bargo, una gran pena..... ¿por qué no confesarlo?..... Hoy, al llegar el momento de contarnos para empezar de nuevo la campaña, hemos faltado algunos; cuando llega la hora, de ocupar nuestros puestos de combate, no nos hallamos todos..... ¿Durará largo tiempo esta ausencia? ¡Ah! no, no puede durar mucho. Sería una ingratitud á más de ser una injusticia. Esperad los ausentes; no tardareis en estar con nosotros. Ya sabeis que nunca os engañamos. Ayer os decíamos: «Los hechos demostrarán en breve que nosotros no somos bastantes y que vosotros sois necesarios.» ¿Os acordais? Pues bien, hoy os decimos: haceis falta y vendréis. ¡Hasta muy pronto!.....

Sí; vendréis, y entónces todos juntos, proseguirémos con nuevo ardor y más empeño, la noble y ardua empresa que vive unida á nuestro nombre, la obra cuyo objeto es el símbolo de nuestras esperanzas, cuyo término constituye nuestros afanes; nuestra obra, en fin, la obra del engrandecimiento del país!.....

¡Ruda tarea, batalla interminable, que es preciso ganar todos los dias para volverla á dar al dia siguiente!..... Olvidémoslo todo. Olvidemos las heridas, los dolores y las injusticias de ayer para pensar solamente en mañana. No miremos atras. Quien mira atras se pára, y es preciso marchar; marchar sin volver la cabeza. ¿Quién habla de cansancio? Nuestra obra espera!... ¡El pensamiento de toda nuestra vida, la gigantesca encarnacion de nuestro pensamiento!... Necesita de nuestros brazos que la lleven, de nuestro corazon que la sostenga, de nuestra inteligencia que la guie..... ¡Adelante! ¡Vamos á continuar nuestra obra!

PLANÍMETRO DE MR. MARCEL DUPREZ.

El planímetro de Mr. Duprez tiene por objeto determinar gráficamente el valor de las integrales $\int y\,dx$, $\int y^2\,dx$, $\int y^3\,dx$, y en general el de $\int y^m\,dx$, siendo m un número entero y positivo, y refiriéndose dichas integrales á cualquier contorno cerrado.

Puede, por lo tanto, emplearse para medir áreas como se determinan en el planímetro de Amsler, toda vez que la expresion de éstas tiene la forma $\int y\,dx$; da asimismo la ordenada del centro de gravedad de cualquier figura plana, pues dicha ordenada se expresa por $\dfrac{\frac{1}{2}\int y^2\,dx}{\int y\,dx}$; y por último, pueden por su medio calcularse momentos de inercia, pues dependen estos de la integral $S\,y^3\,dx$.

