

MADRID, 15 DE OCTUBRE DE 1872.

TOMO XX.

NÚM. 19.

SUMARIO.

Notas sobre el empleo de la tacheometría en el levantamiento de planos y nivelaciones (continuación).—Ferrocarriles, sistema Fell, por E. Barron.—Puerto de Barcelona (conclusion).—Conservación de carreteras.—Parte oficial.—Noticias varias.

NOTAS

SOBRE EL EMPLEO DE LA TACHEOMETRÍA EN EL LEVANTAMIENTO DE PLANOS Y NIVELACIONES.

(Continuación.)

CAPÍTULO IV.

Uso de la regla logarítmica en los trabajos de gabinete.

86. Las fórmulas que determinan la posición de los diversos puntos que hay que transportar para representar el relieve del terreno, hemos dichos que son:

$$D = g \operatorname{sen}^2 V$$

$$t = D \operatorname{tg} V$$

$$x = D \cos a$$

$$y = D \operatorname{sen} a,$$

haciéndose uso sólo de las dos primeras para los puntos de detalle.

Si todos estos cálculos hubieran de hacerse directamente para los numerosos puntos que hay que referir, el tiempo y el trabajo que exigirían serían tan considerables, que harían prácticamente imposible la tacheometría.

Para evitarlo se han calculado tablas, determinando para los diversos ángulos verticales y para 100, de número generador, los valores de D y de t ; pero todavía hay que hacer dos multiplicaciones para cada punto de detalle, y hay exposición á error por el gran número de ellas que hay que verificar.

87. El sistema más expedito y más generalmen-

te adoptado consiste en el empleo de una regla logarítmica, convenientemente preparada.

Una regla de esta clase no es más que una tabla gráfica de logaritmos.

Vamos á dar una sucinta idea de la manera como puede formarse una tabla semejante.

Si escogemos una unidad longitudinal arbitraria, y refiriéndonos á ella vamos marcando sobre una regla, y á partir de un punto fijo, diversas distancias iguales á las mantisas de los logaritmos de los números naturales, y en cada uno de los puntos así determinados anotamos la cifra que indique el número correspondiente, tendremos una regla cuyas graduaciones expresarán que las longitudes comprendidas entre su origen y una graduación dada representan el logaritmo del número señalado en dicha graduación. Podremos, por lo tanto, practicar con esta regla todas las operaciones que con los logaritmos suelen hacerse, sin tener necesidad de tablas. Si se quiere, por ejemplo, hacer una multiplicación, no habrá más que tomar con un compás la longitud del logaritmo de uno de los factores y llevarla á continuación de la división que marca el del otro, y tendremos así una nueva división, que corresponderá á la adición de las dos longitudes anteriores, ó lo que es lo mismo, á la de los logaritmos de los dos factores, y por lo tanto, el número marcado en ella representará su producto.

De un modo análogo podríamos hacer los demás cálculos aritméticos.

88. La operación de colocar unas á continuación de otras las diversas longitudes de la escala, puede sustituirse construyendo otra segunda regla, igual á la anterior, llamada *reglilla*, que desliza á rozamiento en el interior de ésta, y yuxtaponiendo ambas, podemos practicar las adiciones y sustracciones indicadas.

Esta regla puede aplicarse, no sólo á cálculos aritméticos, sino también á los que comprenden líneas trigonométricas ó funciones de éstas, por medio de escalas que representen los logaritmos de estas líneas ó funciones.

89. Hechas estas indicaciones generales, pase-

mos á describir la regla que con el tacheómetro hemos usado.

La unidad que ha servido para su construcción es de 0^m,195, y comprendiendo esta regla dos unidades, la longitud total de la graduación es 0^m,390. La parte fija lleva dos graduaciones (véase la figura 14) iguales, comprendiendo todos los números naturales desde 10 á 1.000. La reglilla ó parte móvil va graduada en sus dos caras, las que por inversión pueden adaptarse sucesivamente á las dos ya citadas de la fija, y contiene las escalas correspondientes á los logaritmos de los sen², de las tangentes, de los senos y de los números, presentando además una escala de frentes iguales para la extracción de raíces.

