

Vicente de la Barquera, como lo expresa su denominacion, empalmando con la de Torrelavega á Oviedo á la entrada del puente de la Maza, pasado el brazo principal de la ria de la Rabia por el puente de este nombre; en lugar de llevar esta parte del trazado que se estudió y construyó por el Estado directamente á dicho pueblo, se sube por un afluente de la expresada ria á verificar la union con aquella carretera en la Revilla, 3 kilómetros ántes de llegar al puente de la Maza.

Este trozo de carretera, construido por el Estado, como se ha dicho, en una longitud de 3,550 kilómetros, se ha ejecutado con prudente economía, y su coste por metro lineal, segun los diferentes conceptos, es el que á continuacion se expresa:

Expropiacion. . . . .	3,79 pesetas.
Explanacion. . . . .	12,03
Obras de fábrica. . . . .	2,09
Afirmado. . . . .	3,73
Obras accesorias. . . . .	0,22
Conservacion y acopios. . . . .	0,49
	22,35

En esta carretera existen dos puentes antiguos: uno sobre el rio Saja, en San Miguel, de cuatro arcos con luces desiguales, siendo la del mayor de 18,70 metros; y otro á la entrada del pueblo de Comillas sobre el arroyo del Portillo de medio punto de 12,70 metros de luz: ambos se hallan en buen estado.

Santillana y Comillas son los pueblos más importantes de esta línea, y á ellos es debida la parte principal del tráfico que tiene lugar por esta carretera.

El crecido número de pendientes de este camino influye ciertamente en hacer más costosa la conservacion ordinaria, pero por término medio el precio del metro cúbico de piedra machacada es de los más bajos de esta provincia: la machaca cuesta lo que en muchas líneas 1,75 pesetas, y el acopio 3,20; de manera que el coste del metro cúbico de piedra machacada de segunda capa para la conservacion es de 4,95 pesetas; por término medio por año y kilómetro, durante

el último quinquenio se han invertido para la conservacion del firme 30,68 metros cúbicos, que importan 126,80 pesetas; y ademas 67,32 pesetas por mano de obra de peones auxiliares: el firme se encuentra en buen estado. En esta carretera, que mide 29,590 kilómetros, sólo se han plantado 933 árboles en los tres kilómetros, en el centro de los cuales está Santillana, y en los tres de la salida del pueblo de Comillas. En este pueblo se ha de mejorar la travesía.

M.

### HIDRODINÁMICA.

INFORME SOBRE LA MEMORIA DE M. BOUSSINESQ, PRESENTADA EL 28 DE OCTUBRE DE 1872, Y TITULADA ESSAI SUR LA THÉORIE DES EAUX COURANTS.

(Conclusion) (1).

Coriolis, que con arreglo á datos hipotéticos sobre la distribucion de las velocidades de los filetes fluidos, hacia subir el valor de  $\alpha$  hasta 1,18, y aún hasta 1,47 (2), no habia encontrado más que 1,0525, si le hubiera determinado como ántes se indicó, lo que esta distribucion puede ser en U R lecho rectangular, ofreciendo, como la mayor parte de las corrientes de agua naturales, un ancho considerablemente mayor que la profundidad; por consecuencia, la concordancia de los resultados no existe, como tampoco existe la de los principios.

Mr. Boussinesq observa que se tiene próximamente

$$\epsilon = 5,85 \eta$$

tanto para la una como para la otra de las dos formas extremas de seccion, y que esta relacion 5,85 de  $\epsilon$  á  $\eta$  subsiste, con corta diferencia, cuando se hace variar muy sensiblemente el valor numérico de  $\frac{A}{B}$ . Esta particularidad suministra el medio de deducir aproximadamente  $\epsilon$  y  $\eta$ , que es más fácil de calcular para secciones de una forma cualquiera, puesto que no depende en el grado de aproximacion que se emplea, más que de la distribu-

(1) Véase el número anterior, de 31 de Agosto.  
 (2) Memoria citada de 1836, páginas 327 y 330.

ción de las velocidades en el caso de la uniformidad del movimiento.

Ademas, como la derivada de la altura debida á la velocidad media es pequeña en el movimiento que hemos llamado *gradualmente variado*, los pequeños errores que pueda haber en los coeficientes  $\eta$  y  $\epsilon$  tienen poca influencia, y se ha podido, sin temor de alterar sensiblemente los resultados, hacer entrar en el cálculo de la relacion  $\frac{B}{A}$ , de que dependen, el empleo de una fórmula que, como la de Tadini  $\frac{\omega}{\lambda} - 1 = 0,0004U^2$ , no haga más que representar un término medio de los resultados de gran número de observaciones sobre corrientes de agua de toda clase de dimensiones con paredes de tierra.

