

Tales son las condiciones de la obra que en aquella época se proyectaba, la cual no se llevó á cabo, y el Gobierno dispuso que se redujesen las que en la concha de Castro se ejecutasen desde luégo, á cerrar los espacios libres que mediaban entre las peñas de Santa Ana, de cuyas obras nos ocuparemos en el artículo siguiente.

M.

MECANICA APLICADA.

RESÚMEN DE UNA MEMORIA DE MR. MAURICE LEVY SOBRE LA APLICACION DE LA TEORÍA MATEMÁTICA DE LA ELASTICIDAD AL ESTUDIO DE LOS SISTEMAS ARTICULADOS, FORMADOS DE VARILLAS (VERGES) ELÁSTICAS.

La mayor parte de las construcciones de madera ó de metal están formadas de piezas rectas rígidas, unidas entre sí de modo que se hallen sometidas solamente á fuerzas elásticas, dirigidas en sentido de sus longitudes respectivas. Frecuentemente la Estática pura basta para calcular estas fuerzas elásticas; otras veces el número de ecuaciones que suministra es inferior al de las fuerzas desconocidas. En este último caso se recurre habitualmente, ora á hipótesis más ó menos arbitrarias, ora á la aplicacion de ciertos principios (hipotéticos tambien) de la Resistencia de materiales.

Me propongo indicar de una manera general en qué caso bastan los principios de Estática para resolver el problema, en qué caso son insuficientes dichos principios, y demostrar que para esto último los más elementales de la teoria matemática de la elasticidad, permiten, sin recurrir á hipótesis alguna, y de una manera sencilla, completar las indicaciones suministradas por la Estática.

Del método que voy á exponer, y del cual haré algunas aplicaciones, derivan algunas consecuencias interesantes relativamente al célebre problema de los sólidos de igual resistencia.

Hé aquí la regla general á que he venido á parar.

Dada una figura (plana ó no) formada por barras articuladas en sus extremidades, y en cuyos puntos de articulacion hay aplicado un sistema cualquiera de fuerzas que los mantienen en equilibrio, para encontrar las tensiones que se desarrollan en las diversas barras se empieza por escribir que cada punto de articulacion está separadamente en equilibrio bajo la accion de las fuerzas

exteriores que á él están aplicadas y de las tensiones de las barras, en número cualquiera, que en él se reunen. Si por este procedimiento se obtienen tantas ecuaciones distintas cuantas sean las tensiones desconocidas, el problema queda resuelto sin otro auxilio que los principios de Estática pura (1). Si resultan K ecuaciones ménos que las necesarias, se puede asegurar que la figura geométrica formada por los ejes de las barras contiene K líneas sobrantes, es decir, K líneas más que el número necesario para definirla; que, por consiguiente, entre las longitudes de las líneas que la componen, esto es, entre las longitudes de las barras existen necesariamente K relaciones geométricas (éste es un problema de Geometría elemental). Escribanse estas relaciones; diferénciense considerando como variables todas las longitudes que entran en ellas; reemplácense las diferenciales por letras que representen los alargamientos elásticos de las barras, reemplácense á su vez estos alargamientos elásticos por sus expresiones en funcion de las tensiones y de los coeficientes de elasticidad de las barras (2); se obtendrán así K nuevas ecuaciones, á las cuales deberán satisfacer estas tensiones y que con las ecuaciones suministradas ya por la Estática, formarán un total igual al número de tensiones que se trata de determinar.

Conocidas las tensiones, se deducen (esto no es otra cosa que una cuestion de Geometría elemental) los alargamientos elásticos de las barras; y por consiguiente, las alteraciones de los ángulos que ellas forman entre sí, en una palabra, la nueva forma que afectará la figura despues de haber sufrido la deformacion elástica. Conocida esta forma se podrán deducir las componentes segun los ejes de coordenadas de los desplazamientos elásticos de cada uno de los puntos del sistema.

Con el auxilio de los desplazamientos se pueden expresar las sujeciones, si las hay, á las cuales la figura deberia estar sometida; tales como la necesidad de que ciertos puntos permanezcan fijos ó se muevan sobre superficies dadas, etc.; y encontrar las reacciones de los apoyos.

Del mismo modo, obtenidas las proyecciones sobre tres ejes de los desplazamientos elásticos en

(1) Lamé le ha examinado en este caso particular (*Leciones sobre la teoria matemática de la elasticidad*).