90. Antes de detallar estas diversas escalas, debemos observar que ni los logaritmos de los números varían proporcionalmente á estos números, ni tampoco las líneas trigonométricas de los arcos ni sus logaritmos varían proporcionalmente á dichos arcos, por lo que no se subdividen en el mismo número de partes; en las referidas escalas, las diversas unidades, si no en un número distinto, proporcionado á la debida claridad en su lectura.

La escala de los sen² contiene las graduaciones relativas á todos los arcos comprendidos entre 40° y 100°, y entre 100° y 160°. Siendo iguales los senos de dos arcos suplementarios, las mismas divisiones que expresan los sen² de los arcos de 60°, 80°, etc., contenidos entre 40° y 100°, podían representar también los de sus suplementos 140°, 120°, etc., de modo que basta colocar una doble graduación en la escala de 40° á 100°, para tener á la vez desde 100° á 160°, y cada división indicará que la longitud comprendida entre ella y 100° es la diferencia entre los logaritmos de los senos cuadrados de estos dos ángulos.

No se extienden las divisiones á los ángulos mayores que 160° y menores que 40°, porque con estas inclinaciones el método tacheométrico no inspira gran confianza, como indicaremos en otro lugar.

La escala de las tangentes comprende las mantisas de los logaritmos de los arcos comprendidos entre 0°, 50' y 50°, es decir, las de los arcos cuyas características son los números 8 y 9. La característica 9 está marcada entre los ángulos 6°, 50' y 6°, 40', entre los que se halla el ángulo á que se refiere.

Lleva además esta escala una segunda graduación, que se extiende desde 50° hasta 99°, 76' en

correspondencia con las divisiones complementarias desde 0°, 24' á 50°, y que explicaremos al tratar del cálculo de las alturas.

La escala de los senos contiene los logaritmos de los de los ángulos, cuyas características son 8 y 9, y presenta una disposición análoga á la anterior; comprendiendo dos graduaciones, una superior, que contiene desde 0°, 24' hasta 100°, y otra inferior y en sentido contrario, que contiene desde 100° á 199°, 76', correspondiéndose sobre una misma división las divisiones suplementarias 10° y 110°, 80° y 120°, etc.

La escala de los números que lleva la reglilla es igual á la de la regla, y sirve para practicar la combinación con esta operación aritmética.

Cálculo de distancias.

91. La fórmula que da la distancia reducida al horizonte hemos dicho que es:

$$D = g \operatorname{sen}^2 V.$$

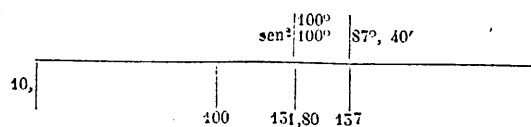
Restableciendo el radio y tomando logaritmos, resulta:

$$\lg D = \lg g + \lg \operatorname{sen}^2 V - \lg R^2 = \lg g + \lg \operatorname{sen}^2 V - \lg \operatorname{sen}^2 100^\circ = \lg g - (\lg \operatorname{sen}^2 100^\circ - \lg \operatorname{sen}^2 V)$$

ó lo que es lo mismo, que para obtener el logaritmo de la distancia, es preciso restar del logaritmo del número generador la diferencia entre el logaritmo de sen² 100° y el del sen² del ángulo vertical, lo que se traduce en la regla, haciendo coincidir la división de la escala de sen², correspondiente al ángulo dado, con la del número generador de la de los números, y viendo cuál es la que entonces coincide en ésta con la división sen² 100°, la cual representará la distancia horizontal buscada.

Ejemplos.

Sea el número generador 157 y el ángulo vertical 87°, 40'. Se trata de determinar la distancia D reducida al horizonte.

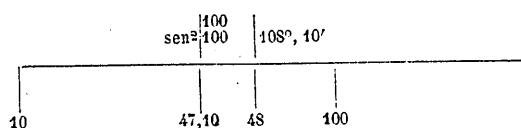


Colóquese la división 87°, 40' de los sen², en coincidencia con la 157 de la escala de los núme-

ros, y véase qué número de ésta coincide con la extremidad 100° de aquélla, y este número, que es el 151,80, representa el valor de D.