Este empleo no impide, en manera alguna, servirse de fórmulas empíricas más precisas, como las de M. Bazin, para fijar el valor del término principal de la ecuacion del movimiento, á saber: la parte  $\frac{\lambda}{\omega} \frac{F_u}{\rho g}$  de la pendiente de superficie debida al rozamiento total de las paredes para la misma velocidad media en el movimiento uniforme.

Se observa tambien, y ésta es una de las más útiles consecuencias del exámen analítico á que se ha dedicado Mr. Boussinesq, que no hay motivo para preocuparse, como ha sucedido algunas veces (1), por efectuar la integracion por coordenadas curvas, ó por otros medios difíciles, de una ecuacion de velocidades para secciones de diversas formas. Dedúcese de esto que no se obtendrian para los términos que deban afectar á  $\frac{d}{ds} \left( \frac{U^2}{2g} \right)$  números que difirieran sensiblemente de los que se acaban de fijar.

7. El autor deduce (§§ XIII, XIV) de la ecuacion establecida de esta manera, diversas consecuencias generales.

Una alimentacion constante aguas arriba, y un modo de evacuacion ó de desagüe constante aguas abajo determinan la permanencia, y aún más comunmente, en largas porciones, un movimiento bastante *gradualmente variado* para regirse por la ecuacion que se acaba de establecer, de modo que basta en un punto conocer el gasto y la profundidad de agua, si se trata de un canal descu-

bierto, ó la presion, si de un tubo para deducir numéricamente todo el resto de uno en otro punto; pero estas porciones pueden, aún con fondos y paredes de córte rectilíneo, estar separadas por otras más cortas, en que la marcha del agua siga otras leyes poco ó nada conocidas, á las que, sin embargo, se suple con aproximacion por medio de dos principios: para los tubos el de pérdida de fuerza viva de Borda, y para los canales, el de la fórmula del resalto de M. Belanger, porque suministran una relacion, sea entre las presiones, sea entre las profundidades de agua, aguas arriba y aguas abajo, de estas partes. El autor perfecciona estos dos principios, teniendo en cuenta, inmediatamente aguas arriba como aguas abajo, las desigualdades de velocidad de los diversos filetes flúidos, y sobre todo de la parte del rozamiento de las paredes, que procede, como se ha dicho, de que el movimiento es en ella variado.

Llega así á resultados que concuerdan muy satisfactoriamente con la experiencia, porque obtiene, por ejemplo, el verdadero coeficiente 0,82 del gasto suministrado por los enchufes (ajutages) cilindricos, mientras que el principio de Borda, tal como se la aplica ordinariamente, da 0,85.

Despues (§§ XV, XVI) considera el caso particular de un canal largo de lecho prismático, ó al ménos tal que el agua pueda correr sobre él con un movimiento próximamente uniforme. La uniformidad tiende á establecerse; pero no habiendo disposiciones excepcionales en el origen y en la desembocadura, se encuentran siempre dos porciones más ó ménos largas, hácia aguas arriba y hácia aguas abajo, en que este régimen no podria tener lugar.

Hay, pues, generalmente un sitio de la corriente en que el régimen uniforme *se establece*, y otro en que *se destruye*. La destruccion, del lado de aguas arriba, se opera sin resalto ó con resalto, segun que la velocidad del régimen uniforme es inferior ó superior á la que adquiriria un cuerpo cayendo libremente de una altura igual á la semi-profundidad media correspondiendo al mismo régimen, dividiendo esta altura por el coeficiente, un poco mayor que la unidad, llamado anteriormente  $1 + \eta + \epsilon$ .

Si se admite, como observa el autor, que el rozamiento medió en el fondo por unidad de superficie, en el movimiento uniforme, tiene por medi-

(1) Informe sobre una Memoria de Mr. Kleiz, de 12 de Febrero de 1872. (*Comptes rendus*, t. LXXIV, pág. 426.)

da el producto del cuadrado de la velocidad media por un número constante, el carácter distintivo de los dos casos se reduce á que la pendiente sea para el uno menor, para el otro mayor que el cociente en este número por la densidad del agua y por el mismo coeficiente  $1 + \eta + \epsilon$ . Esto da, con los datos medios anteriormente expuestos,  $\frac{0,0004g}{1 + \eta + \epsilon} = \frac{0,0004 \times 9,809}{1,085} = 0,00361$ , para la pendiente de separacion de las dos especies de corrientes de agua á las que se ha propuesto, en 1851 y en 1870, dar las denominaciones de *rio* y de *torrente* (1), porque sus propiedades relativas están muy de acuerdo con la idea que generalmente se atribuye á estas dos expresiones.

