	14	»	0,25	0.	»	2,00	»	207,63	209,12	240,41	0,72	15,78
	15	»	»	»	»	0,00	»	182,77	184.30	225,41	0,84	33,33
	16	»	0,50	»	»	3,25	1.50	521,26	538,59	655,73	3.32	25,80
	17	»	0,25	»	»	0.00	»	450,29	471,73	626,68	4.76	39,17
	18	»	0,50	0,50	»	3.25	»	632,29	632.29	711.18	0.	12,48
2.º caso.	19	13	0,50	0,20	1	—1,00	1.50	25,73	32,64	36,29	26,86	41,04
	20	»	0,40	»	»	»	»	14,75	18,96	20,41	28,54	38,37
	21	»	0,30	»	»	»	»	9,82	12,64	13.35	28,71	35,95
	22	»	0.20	»	»	»	»	7,16	9.22	9,61	28,77	34,22
	23	»	$\frac{2}{13}$	»	»	»	»	6,44	8,30	8,41	28,88	30,59
	24	»	0,50	0,40	3	—2,00	0,00	14.58	19.76	19,76	35,54	35,54
	25	»	»	»	»	»	0,50	19,36	24,97	26,32	28,98	35,95
	26	»	»	»	»	»	1.00	28,84	36,19	39,44	25,49	36,75
	27	»	»	»	»	»	1,50	56,91	67,57	78,69	18,73	38,26
	28	»	»	0,20	3	—1,00	»	54,56	66,96	78,29	22,73	43,49
	29	»	»	»	0	»	»	15,42	19,73	21,29	27.95	38,07
	30	»	»	»	—1	»	»	7,71	9,85	10.29	27,76	33,46
	31	»	»	»	—3	»	»	0,29	0,29	0,29	x	x
	32	»	»	0,50	3	—3,00	»	54,25	66,91	78,25	23,34	44,24
	33	»	»	»	»	—2,00	»	64,58	71,33	81,25	10.45	25,81
	34	»	0,60	0,60	»	—3,00	»	151.75	177.55	201.75	17.	32.95
3.er caso.	35	13	0,50	0,20	15	—1,00	1.50	444,49	472,19	626,84	6,23	41,02
	36	»	0,40	»	»	»	»	307,84	326,00	423,94	6,17	37,71
	37	»	0,30	»	»	»	»	248,47	262,85	337,59	5,79	35,86
	38	»	0,20	»	»	»	»	219,21	230,83	294,14	5.30	34,18
	39	»	0,10	»	»	»	»	203,94	215,13	272,86	5,49	33,79
	40	»	0,00	»	»	»	»	198,30	210,34	266,41	6.07	34,35
	41	»	0,50	0,20	»	»	0.00	91,18	97,61	97,61	7,05	7,05
	42	»	»	»	»	»	0,50	136,45	145,88	166,94	6.91	22,35
	43	»	»	»	»	»	1,00	216,53	231,34	287,18	6,84	32,63
	44	»	»	»	10	»	1.50	241,93	263,34	338,27	8,85	39,82
	45	»	»	»	5	»	»	96,59	111,63	135,41	15,57	40,19
	46	»	»	»	15	»	0.00	97,54	99.61	99,61	2.13	2,13
	47	»	»	»	»	—1.3	1,50	438,52	471,73	626,68	7,57	42,91

(*Se continuará.*)

JUAN LOPEZ DEL RIVERO.