Debemos observar, tanto para este caso como para los sucesivos, que las cifras 87° , $40'$ y 151,80 no están marcadas en la regla, estándolo sólo 86° y 87° , y 151 y 152, entre las que se encuentran aquéllas; pero la distancia que separa estas divisiones es pequeña, y se pueden apreciar las fracciones con suficiente seguridad.

2.º Sea 48 el número generador y $108^\circ 10'$ el ángulo vertical.



Poniendo en coincidencia la graduación $108^\circ 10'$ de los sen^2 con la 48 de los números, la $\text{sen}^2 100$ de la primera corresponderá a la 47,10 de la segunda, que será la distancia buscada.

Alturas.

92. Según anteriormente se ha indicado, el número del limbo vertical está colocado en la parte fija de éste y en la vertical que pasa por el centro de dicho limbo, y marca 100° cuando el anteojo es horizontal, extendiéndose además la graduación de izquierda a derecha. Dedúcese de esto que cuando el ángulo observado sea subiendo, la lectura será menor que 100° y representará el complemento del que la visual hace con la horizontal; y cuando sea bajando, el ángulo leído será mayor que 100° y representará el que hace con la horizontal, menos 100° .

El valor de t será en el primer caso igual a la cotangente del ángulo leído, multiplicado por la distancia, y a ésta multiplicada por la tangente de dicho ángulo, menos 100° , en el segundo.

Estando graduada la escala de tangentes de modo que en cada división menor que 50° está señalado también su complemento, y siendo la tangente de un ángulo igual a la cotangente de su complemento, esta escala nos dará las tangentes hasta 50° , y las cotangentes desde 50° a 100° , es decir, todas las que corresponden a inclinaciones con la horizontal menores que 50° .

Por la anterior disposición de la regla, vemos que puede determinarse el valor de t por la fórmula general $t = D \text{ tg } v$, ya sean los ángulos mayores o menores que 100° .

93. Para construir esta fórmula, bastará hacer coincidir la característica u origen de la parte decimal del logaritmo de la tangente, con la división que marque la distancia en la escala de los números, y viendo cuál es la otra división que en esta escala coincide con el ángulo vertical dado, tendremos las cifras significativas de (t) .

Este cálculo de (t) y el anterior de D, puede efectuarse a la vez con un solo movimiento de la reglilla, porque correspondiéndose en ella los 100° de la escala de los sen^2 , y la característica 9 de la de las tangentes, y correspondiéndose también las dos escalas de números de la regla, cuando los 100° de la sen^2 señalan la distancia reducida al horizonte, la característica 9 de las tangentes señalará también esta misma distancia en la escala superior de números, y no habrá más que ver cuál de éstos coincide con el ángulo vertical, para obtener las cifras significativas de t .

94. Para separar la parte entera, observaremos que siendo (t) el producto de D y $\text{tg } V$, su característica será igual a la suma de las de estas dos cantidades, o a esta suma más una unidad. El primer caso se verificará cuando la suma de las mantisas sea menor que la unidad: el 2.º, cuando sea igual o mayor. Para conocer cuándo sucede esto, debemos recordar que las longitudes de la regla, que por yuxtaposición se suman o restan, son las mantisas de los logaritmos de los datos en cuestión; por lo tanto, cuando la que expresa la suma es mayor que una característica, es decir, pasa de 100, siendo las de los dos factores D y V inferiores, o lo que es igual, cuando 100° esté comprendido entre D y el producto buscado, entonces habrá que añadir una unidad a la suma de las características, unidad que corresponde a la parte entera de la suma de las mantisas.