8. Después de una digresion (§ xvii) referente á los efectos producidos á la larga por la accion de las aguas sobre el suelo terrestre, al que dan la forma de una superficie particular dividida en vertientes, así como sobre el verdadero carácter de las líneas de cumbre y de talweg que separan éstas, y después de haber establecido (§§ xviii, xix y xx) la ecuacion del movimiento teniendo en cuenta las curvaturas y las fuerzas centrífugas, Mr. Bousinesq insisse (§ XXI), haciendo jugar este último elemento sobre las circunstancias que preceden al establecimiento y la destruccion del régimen uniforme; y prueba la necesidad de distinguir esta clase intermedia de corrientes de agua, que ha llamado *torrentes de pendiente moderada*. Deduce que es preciso bajar próximamente 0,0005 el limite superior de la pendiente de los rios (ó reducirla á 0,0055, término medio) si se quiere que las circunstancias de la destruccion del régimen uniforme, hácia aguas abajo, puedan calcularse sin tener cuenta de la curvatura de la superficie fluida.

En las mismas corrientes de agua de primera categoría (*rios*), la uniformidad se establece, hácia aguas ambas en que el régimen pasa, descendiendo del estado variado al estado uniforme, con ondulaciones de superficie, por consiguiente, con curvaturas sensibles que deben apreciarse.

En los torrentes de pendiente rápida, cuyo limite inferior es preciso entonces elevarle hasta un valor medio de 0,0059, el régimen uniforme se es-

tablece, por el contrario, gradualmente y sin intervencion sensible de las curvaturas, y se destruye aguas abajo, rápidamente ó con resalto, segun se ha dicho ya.

Por último, en las corrientes de agua intermedias, cuya pendiente de fondo estaria comprendida entre los limites 0,0055 y 0,0059, la influencia de la curvatura de los filetes fluidos no puede despreciarse ni en el sitio en que el régimen se establece, ni en el que se destruye, para dar lugar, hácia aguas abajo, al régimen variado, de modo que estos *torrentes de pendiente moderada* tienen alguna relacion, bajo el punto de vista de que se trata, con las otras dos categorías de corrientes de agua.

9. El autor llega (§§ xviii y xix) á la ecuacion completa de que tratamos, teniendo en cuenta las curvaturas, conservando en los cálculos la parte dinámica de las presiones, debida á las componentes transversales de las aceleraciones, ó á las inercias desviatrices. Estas están representadas por tres términos diferenciales, que se pueden reducir á uno solo por medio de la ecuacion de continuidad cuando se supone el canal de ancho constante. El cálculo de estas fuerzas, y sobre todo el resultado, seria de una excesiva complicacion si se efectuaba considerando con toda exactitud las diferencias entre las velocidades de los diversos filetes fluidos. Tambien el autor se limita á indicar la marcha, y como los términos correspondientes á las fuerzas centrífugas son bastante pequeños respecto de los otros bajo las condiciones que se han supuesto quedar satisfechas, reemplaza todas estas velocidades por su media  $U$ , en la valuacion de los términos nuevos.

Deduce por dos aproximaciones efectuadas como anteriormente, que si  $i$  representa la pendiente del fondo del canal,  $h$  la profundidad de agua, y por consiguiente  $\frac{di}{ds}$  la curvatura del fondo y  $\frac{dI}{ds} = \frac{di}{ds} - \frac{d^2h}{ds^2}$  la de la superficie, basta, en vista de la ecuacion de conservacion de volúmenes  $hU = \text{constante}$ , restar del término  $(1 + \eta + \xi) \frac{d}{ds} \left( \frac{U^2}{2g} \right)$  de la ecuacion núm. 5 del movimiento por filetes rectilíneos, la expresion

$$\frac{U^2 h}{g} \left( \frac{1}{3} \frac{d^2 I}{ds^2} + \frac{1}{6} \frac{d^2 \eta}{ds^2} \right) =$$

$$h^2 \left( \frac{1}{3} \frac{d^3}{ds^3} \left( \frac{U^2}{2g} \right) + \frac{1}{2} \frac{U^2}{g h} \frac{d^2 \eta}{ds^2} \right),$$

(1) 1.º *Annales des Mines*, 1851, 4.º serie, t. xx, p. 320, número 38 du *Mémoire « Formules et Tables nouvelles pour les eaux courantes. »*

2.º Para mejor motivar estas denominaciones, *Comptes rendus* de 18 de Julio de 1870, t. LXXI, pág. 194.

para tener la ecuacion del movimiento con filetes curvos.