(2) Por medio de la fórmula elemental que expresa que el alargamiento de una barra por unidad de longitud es igual á su tension por unidad de superficie, multiplicada por la inversa del coeficiente de elasticidad de la barra.

el estado de equilibrio, se deducen inmediatamente por la aplicación del principio de d'Alembert, las ecuaciones que determinan ó rigen los pequeños movimientos vibratorios de la figura cuando ella oscila alrededor de su posición de equilibrio.

Doy aplicaciones de estas diversas cuestiones.

En fin, puede proponerse el determinar la sección de las diversas barras, de modo que, en su conjunto, formen un *sólido de igual resistencia*; es decir, que si están compuestas de la misma materia, cada una de ellas sufra la misma tensión ó la misma presión por unidad de superficie, y, si ellas están compuestas de materia diferente, sufra cada una la misma tensión ó la misma presión por unidad de superficie y por *unidad de coeficiente de elasticidad*.

Se tienen, para resolver esta cuestión, tantas ecuaciones cuantas son las tensiones y secciones desconocidas. Parece, por lo tanto, á primera vista que el problema debe ser en general posible y determinado. No se ve, aún *à priori*, razón alguna para que no lo sea. Sin embargo, no sucede así, y hé aquí las consecuencias á las cuales se llega.

I. Las secciones de un sistema de barras pueden determinarse siempre de modo que formen un sólido de igual resistencia, y se puede hacer así de una sola manera, con tal que el sistema llene las condiciones siguientes: 1.º, no contener ninguna línea supérflua ó innecesaria; 2.º, estar sujeto en sus desplazamientos á seis condiciones á lo sumo, si se trata de una figura en el espacio, y á tres á lo sumo si se trata de una figura plana, cuyas deformaciones se verifican en su mismo plano.

II. Un sistema de barras que contenga K líneas supérfluas ó innecesarias, no puede constituirse en *sólido de igual resistencia*, ó lo puede ser de una K^{multiple} infinidad de maneras, es decir, que las secciones de K barras pueden elegirse arbitrariamente, siempre que las secciones de las otras barras se determinen convenientemente, todas las barras sin excepción sufrirán los mismos esfuerzos.

Este es un resultado bien inesperado.

III. Un tal sistema no puede en general formar sólido de igual resistencia cuando algunas de sus barras sufren tensiones y otras presiones; puede formarle de una K^{multiple} infinidad de maneras cuando todas las barras están sometidas á fuerzas elásticas de la misma naturaleza, sean tensiones, sean presiones.

IV. En este último caso, si las barras están todas formadas de la misma materia, el peso total de materia empleada es independiente de la manera con que se han determinado las K secciones que han podido tomarse arbitrariamente; y si las barras están formadas de materias diferentes, la suma de los productos de los volúmenes de las barras por sus coeficientes de elasticidad permanece constante, es decir, independiente de las K secciones de que se trata.

He estudiado á continuación en detalle las condiciones mediante las cuales una viga triangulada, apoyada en un número cualquiera de puntos, puede constituirse en sólido de igual resistencia. Esto me ha conducido á nuevos teoremas, que el corto espacio de que dispongo no me permite presentar aquí. Diré únicamente que están en desacuerdo con los resultados que habitualmente se deducen de la *Resistencia de materiales*, lo cual consiste no solamente en las hipótesis sobre las cuales reposa esta ciencia, sino también y muy principalmente en que se aplican, sin legitimidad, á las piezas de secciones variables, fórmulas establecidas tan sólo para las piezas prismáticas.

En todos los casos resulta de lo que precede que en las construcciones se deben emplear sistemas que contengan el número de piezas *estrictamente* necesario para ser *geométricamente* indeformables, en vez de sistemas sobrecargados de piezas supérfluas; que, por ejemplo, la viga simplemente triangulada se presta á un empleo más ventajoso del material que la viga con cruces de San Andrés, y sobre todo, que la viga de celosía, tan usada entre nosotros, y á la cual se ha renunciado casi por completo en los Estados Unidos. Esta clase de vigas, además de que no pueden establecerse en forma de sólido de igual resistencia, presentan otros inconvenientes que se pueden comprobar por consideraciones de orden práctico y que yo enumero en mi Memoria.

Asimismo una viga sostenida simplemente por dos apoyos es, en principio, mejor que las vigas de tramos solidarios (*à travées solidaires*); y en general los sistemas que satisfacen á la doble condición, 1.º, de contener el número de barras puramente preciso para asegurar la invariabilidad, sin contener barra alguna supérflua; 2.º, de estar sujetos en sus desplazamientos á seis condiciones á lo sumo en el espacio, y á tres á lo sumo en un plano, son aquellos que la teoría matemática de la

elasticidad indica como apropiados para obtener, á peso igual del material empleado, la mayor resistencia posible. Esto equivale á decir que los sistemas cuya constitucion es más sencilla, y cuyo cálculo es más fácil, son tambien en general los mejores. Esta regla, sin embargo, sufre excepciones que doy el medio de descubrir siempre que ellas puedan tener lugar.