Ejemplos. — Siendo 108 el número generador, y $92^\circ 20'$ el ángulo vertical:

Números	100	130,9
Tangentes	106,55	92°, 20'
sen²	100° 100°	92°, 20'
Números	100	108

Llevando la graduación $92^\circ 20'$ de los sen^2 junto a la 108 de los números, el $\text{sen}^2 100$ marcará 106,55 para la distancia reducida al horizonte;

los $92^{\circ} 20'$ de la escala de tangentes marcarán a la vez 1509, que son las cifras significativas de t . Para determinar la característica, tenemos que la de la distancia 106,55 es 2, la de la tangente $92^{\circ} 20'$ es 9, lo que da para la de $\text{tg. } v$, 11, y deduciendo 10 por el radio con que están calculadas las líneas trigonométricas, resultará fácilmente 1 de característica, y por lo tanto 15,09 para el valor de t .

2.º Determinar los valores de D y de t siendo el número generador 86,50 y el ángulo vertical $89^{\circ} 40'$.

	84,00	100	141
9			89,40
	100	89,40	
	84,00	86,50	100

Del mismo modo que en el caso anterior, hallaremos para D , 86,50 y para las cifras significativas de t , 141. Sumando las características 1 y 9 de estas cantidades, y teniendo en cuenta que la suma de las mantisas da una unidad, puesto que 100 queda comprendido entre el producto y el factor 86,50, resultará para la característica de D $\text{tg. } v$, 11, y deduciendo las 10 correspondientes al radio, quedará 1 para la de t , y el valor de éste será 14,10.

95. Si el ángulo estuviera comprendido en la característica 8, podía calcularse H , haciendo coincidir éste con la graduación relativa a D , pero entonces habría que hacer dos coincidencias.

Para evitarlo, observemos que la fórmula:

$$\lg H = \lg D + \lg \text{tg } v,$$

puede ponerse bajo la forma:

$$\lg H = \lg D + \lg \text{tg } v = \lg D + 1 - (1 - \lg \text{tg } v)$$

$1 - \lg \text{tg } v$ es la parte comprendida en la regla entre la característica 9 y $\text{tg } V$, de modo que estando en coincidencia sen^2 , 100° ó dicha característica con $\lg D$, el número que caiga enfrente de $\text{tg } v$ será igual a $\lg D - (1 - \lg \text{tg } v)$; añadiendo, pues, una unidad a su característica ó considerando la 9 como anteriormente, en vez de la 8 tendríamos el valor de H .

Ejemplo.—Determinar el valor de t correspondiente al número generador 76 y al ángulo vertical $94^{\circ} 20'$.

	688	75,40	100
	94,20	9	
	sen^2	$\frac{100^{\circ}}{100^{\circ}}$	94,20
		75,40	76,00
			100

Igualmente que en los casos anteriores, hallamos para D , 75,40 y para t , 6,88. Puesto que debiendo considerar $94^{\circ} 20'$ la característica 9, aunque esté comprendida en la 9, según antes hemos indicado, siendo 1 la del otro factor y deduciendo la del radio, queda 0 para la del valor de t .

96. Si el ángulo v fuese inferior a $0^{\circ}, 24'$, no estaría comprendido en la escala, y para determinar el valor de t en este caso, nos valemos de que siendo los ángulos muy pequeños, las tangentes son muy pequeñas también y sensiblemente proporcionales a los arcos. Multiplicando el ángulo dado por 10, 100, 1.000....., hasta que resulte otro ángulo comprendido en la escala, podemos calcular con él un valor de t , y deduciendo de su característica 1, 2, 5....., unidades, según que se haya multiplicado por 10, 100 ó 1.000, tendremos el valor de t buscado.

Determinar la altura t siendo la distancia horizontal 104 y el ángulo vertical $99,80$.

Este ángulo no está en la regla, pero multiplicándole por 10, resulta el 998° , cuya tangente es igual a la de 98° que se encuentra en la regla

Números	526	100	104
Tangentes	98°		9
		sen^2	$\frac{100}{100}$
Números			104

y con el que se puede calcular un valor de t que es 5,26, y deduciendo uno de su característica, ó sea dividiéndolo por 10, resultará para el valor de t que corresponde al caso actual 0,526.