Esta ecuacion se presta, igualmente que la relativa al caso de los filetes rectilíneos, á determinar numéricamente de punto en punto la serie de pendientes de superficie que un gasto dado hará tomar á una corriente, por medio de pocos más datos iniciales.

10. Esta ecuacion puede, además, suministrar muchas consecuencias generales.

Si se supone, en efecto, primeramente (§ xx) que el fondo no tiene curvatura, ó que no la hay más que en la superficie del agua, se la cambia en una ecuacion diferencial de tercer orden en  $h$  y  $s$ , que se convierte en lineal é integrable en cuanto, en lugar de la altura de agua variable  $h$ , se toma para incógnita la proporcion  $\omega = \frac{h-H}{H}$ , segun la que esta altura excede la  $H$  que corresponde al régimen uniforme de mismo gasto, y cuando esta proporcion se supone poco considerable. Al discutir los resultados de su integracion, Mr. Boussinesq encuentra un gran número de particularidades curiosas relativas á los sitios de la corriente en que la uniformidad principia ó cesa de tener lugar. La integral es la suma de tres exponenciales afectadas de constantes arbitrarias, ya finitas, ya nulas, con exponentes que son, uno real y los otros dos, ya reales, ya imaginarios. La forma periódica que resulta de estas imaginarias prueba que en los sitios de los rios en que los *torrentes moderados* ó el régimen uniforme comienza á establecerse, la superficie del fluido se encuentra afectada de una serie de ondulaciones transversales, teniendo todas la misma dimension en sentido de la longitud de la corriente, con alturas  $\omega H$  rápidamente decrecientes, y bien pronto anuladas avanzando hácia aguas abajo, ó hácia un perfil rectilíneo asintótico, alrededor del cual serpentea el perfil ondulado.

Las exponenciales son de exponente real, y no hay ondulaciones en el sitio en que se establece el régimen uniforme de los torrentes clasificados antes como rápidos, y tambien en todos los puntos en que este régimen se destruye, suavemente para los rios, y con resalto para los torrentes.

Pero los resaltos de los torrentes, ó *moderados* ó no muy rápidos, no se verifican de una sola vez. En efecto, en la ecuacion-diferencial que les corresponde, y en que se encuentra en el tercer orden la proporcion  $\omega$  del realce, es preciso, para obtener ésta hasta una cierta magnitud conservar el

más influyente de los términos que impiden á la ecuacion ser lineal. Entónces se la resuelve por un procedimiento de aproximaciones sucesivas; obtiene una expresion que, por su forma, facilita el estudiar una á una las diversas partes del corte longitudinal del resalto.

Estas partes, que se unen tangencialmente las unas á las otras, son alternativamente cóncava y convexa.

El autor llega, por otros artificios de aproximacion, á calcular las ordenadas de los puntos altos y bajos de estas ondulaciones, que se elevan por escalones hasta el nivel superior del resalto.

Las experiencias de M. Bazin confirman notablemente esta teoria. Los numerosos resaltos que este ingeniero ha observado son los unos largos y los otros cortos. Los primeros se producen en los torrentes poco rápidos y están cruzados siempre transversalmente por ondulaciones, como si la ascension del agua fuera vacilante y mal asegurada. Los segundos, que se producen exclusivamente en las corrientes de agua de gran pendiente, son los únicos en que la superficie de agua se eleva sin oscilar de un solo salto y como empujada fuertemente por la que sigue, aunque á veces haya, despues de la intumescencia, y no en la parte inferior, un cierto número de ondulaciones transversales.

11. Dos artículos interesantes se consagran á estudiar, *restableciendo la curvatura del fondo*, la influencia que pueda tener, sobre todo cuando es alternativa ó de sentidos opuestos, sobre la superficie fluida, las profundidades medias, siendo poco inferiores ó superiores á las del régimen uniforme para el mismo gasto y para la misma pendiente *general* ó *media* del fondo. La integracion es sobre todo fácil cuando las curvaturas del fondo presentan ondulaciones de la misma longitud, y sensiblemente mayores que la profundidad de agua. Y si ellas son tambien de la misma altura, el resultado enseña que la superficie presentará ondulaciones regulares, generalmente *en avance* sobre las del fondo, pero concordantes en un caso notable.

De todas las corrientes de agua, los *torrentes de pendiente moderada* son en los que la superficie refleja con más amplificacion las ondulaciones regulares del fondo. Los torrentes rápidos vienen despues, y los que tienen más pendiente aminoran su amplitud vertical, etc.