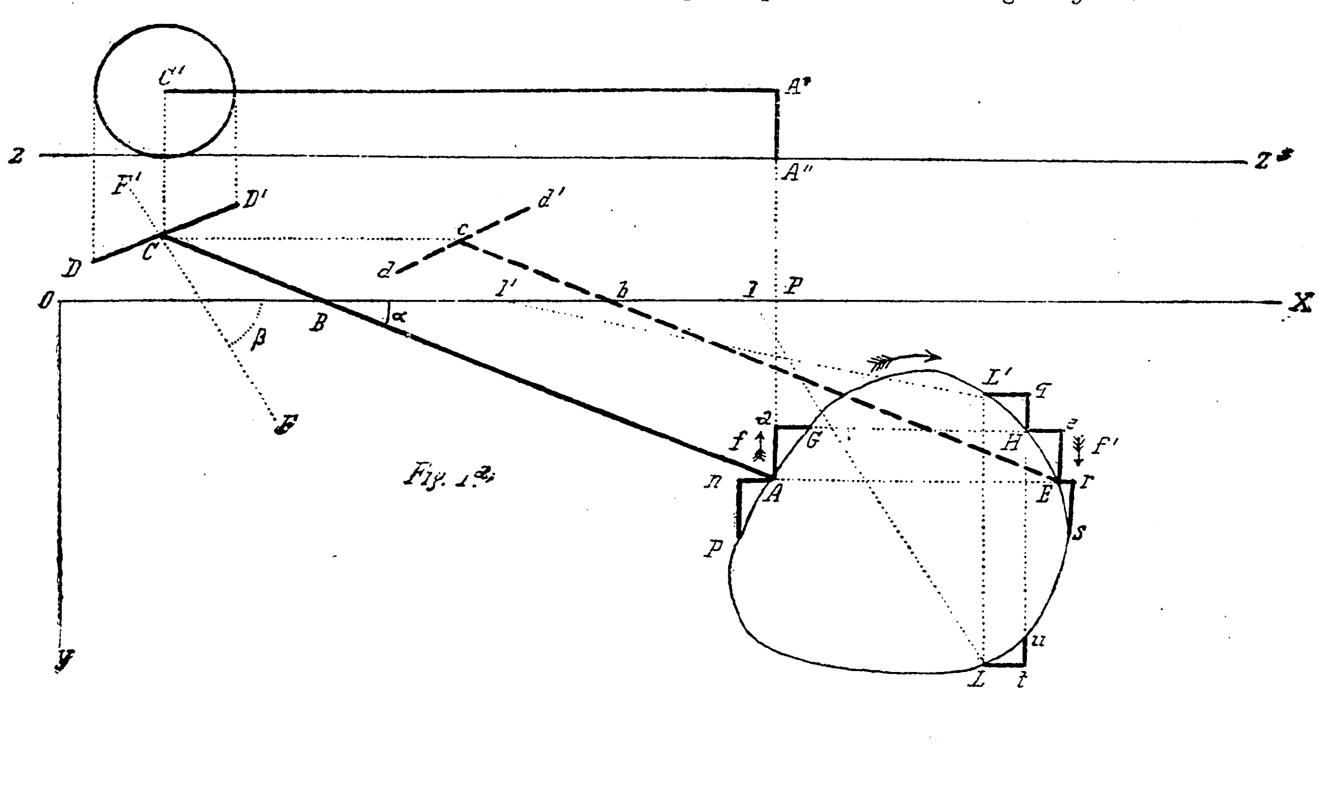


Fig. 1.ª

La figura 1.ª representa las dos proyecciones del planímetro reducido á sus ejes, y $z z'$ es en dicha figura la línea de tierra. Consiste el instrumento que nos ocupa en una varilla A C, de la cual un punto B, fijo en ella, recorre el eje de las x, miéntras el extremo A, ó mejor dicho el punzon (A, A' A''), camina sobre el contorno dado A E L. Al otro extremo C de la varilla va la rueda D D' de eje horizontal F F', invariablemente fijo al aparato en tanto que éste funciona, pero que cambia de inclinacion respecto á A C segun la integral que se desea obtener.

Cuando el estilete ó punzon A' A'' recorre un contorno, el punto B, segun queda dicho, marcha sobre $o x$, y la ruedecilla D D' por su rozamiento con el papel, gira sobre su eje cierta cantidad angular, que por un mecanismo análogo al del planímetro de Amsler, se determina en un contador.

El principio en que el aparato se funda está reducido á que existe una relacion sencillísima entre el arco descrito por la ruedecilla y la integral $\int y^m\, d x$; pero á cada valor de m el ángulo del eje F F' con A C es distinto, y segun sea la que quiera obtenerse así hay que comenzar colocando dicho eje en la posicion que al valor particular de m corresponde.

Fácil es ahora darse cuenta de la teoría de este ingeniosísimo instrumento.