97. Supongamos, por último, que se trata de determinar t cuando la inclinación es superior a 50° .

En este caso la tangente no está comprendida en la regla, pero como es igual a $\frac{R}{\text{cotangente}}$ el logaritmo de t puede presentarse bajo la forma siguiente:

$$\lg t = \lg D + \lg R - \lg \cot v = \lg D + (\lg \lg 50^\circ - \lg \cot v)$$

luego para obtener el logaritmo de t no habrá más que hacer coincidir con la distancia la graduación de la escala de tangentes correspondiente á V , y ver cuál es el número que corresponda con la extremidad 50° .

Ejemplo.—Sean la distancia 86,50 y el ángulo vertical 163,80.

Números	86,50	143,50
Tangentes	65°,80'	50°,00 50°,00

Colocando la división 65°,80' de la escala de las tangentes en coincidencia con la 86,50 de los números, la 50° de la 1.ª nos señalará en la 2.ª 143,50, que es el valor de t .

La característica es 2, porque en la fórmula $\lg t = \lg D + \lg R - \lg \cot v = \lg D + 10 - \lg \cot v$ (en la que está restablecido el radio) vemos que la característica de t es igual á la diferencia entre las de $\lg D$ y $\lg \cot v$ más 10; podría suceder que hubiera que restar además una unidad, por ser la mantisa de $\lg \cot v$ mayor que la de $\lg D$; pero esto se reconocería fácilmente en la regla, según hemos indicado antes.

Coordenadas rectangulares.

98. Las fórmulas que dan las coordenadas rectangulares x é y en función del ángulo azimutal y de la distancia, son ():

$$x = D \cos a$$

$$y = D \sin a$$

Según hemos indicado () en la escala de los senos, se corresponden sobre una misma división los ángulos suplementarios de las graduaciones superior é inferior.

Si se trata de determinar el seno y coseno de un arco menor que 100° , por ejemplo 40° , su seno se encontrará en la escala superior, y el coseno será igual al seno de su complemento 60° , el cual estará marcado con esta graduación en la escala superior y con la suplementaria 140° en la inferior; bastará, por lo tanto, para determinarle, ver en esta la graduación del ángulo, prescindiendo de la cifra de las centenas.

Si el ángulo fuese mayor que 100° , 170° por ejemplo, su seno sería igual al de su suplemento 50° , y

como éste en la escala superior se corresponde con 170° en la inferior, no habría más que buscar en ésta el 170° . En cuanto al coseno, su valor numérico es igual al de 50° , ó lo que es lo mismo, el seno de 70° , el cual está en la escala superior; luego obtendremos dicho coseno tomando la graduación del ángulo en esta última, prescindiendo de las centenas.

La característica se determina lo mismo que en las tangentes.

Ejemplos.—1.º Sean 89,50 la distancia y $42^\circ 50'$ el ángulo azimutal.

Números	89,50	100	551	704
Senos	9		42,50 157,70	57,70 142,50

Para calcular las fórmulas que dan los valores de x é y , no se hará coincidir la característica 9 con la distancia 89,50, y viendo qué números corresponden con $42^\circ 50'$ de la graduación inferior y $42^\circ 50'$ de la superior, tendremos 70,40 para x y 55,10 para y . La característica de ambos es 1, porque entre el factor 89,50 y los productos 551 y 704 está comprendido 100.

2.º Sean 151,50 la distancia y $534,43$ el ángulo azimutal.

Números	151,50	86,60	98,70	100
Senos	9	154,15	54,15	

Las líneas trigonométricas de $534,43$ tienen el mismo valor numérico que las de $154,15$, que será el ángulo que consideremos.

Haciendo coincidir la característica 9 de la escala de senos con la 151,50 de la de los números, el seno se encontrará en la escala superior y en la división 154,15 y el coseno en 54,15 de la superior, las cuales nos dan para x é y los números 86,60 y 98,70.

Cálculo de las curvas de nivel.

99. Dibujado el plano con la posición y cotas de los puntos que fijan el relieve del terreno, se puede, por medio de éstos, marcar las diversas curvas, por medio de cuentas proporcionales ().

Este trabajo se simplifica notablemente por medio de la regla logarítmica.