12. La tercera y última parte de la Memoria de M. Boussinesq (§ xxvi, al final) trata del movimiento *no permanente*, supuesto siempre gradualmente variado. Dupuit ha sido el primero que ha buscado sus ecuaciones (1); una de las dos que ha establecido, la que expresa la *continuidad* ó la conservación del volúmen de las secciones fluidas, es exacta, pero aplicable sólo á un canal rectangular, con velocidades que se suponen todas iguales á través de una misma seccion. Se ha equivocado en la otra, y se ha establecido en diferentes términos (2) esta ecuacion principal, que es en la que entran la pendiente, la inercia y el rozamiento del fondo.

M. Boussinesq, despues de haberla comprobado para el caso enunciado, así como la extension que se habia dado á la primera para toda forma de seccion y toda distribucion de velocidades, ha lle-

$$\left\{ \begin{array}{l} I \text{ ó } \frac{d\zeta}{ds} = \frac{1}{h} \frac{F_n}{\rho g} + (1 + \eta + \epsilon) \frac{d}{ds} \left( \frac{h^3}{2g} \right) + \frac{1 + 2\eta}{g} \frac{dU}{dt} - \frac{\eta - \epsilon''}{g} \frac{U}{h} \frac{dh}{dx} \\ \dots \frac{dh}{dt} + \frac{d(hU)}{ds} = 0. \end{array} \right.$$

Transforma la primera de estas dos ecuaciones por medio de la segunda, é introduciendo la pendiente del fondo

$$i = I + \frac{dh}{ds},$$

así como sustituyendo el rozamiento del fondo  $F_n$  correspondiente al caso de la uniformidad, por su valor  $\rho g b U^2$ , en el que  $b$  es un coeficiente que se supone, como anteriormente, poco varia-

$$\frac{U^2 h}{g} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{d^3 h}{ds^3} + \frac{2}{U} \frac{d^2 h}{ds^2 dt} + \frac{1}{U^2} \frac{d^2 h}{ds dt^2} \right) - \frac{1}{2} \frac{d^2 s}{ds^2} \right].$$

El autor observa más tarde (§ xxxvi) que hay circunstancias, por ejemplo, cuando se tiene que hacer el cálculo de la propagacion de las ondas en sentido contrario al movimiento del agua de un canal, en que la desigualdad de las velocidades puede influir sobre la magnitud de las fuerzas centrífugas; y da los resultados de extensos cálculos, de los que se deducen términos afectados de las derivadas segundas de  $h$ , además de los que lo están de las derivadas terceras.

(1) *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux; deuxième édition* (1863), chap. v., núm. 102.

(2) *Comptes rendus*, 17 y 24 de Julio de 1871, t. LXXIII, p. 151 á 154, despues 238 á 240.

gado á establecer la ecuacion principal, teniendo en cuenta tambien la desigualdad de las velocidades de los diversos filetes, y aun su curvatura despues, sirviéndose de las mismas fórmulas de rozamiento interior y exterior, así como del método de aproximaciones sucesivas de que hace uso en el movimiento permanente.

Esta ecuacion y la de continuidad, expresadas con las notaciones anteriores, salvo un nuevo coeficiente numérico

$$e'' = \frac{2}{945} \left( \frac{\frac{B}{A}}{1 + \frac{1}{3} \frac{B}{A}} \right)^2 = \text{en término medio } 0,00149$$

son, para canales rectángulos, atendiendo á que  $\frac{\Sigma}{\omega} = \frac{1}{h'}$ , y haciendo abstraccion por ahora de las curvaturas:

ble, deduce más adelante diversas consecuencias.

Cuando el fondo y la superficie superior tienen curvaturas de magnitud sensible, representadas por  $\frac{dt}{ds} \frac{dI}{ds'} = \frac{di}{ds} - \frac{d^2 h}{ds^2}$ , es preciso, valuando de la misma manera que en los casos precedentes su pequeña influencia como si todas las velocidades fueran iguales á la media  $U$ , añadir al segundo miembro de la primera ecuacion

15. Sin entrar en los numerosos detalles, cuidadosamente estudiados, que contiene esta parte delicada y difícil de su Memoria, trataremos sucintamente de la aplicacion que hace de las ecuaciones del movimiento no permanente á la investigacion de la propagacion de las ondas é intumescencias en los canales en pendiente, en que el agua está animada de un movimiento permanente que se aproxima á ser uniforme.

Encuentra para la pequeña elevacion  $h'$  del agua sobre su superficie primitiva

$$h' = F_1 (s - \omega'_0 t) + F_2 (s - \omega''_0 t).$$

$F_1$  y  $F_2$  siendo dos funciones arbitrarias, y las

dos  $\omega_0$  representadas por una fórmula de doble signo que se aproxima mucho á

$$\omega_0 = (1 + 1.9\pi) U_0 \pm \sqrt{(1 - 2\pi) g H + \pi U_0^2}.$$

en que  $U_0$  es la velocidad media primitiva del agua,  $H$  su profundidad,  $\delta$  el número pequeño, cuyo valor medio es 0,0174 definido anteriormente (núm. 3), y cuya presencia en esta fórmula mide la influencia de la desigualdad de la velocidad de los filetes fluidos á través de cada seccion.