Lo mismo que en el planímetro de Amsler, si el centro A de la ruedecilla proyectada en B C (*figura* 2.ª) describe la recta A A' conservándose cons-

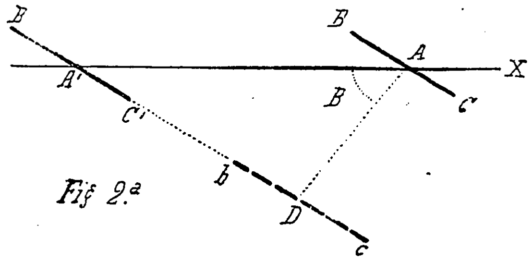


Fig 2.ª

tante la direccion de dicha línea B C, el arco descrito por la ruedecilla al pasar de B C á B' C', será

$$A A' \times \cos A A' D = A A' \times \operatorname{sen} \beta.$$

En efecto, para trasladarse de B C á B' C' al movimiento único A A' pueden sustituirse geométrica y mecánicamente los movimientos A D y D A'. Al pasar B C á $b c$ no gira la ruedecilla, y el arco es nulo; al ir de $b c$ á B' C', rueda directamente sobre todo el camino D A', y el arco recorrido es igual á dicha línea. Tendrémos, pues, llamando φ al arco de ruedecilla, s á la longitud A A' y β al ángulo A' A D

$$\text{arco ruedecilla} = A' D = A A' \cos A A' D,$$

ó bien

$$\varphi = s \operatorname{sen} \beta.$$

Que al movimiento A A' puedan sustituirse *geométricamente* los A D y D A', es axiomático: que bajo el punto de vista *mecánico* pueda efectuarse la misma sustitucion, no lo es: pero tan natural parece, que como postulado se admite en las teorías de todos los planímetros.

Volvamos ahora á la figura 1.ª

Si A recorre el contorno A E L, á cada arco $d s$ puede sustituirse el contorno rectilíneo $d x + d y$ que termina en sus extremos, es decir, á la curva A E L el polígono $p n A a G$ ..... $L' q$ H e E $r s$ ..... $u t$ L ..... p compuesto de elementos $d y$, $d x$ de abscisas y ordenadas; y tendrémos evidentemente,

arco total descrito por la ruedecilla = arco descrito en $p n$ + arco descrito en n A + arco descrito en A a + etc.

En cuya expresion decimos abreviadamente *arco descrito en p n*, por ejemplo, en vez de decir *arco descrito miéntras el punzon recorre el camino p n*, y en la que, ademas, suponemos á cada arco de ruedecilla con el signo correspondiente.

En resúmen, agrupando los arcos que corresponden á los elementos $d y$ en una sola Σ, y en otra los que corresponden á $d x$, tendrémos

(1) arco total de la ruedecilla = Σ arcos en $d y$ + Σ arcos en $d x$.

Ahora bien, la primera sigma es evidentemente nula, porque agrupando cada dos elementos $d y$, como A a y E e, comprendidos entre las paralelas A E y G H al eje de las x, los arcos á que corresponden son iguales y de signos contrarios.

Basta para convencerse de ello observar que B A es constante, que por lo tanto B A = E b, que las posiciones del planímetro en A B C D D' y E $b c d d'$ son idénticas, y que en A el punzon camina segun la flecha f, al paso que en E camina segun la flecho f', es decir, en sentido contrario; resulta, pues,

arco recorrido en A a = — arco recorrido en e E;

y segun esto, cada dos elementos de la primera sigma se destruyen.

No sucede lo mismo con la segunda, porque cada dos elementos $L\,t$, $L'\,q$ comprendidos entre paralelas al eje de las y, corresponden á posiciones distintas del planímetro $L\,l$, y $L'\,l'$, y por lo tanto, á distintos arcos de la ruedecilla.

Redúcese segun esto la expresion (1) á

arco total de la ruedecilla $= \Sigma$ arcos correspondientes á dx.