Supongamos que entre dos puntos, cuya distancia es $56^m,00$ y cuyas cotas son $824^m,50$ y $841^m,50$,

se quieren determinar los puntos de paso de un sistema de curvas de nivel de 5 en 5 metros, y cuyas alturas sean múltiplos de 5.

Las distancias de cada uno de estos puntos de paso á uno de los puntos dados, al 1.º por ejemplo, estarán dadas por las fórmulas:

$$a = \frac{36}{841,50 - 824,30} (825,00 - 824,30) = \frac{36}{17,20} \times 0,70, \quad a' = \frac{36}{17,20} \times 5,70, \quad a'' = \frac{36}{17,20} \times 10,70, \dots$$

Teniendo todas ellas el factor común $\frac{36}{17,20}$, pueden calcularse con un solo movimiento de la regla.

Números	10	17,20	57	70	107	157	Reglilla.
Números	10	56	100	119	146	224	329
							Regla

No habia para esto más que colocar la graduación 17,20 de la reglilla junto á la 56 de la regla, y ver en ésta los números que corresponden á las 70, 57, 107 y 157 de la 1.ª De este modo, y determinando las características, según repetidamente hemos indicado, resulta para las distancias 1,46, 11,90, 22,40, 52,90.

100. De un modo análogo se resuelve el problema inverso de determinar la cota de un punto, situado en la recta, que une otros dos, cuyas cotas y distancias entre sí y al punto dado son conocidas.

Si designamos por 18,40 la diferencia de nivel entre los puntos fijos, por 45",00 su distancia y por 29,50 la de uno de ellos al que vamos á calcular la cota, tendremos que la diferencia de nivel entre estos dos puntos será $\frac{18,40}{45} \times 29,50$.

Números	10	45	295	Reglilla
Números	10	18,40	1206	Regla

Cuya expresión se calcula con la regla, colocando el núm. 45 de la reglilla junto al 18,40 de ésta, y viendo en ella el núm. 12,06, que se corresponde con el 29,50 de aquélla. Este núm. 12,06 representa la diferencia de nivel pedida.

Extracción de raíces.

101. Siendo el logaritmo de la raíz n de un número igual al de este número dividido por n , si tuviéramos una longitud proporcional al logaritmo del número, dividiéndola en n partes iguales, tendríamos otra longitud proporcional al logaritmo de la raíz.

La escala de los números nos da en la regla una longitud que representa la mantisa del loga-

ritmo, y la de la característica la obtendremos multiplicando la longitud de la unidad de la regla por las de dicha característica.

De este modo la regla suministra la longitud del logaritmo del número, y para facilitar su división, lleva la reglilla una escala cuya longitud es igual á la unidad de la regla, que está dividida en 20 partes iguales, cada una de las que está subdividida en décimas y medias décimas.

Midiendo con esta escala la mantisa del número, y añadiendo al que así resulta el producto de la característica por 20, tendremos otro número, que corresponderá á la longitud total del logaritmo, y dividiéndola por el índice de la raíz, tendremos otro nuevo número, que indicará la longitud del logaritmo de la raíz.

102. Dividiéndolas de nuevo por 20, el cociente será la característica de la raíz, y el residuo la mantisa que determinarán las cifras significativas, para lo cual no habrá más que hacer coincidir el origen de la escala de partes iguales con el de la de los números, y ver en ésta qué número cae enfrente del residuo tomado en las divisiones de aquélla.

Supongamos que se trata de extraer la raíz sexta de 1.675.

La longitud de la mantisa tomada con la escala es 4,48, la de la parte entera 60 y la longitud total será, por lo tanto, 64,48, que dividida por 6 se reduce á 10,744. La característica será por lo tanto 0 y aplicando la escala en partes iguales á la de los números á 10,744 en la primera, corresponde 5448 de la segunda, siendo por lo tanto la raíz buscada 54,48.

(Se continuará.)

FERRO-CARRILES, SISTEMA FELL.

(Lámina 103.)

La sociedad de Ingenieros civiles de Francia, en sesión del día 6 de Setiembre último, ha dado lectura de una nota de Mr. Desbrières acerca de los ensayos de las máquinas locomotoras cons-