Esta expresion  $\omega_0$  da el valor absoluto de la velocidad con la que se propaga una onda en el canal, segun que desciende ó que remonta la corriente. Se reduciría, sin las desigualdades de velocidad de los filetes fluidos, á la expresion  $U_0 \pm \sqrt{gH}$  de Lagrange y de M. J. Scott Rusel (1), que basta en muchos casos; pero no cuando se trata de ondas remontando una corriente con pequeña velocidad; y M. Bazin habia reconocido, en efecto, que entónces la expresion  $\sqrt{gH} - U_0$  da valores muy fuertes (2).

Mr. Boussinesq encuentra tambien que las ondas de pequeña altura puedan subir el curso de un río, pero no el de un torrente, lo que está todavía conforme con las experiencias de M. Bazin (3).

14. Despues de consideraciones sobre la reflexion de las ondas, que produce efectos compuestos, que se representan por la suma de las dos funciones arbitrarias  $F_1$  y  $F_2$ , ya indicadas, Mr. Boussinesq pasa (§ xxix) á la aproximacion mayor que resulta de tener en cuenta las curvaturas. Con este objeto, en la ecuacion en que se encuentran la pequeña altura de onda ó de intumescencia y el pequeño incremento de velocidad horizontal que resulta de su formacion, hace lineales los términos que no lo son, sustituyendo, en vez de estas dos incógnitas, los valores de primera aproximacion que se habian obtenido. La ecuacion entónces se integra fácilmente, introduciendo como nueva incógnita, asi como lo habia hecho en una Memoria precedente (4), la velocidad ó celeridad de propagacion *relativa á cada punto*, velocidad aparente, que define sencillamente

(1) *Report of the fourteenth Meeting of the British Association for the advancement of Sciences, held at York in September, 1844.* London, 1845.

(2) *Recherches hydrauliques, 2.ª partie, chap. I, final de los números 22 y 27.*

(3) *Recherches hydrauliques, 1.ªre partie.* Introduccion, página 34.

(4) Memoria presentada el 13 de Noviembre de 1871, é impresa en el *Journal de Mathéries pures et appliquées*, t. xvii, 1872, § II.

por el espacio que avanza, en la unidad de tiempo, un plano vertical transversal, *teniendo siempre delante de él el mismo volumen de agua levantada por la intumescencia*. Obtiene tambien para esta celeridad  $\omega$ , una de las designadas  $\omega_0$  anteriormente, multiplicada por un trinomio cuyo primer término es 1, el segundo está afectado de la altura de la intumescencia, el tercero de su derivada segunda con relacion á la abscisa longitudinal, con coeficientes numéricos que en la Memoria citada tenian una expresion sencilla y solamente aproximada, porque no se habia tenido cuenta de las diferencias de velocidad de los filetes fluidos.

15. Considerando en particular (§ xxx) el caso de ondas que se propagan en un liquido en reposo, el autor determina todas sus circunstancias, tales como la altura del centro de gravedad, la celeridad de propagacion propia á este centro, la *energía* de la onda, ó el trabajo que produciría desapareciendo, si el fluido volvía al depósito, su *momento de inestabilidad*, llamando así (§ xxxii) la tendencia á deformarse avanzando, y aún á dividirse en otras muchas ondas, por último, la forma curva de la superficie.

Esta forma es estable, y el momento de que se acaba de hablar tiene su número para la onda particular, llamada *solitaria* por M. Russel.

Esta es la única que no se deforma al propagarse, ó que goza de la longevidad que le atribuye el mismo experimentador.

M. Boussinesq encuentra tambien (núm. 161), lo que está todavía conforme con las experiencias (1), que cuando una onda se propaga en un canal cuya profundidad decrece en el sentido de la propagacion, como resulta de la superposicion de una parte directa y de otra reflejada y creciente, llega á ser, avanzando, ménos voluminosa y más elevada, por consiguiente, más corta, y cada vez ménos estable, hasta que falta de base y produce el despliegue (*defelement*) que se observa en las playas de pendiente dulce, fenómeno bien conocido y que hasta ahora no habia sido explicado tan completamente. Lo contrario tendria lugar si la profundidad de agua fuera aumentando.