Pasando al límite la Σ es una integral para todo el contorno A E L, y basta determinar el arco correspondiente al elemento dx. Pero miéntras el punzon recorre dx, el centro C recorre un camino igual en magnitud y en direccion á dicho elemento dx, luego segun el postulado de la figura 1.ª

arco correspondiente á $dx = dx \operatorname{sen} \beta$,

y llamando φ al arco total

$$\varphi = \int dx \operatorname{sen} \beta \qquad (2).$$

La integral se extiende á todo el contorno, y $dx \operatorname{sen} \beta$ tendrá en cada elemento de la integral el signo que le corresponda: así en $L\,t$ tendrá signo contrario que en $L'\,q$.

Aplicaciones.— 1.ª Si hacemos $\beta = \alpha$ siendo $\alpha = A B x$, es decir, si suponemos que el eje de la ruedecilla coincide con la recta A B, tendrémos

$$\operatorname{sen} \beta = \operatorname{sen} \alpha = \frac{AP}{AB} = \frac{y}{l},$$

representando por l la distancia A B.

En este caso la fórmula (2) se reduce á

$$\varphi = \int \frac{y}{l}\, dx = \frac{1}{l} \int y\, dx;$$

ó suponiendo $l = 1$

$$\varphi = \int y\, dx.$$

Pero $\int y\, dx$ es el área encerrada en A E L; pues dicha área se expresa por

$$\int (Y - y)\, dx$$

representando por Y la ordenada del arco inferior y por y la del superior, lo cual equivale á considerar la integral única $\int y\, dx$, haciendo que la x despues de llegar al punto más distante del orígen, retroceda hasta cerrar el circuito; es decir, á considerar las dos integrales

$$\int Y\, dx - \int y\, dx$$

comprendidas en una sola, cuyos elementos se extiendan al contorno completo.

En resúmen,

arco de la ruedecilla $=$ área A E L.

2.ª Supongamos $\beta = 2\alpha - \frac{\pi}{2}$, tendrémos

$$\varphi = \int \operatorname{sen} \beta\, dx = \int \operatorname{sen}\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) dx = -$$

$$\int \cos 2\alpha\, dx = -\int (1 - 2 \operatorname{sen}^2 \alpha)\, dx,$$

y recordando que $\operatorname{sen} \alpha = \frac{y}{l}$

$$\varphi = -\int dx + \frac{2}{l^2} \int y^2\, dx = \frac{2}{l^2} \int y^2\, dx,$$

puesto que $\int dx$ es evidentemente nula.

Así, pues,

$$\int y^2\, dx = \frac{l^2}{2}\, \varphi$$

es decir, que la integral varía proporcionalmente al arco, y que con una sola lectura puede determinarse el valor de aquélla.

3.ª Hagamos por último $\beta = 3\alpha$ colocando la ruedecilla en la posicion correspondiente. Tendrémos

$$\varphi = \int \operatorname{sen} \beta\, dx = \int \operatorname{sen} 3\alpha\, dx,$$

y como

$$\operatorname{sen} 3\alpha = 3 \operatorname{sen} \alpha - 4 \operatorname{sen}^3 \alpha,$$

tendrémos

$$\varphi = \int (3 \operatorname{sen} \alpha - 4 \operatorname{sen}^3 \alpha)\, dx,$$

$$\varphi = \frac{3}{l} \int y\, dx - \frac{4}{l^3} \int y^3\, dx,$$

de donde

$$\int y^3\, dx = \frac{3}{4}\, l^2 \int y\, dx - \frac{l^3}{4}\, \varphi.$$

Sabemos determinar $\int y\, dx$, luego

$$\int y^3\, dx = \frac{3}{4}\, l^2 A - \frac{l^3}{4}\, \varphi$$

es decir, que $\int y^3\, dx$ es funcion lineal de φ, y puede determinarse por una sola lectura de dicho arco, conociendo previamente las constantes $\frac{3}{4}\, l^2 A$, $\frac{l^3}{4}$.

Dando nuevos valores á β podriamos determinar las integrales $\int y^4\,dx$, $\int y^5\,dx$..... $\int y^m\,dx$, puesto que haciendo $\beta = m\,\alpha$ se expresa sen $\beta =$ sen $m\,\alpha$ en potencias de sen $\alpha = \frac{y}{l}$. Así pues, tendrémos un término $\int y^m\,dx$ en funcion de otras integrales correspondientes á menores valores de m, y como estas se expresan en funcion lineal de φ, asi mismo se expresará la propuesta.