(*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, número 17.)—28 Abril 1875.

PARTE OFICIAL.

Junio 6 (*Gaceta* del 10).—Orden dando gracias, por el celo, actividad é inteligencia que ha demostrado en los formularios que para la redaccion de los proyectos de carreteras ha presentado á la comision compuesta de los Ingenieros del Cuerpo de Caminos, Sres. D. José María Aguirre, inspector general de primera clase, presidente; D. Marcelo Sanchez Movellan y D. Victor Marti, inspectores generales de segunda clase; D. Santiago Bausá, jefe de primera clase, y D. Antonio Borregon, jefe de segunda clase, secretario.

Junio 7 (*Gaceta* del 13).—Orden aprobando la trasferencia de la concesion del tram-vía de Santander á la playa del Sardinero, hecha por los concesionarios D. Pedro Ruiz Castellanos y D. Juan Manuel Morales, debidamente representados, en favor de D. Santos Gandarillas y Udaeta.

Junio 26 (*Gaceta* del 29).—Ultramar.—Decreto autorizando á D. Antonio Portell para construir á su costa y riesgo, y sin derecho á auxilio alguno del Estado, un varadero carenero en la punta del Caño de San Antonio, en la isla de Puerto-Rico, con arreglo al proyecto presentado y bajo la vigilancia de la Inspeccion de Obras públicas de dicha isla.

NOTICIAS VARIAS.

PERSONAL.

Ha sido dado de alta en el Cuerpo y declarado en expectacion de destino el Ingeniero jefe de primera clase Sr. D. Eusebio Page.

El Ingeniero primero Sr. D. Rafael Yagüe ha sido destinado á la secretaria de la Junta Consultiva de Caminos.

El Ingeniero primero D. Juan Domenchina ha sido declarado en expectacion de destino.

Los Ingenieros primeros D. Juan Manuel Fernandez Yañez y D. Francisco Javier Bustamante han ingresado en servicio activo, con destino, el primero á la division de ferro-carriles de Leon, y el segundo á la provincia de Palencia.

El Ingeniero segundo D. Leopoldo Larragan queda al servicio de la provincia de Sevilla, habiéndose dejado sin efecto su traslacion á la comision de estudio del ferro-carril de Linares á Almería.

El Ingeniero segundo D. Carlos Cardenal ha sido dado de alta en el servicio activo y destinado á la provincia de Tarragona.

El Ingeniero segundo D. Vicente Rodriguez Intilini ha sido trasladado de la secretaria de la Junta Consultiva de Caminos á la comision de estudio del ferro-carril por el Pirineo Central.

El Ingeniero segundo D. Gonzalo Moragas ha sido trasladado de Pontevedra á Barcelona.

Ha sido destinado á la provincia de Tarragona el Ayudante D. Leopoldo E. de Arce, dejando sin efecto su traslacion á Baleares.

Se ha dispuesto que continúe prestando sus servicios en Avila el Ayudante D. Mariano Fernandez Izquierdo.

Se ha dispuesto que continúen prestando sus servicios respectivamente en Jaen y Palencia, los Ayudantes D. Ignacio Garcia Casares y D. Eusebio Alonso.

Los Ayudantes D. Nicolás Gonzalez y D. Elías Cervelló, que servian en la provincia de Huelva, han sido trasladados, el primero á Cádiz y el segundo á Córdoba.

Han sido dados de alta en el Cuerpo, y declarados en expectacion de destino, los Ayudantes don Gerardo Hernaez de Perea y D. José Alvarez.

Han sido declarados en expectacion de destino los Ayudantes D. Antonio Diana y D. Diego Puyol y Marin.

Se ha dispuesto que los Ayudantes D. Angel Diaz de Cerio y D. Luis Sanchez Heredero continúen prestando sus servicios respectivamente en la provincia de Almería y division de ferro-carriles del Norte.

Los Ayudantes D. Luis Maria Cejudo y D. Antonino Fernandez Blanco han sido dados de alta en el servicio activo, con destino, el primero á la provincia de Ciudad-Real, y el segundo á la comision de estudios del ferro-carril por el Pirineo Central.