16. Cuando se supone una intumescencia continua (§ xxxiii), como las que produce la efusion, tambien continua, de una cantidad de agua cons-

(1) *Recherches hydrauliques, 2.ªre partie, chap. I, núm. 12.* C. R., 1873, primer semestre (t. LXXVI, núm. 15).

tante en un punto de un canal, de agua primeramente en reposo; el mismo análisis prueba que su velocidad de propagación, ó la longitud que aumenta por unidad de tiempo, es próximamente

$$\sqrt{g\left(H + \frac{3}{2}h'\right)},$$

si  $H$  es la profundidad de agua primitiva, y  $h'$  la altura, con corta diferencia consistente, de la intumescencia; pero si se considera lo que debe pasar en la cabeza, ó sea en la parte de la intumescencia que marche adelante, se reconoce que la altura no puede ser en ella la misma que en el resto, porque tiene necesariamente una curvatura, que segun la fórmula de paréntesis trinomio, de que se acaba de hablar, haria en ella la velocidad más pequeña que en la parte que sigue. Esta parte posterior inundaria la parte anterior, y la elevaria hasta que su velocidad, aumentada solamente por esto, llegase á ser la misma. Así se explica la *onda inicial* saliente que ha sido constantemente observada por M. Bazin.

Però esto no es todo; esta cabeza ú onda inicial no podria unirse con el resto más que por una superficie, teniendo una parte cóncava, determinando por un desarrollo de fuerza centrifuga un incremento de velocidad tendiendo á separarla, de donde resultan una serie de partes alternativamente cóncavas y convexas, ú ondulaciones cada vez ménos altas y retrocediendo, lo que la experiencia tambien confirma.

La misma ley de desigualdad de las velocidades de propagacion de las diferentes partes de una onda, segun su altura y su curvatura, da todavía cuenta de la más rápida alteracion de la forma de las ondas *negativas*, ó presentando huecos en lugar de salidas.

17. Cuando las ondas continuas sucesivamente formadas y superponiéndose, no tienen más que una curvatura insensible, se puede (§ xxxiv), por medio de una integracion fácil, obtener la curva formada en un instante cualquiera por el conjunto de sus cabezas. Esto constituye una solucion de los problemas de las mareas fluviales y de las crecidas; pero no dando resultados seguros más que cuando la altura total del levantamiento no es más que una mediana fraccion de la profundidad de agua primitiva.

En tres artículos siguientes (§§ xxxv, xxxvi, xxxvii) el autor determina las modificaciones que las conclusiones sufren cuando se considera á la vez las pendientes primitivas, las curvaturas, los

rozamientos en juego y la desigualdad de las velocidades. Deduce (§ xxxvi, 184) que las ondas al propagarse en una corriente disminuyen gradualmente de altura, sobre todo cuando la suben, y tanto más cuanto que la velocidad de la corriente es mayor. Tambien esto ha sido observado por M. Bazin (1).

En cuanto al efecto producido, no ya en la altura, sino en la celeridad de propagacion, por los razonamientos y la pendiente del fondo, es el de disminuirla ó aumentarla relativamente á un observador animado de la misma velocidad que la corriente, segun que se trate de ondas descendentes ó ascendentes. La parte anterior de una onda continua bastante larga avanza generalmente más aprisa que el centro; de donde resulta que se adelgaza de un modo tal que puede girar hácia el alto su concavidad ó convexidad, segun que es positiva ó negativa. Éste es el efecto que M. Bazin ha observado sobre ondas ascendentes muy largas (2), y es perceptible aún sobre los *remansos* propagados á lo largo de un canal horizontal (3).

18. Estos numerosos resultados de un análisis elevado, fundados sobre una discusion detallada, así como sobre comparaciones razonables de cantidades de diversos órdenes de pequeñez, que unas veces se conservan y otras se hace abstraccion de ellas, y su constante conformidad con los resultados obtenidos por los experimentadores y observadores más cuidadosos, nos han parecido muy notables.

Lo que ha servido de fundamento, á saber: las fórmulas de que se ha tratado en la primera parte de este informe, fórmulas basadas en una distincion de dos géneros de movimientos de los líquidos, y establecidas por el autor despues de haber propuesto, para la valuacion de los razonamientos mutuos de sus capas ó filetes, expresiones que tienen en cuenta su estado de torbellino de diversa intensidad, y que dan tambien resultados que los hechos comprueban, nos parece resolver de un modo nuevo y feliz, con la aproximacion deseable, tanto como hoy se puede juzgar en el estado actual de nuestros conocimientos, las importantes cuestiones que interesan á la práctica y que han sido frecuentemente objeto de largos y estériles tanteos.