JOSÉ ECHEGARAY.

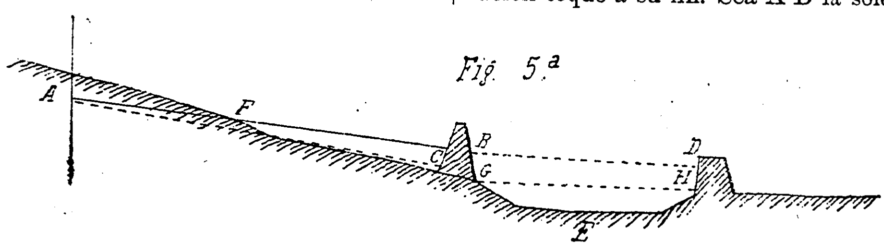
DESECAMIENTOS POR SEDIMENTACION.

Extractado de los «Anales de puentes y calzadas.—*Mémoire sur les colmatages de la vallée de l'Isère entre Albertville et la limite du département de la Savoie par Mr. Choron.*

(Continuacion.)

Sea B C D (*fig.* 5.ª) una cuenca de sedimentacion. Supongamos que B D represente el nivel á que deberá mantenerse el agua cuando la operacion toque á su fin. Sea A B la solera del canal de agua turbia en este momento, canal que generalmente estará mitad en desmonte y mitad en terraplen, si no es que esté todo en terraplen (A es la solera de la toma de aguas). Si en el principio de la operacion, cuando el nivel del agua es G H, se quiere establecer el canal de agua turbia de manera que conduzca á este nivel, ó sea al punto G, es claro que será necesario establecer su solera segun el perfil A C, y por consiguiente, desmontar la parte A F G, que más tarde deberá terraplenarse (ya artificialmente, ya naturalmente por sedimentaciones). Resultará, por consiguiente, un mayor gasto que si de una vez se hubiese establecido el canal segun A B, con la condicion de construir en B un vertedero para proteger la extremidad del terraplen F B G, é impedir las socavaciones que producirian las aguas al verterse en la cuenca.

Fig. 5.ª



En rigor, se podria abrir el canal con su pendiente definitiva hasta F solamente, despues de F hasta G trazarle con la pendiente del terreno; pero entónces casi siempre, por no decir siempre, habria de F á G una pendiente demasiado dura, y que necesitaria el revestimiento de las márgenes del canal, lo cual es un nuevo orígen de gastos.

La combinacion más racional bajo todos los puntos de vista, y la ménos costosa, consiste, pues, en establecer desde el principio el canal de aguas turbias, de tal manera que pueda seguir hasta el fin sin trasformacion, construyendo en su extremidad un vertedero que fije invariablemente su pendiente, y que proteja las obras próximas.

Se puede, al presente, resumir en algunas palabras el procedimiento más racional y más económico para crear una cuenca de sedimentacion. Conviene, ante todo, redactar un proyecto completo de las obras, sin perjuicio de ejecutarlas despues por partes. Este proyecto comprenderá:

1.° Un dique de circunvalacion para aislar la cuenca, con una cuneta exterior que reciba las aguas de filtracion.

2.° Un canal de aguas turbias con un vertedero en su extremidad, establecido de tal manera que no sea necesario modificarla hasta el fin de la operacion.

3.° Una toma de agua.

4.° Un vertedero de aguas claras abierto en el dique de recinto, y un canal que recoja estas aguas y las conduzca á algun cauce.

Los canales de aguas sucias y de aguas claras y la cuneta, deberán establecerse con arreglo á las disposiciones definitivas. El dique de circunvalacion podrá ser ejecutado por pisos sucesivos, á medida que se eleve el nivel de los se-