El trabajo del autor está (como puede oherbarse

- (1) *Recherches hydrauliques*, 2.<sup>o</sup> partie, chap. I, núm. 23.  
 (2) *Recherches hydrauliques*, chap. III, números 50 y 56.  
 (3) *Recherches hydrauliques*, chap. II, final del núm. 35.

tambien) concebido y ejecutado con un espíritu constantemente positivo y concreto, aunque llamando en su ayuda los recursos de una teoría muy adelantada. Le consideramos, por lo tanto, muy digno de vuestra aprobacion y proponemos su insercion en el *Recueil des Savants étrangers*.

Las conclusiones de este informe han sido adoptadas.

### TÚNEL DE SAN GOTHARDO.

La galería directriz correspondiente á la boca N. (Göschenen), que en fin de Diciembre de 1872 contaba una longitud de 18<sup>m</sup>,9, ha avanzado hasta 87<sup>m</sup>,2 en fin de Marzo de este año. Ha sido ensanchada en una longitud de 60 metros. Hasta ahora no ha sido necesario revestirla, porque los trabajos encuentran siempre un *gneiss* granítico muy duro, en el cual los manantiales se reducen á filtraciones por algunas hendiduras poco importantes.

La galería directriz correspondiente al S. (Airolo) habia llegado en fin de Diciembre hasta una longitud de 104<sup>m</sup>,7: en fin de Marzo contaba ya 165<sup>m</sup>,40; el ensanche definitivo que, en fin de Diciembre comprendia una longitud de 82<sup>m</sup>,30, llegaba en fin de Marzo hasta 150<sup>m</sup>,40 el revestimiento de la bóveda, que en fin de Diciembre comprendia 15 metros de longitud, ha llegado á 105<sup>m</sup>,20 en fin de Marzo.

Ultimamente, se ha emprendido en Febrero la construccion de los estribos de la bóveda, habiendo quedado terminados durante dos meses en una longitud de 36 metros.

Estos trabajos de revestimiento se han hecho necesarios en Airolo por la naturaleza de la roca, que es un micasquisto, cuyas capas, fuertemente inclinadas, se hallan en un estado de humedad constante, y exigen sólidas entibaciones en la galería de avance.

Hacia fines de Marzo, un manantial muy copioso se precipitó en el túnel y retardó la marcha de los trabajos: actualmente corre por el interior de él con un caudal de 75 litros por 1". Dos fuentes de Airolo se han secado, porque la corriente que las alimentaba ha quedado indudablemente cortada por los trabajos del túnel. El túnel directriz se encuentra ahora enteramente abierto del lado de Airolo.

En Göschenen se han empezado los trabajos, estableciendo primeramente la gran cañería para hacer llegar el agua á las turbinas; se ha terminado el montaje de dos compresores provisionales de aire con su motor de vapor: se han montado igualmente algunas perforadoras de MM. Dubois et François de Seraing y sus afustes ó cureñas (*affût*); el primer ensayo del trabajo mecánico de estas perforadoras ha tenido lugar en 31 de Marzo. Ultimamente, se ha continuado durante todo el mes el transporte del material desde Mont-Cénis.

El número medio de obreros ha sido en Göschenen de 155 durante el mes de Enero, 168 en Febrero y 307 en Marzo. La cifra máxima de esta seccion ha sido de 452 en Marzo.

En Airolo la cifra media ha variado desde 200 en Enero á 255 en Febrero y 310 en Marzo. El máximo ha sido de 581 tambien en Marzo.

Debemos decir, á propósito de esto, que la Direccion del Gothardo ha adoptado inteligentes y filantrópicas decisiones para el caso de enfermedades ó accidentes desgraciados entre los obreros: estas decisiones servirán de base á la organizacion de cajas de socorro y otras disposiciones que podrán adoptarse ulteriormente con idéntico objeto.

Hace poco hemos mencionado las perforadoras de MM. Dubois et François, que acaban de ser instaladas en Göschenen. Una descripcion sucinta de estas máquinas, con láminas para su mejor inteligencia, se halla unida al informe del Consejo federal. Vamos á resumir sus caracteres más esenciales.

Digamos ante todo que estos aparatos no son nuevos ahora, puesto que se emplean hace más de tres años con éxito completo en las minas de carbon (*charbonnages*) de Bélgica.

El perforador propiamente dicho reposa sobre el mismo principio que el de Mr. Sommeiller, pero se han introducido muchas importantes simplificaciones.

El principio de estos perforadores consiste (como es sabido) en producir con una especie de buril ó cuchilla (*burin ou fleuret*) golpes muy rápidos y muy violentos sobre la roca en que se quiere practicar los barrenos: es preciso al mismo tiempo imprimir al buril un movimiento rotatorio sobre sí mismo, ya para aumentar su acción, ya para impedir el que quede cogido en el mismo agujero que ha practicado.

Es preciso además que el buril pueda ser regu-