

MADRID, 15 DE JUNIO DE 1872.

TOMO XX.

NÚM. 11.

SUMARIO.

Notas sobre el empleo de la Tacheometría en el levantamiento de planos y nivelaciones.—Aprovechamiento de las aguas de los ríos de la provincia de Madrid (continuación), por A. Camón.—Muelle embarcadero en la playa de Marbella.—Noticias varias.

NOTAS

SOBRE EL EMPLEO DE LA TACHEOMETRIA EN EL LEVANTAMIENTO DE PLANOS Y NIVELACIONES.

El objeto que nos proponemos al escribir estas *Notas* es presentar una descripción del uso y aplicaciones que hemos hecho de la tacheometría (1) en los estudios para el paso de un ferrocarril entre Francia y España atravesando el Pirineo central.

Toda la cordillera pirenaica, y sobre todo su parte central, presenta, como es sabido, casos de terrenos excepcionalmente accidentados y escabrosos; y los procedimientos usuales para tomar datos en semejantes terrenos vienen á ser, ó inaplicables ó dispendiosos y largos: en estos casos es preferible emplear procedimientos especiales que, al par que de una suficiente exactitud, sean susceptibles de una práctica sencilla, expedita y económica.

Por estas razones el inspector general Sr. don Jacobo G. Arnao, jefe de la Comisión encargada de hacer estos estudios, y los ingenieros Sres. D. Gabriel Rodríguez y D. Antonio Mariano Vázquez, que sucesivamente han desempeñado el cargo de segundos jefes, fueron de parecer que se hiciese aplicación del *tacheómetro* y del método tacheométrico, según también lo estaba así practicando

(1) La *tachéométrie* est l'art de lever les plans et de faire les nivellements avec une économie considérable de temps et un degré de précision supérieurs à celui qu'on obtient par toutes les autres méthodes; le *tachéomètre* est l'instrument unique nécessaire pour la solution pratique de cet important problème. (*La Tachéométrie*, par J. PORRO; Paris, 1858.)

la Comisión análoga que en Francia se ocupaba, y se ocupa actualmente de estudiar el mejor paso por el Pirineo central de un ferrocarril entre ambas naciones.

Esta circunstancia nos ha proporcionado, como ingenieros encargados del estudio de cada una de las líneas que han de ser después examinadas y comparadas, ocasión de conocer el *tacheómetro* y el método *tacheométrico* que describe Mr. Moinot en sus *Notas prácticas* (2) consagradas á este asunto. En ellas hay, á nuestro entender, excesiva concisión y alguna incoherencia, y nos ha parecido que no sería una tarea de todo punto inútil el intentar la descripción de este sistema de estudios, ampliando y deteniéndonos en todos aquellos detalles que la práctica nos ha hecho mirar como de bastante importancia.

Tal es el trabajo que nos atrevemos á emprender, guiados por el deseo de generalizar el conocimiento del método tacheométrico que, en nuestra opinión, es susceptible de muy ventajosas aplicaciones.

Aquellos que quieran conocer más á fondo este método pueden consultar la obra de M. Porro, que ántes hemos citado en una nota, ó el compendio de ella, titulado *Guide pratique de Tachéométrie*, par Joseph Porro, neveu; Paris, 1861.

Dicho esto, entramos ya en materia, y para mayor claridad dividiremos estas *Notas* en cinco capítulos; á saber:

- 1.º Descripción general del *tacheómetro* y del método tacheométrico;
- 2.º Descripción detallada del *tacheómetro*; sus correcciones; trabajos de campo;
- 3.º Trabajos de gabinete;
- 4.º Uso de la regla logarítmica en los cálculos de gabinete;
- 5.º Grado de exactitud que puede esperarse de las operaciones tacheométricas: aplicaciones ventajosas del sistema tacheométrico.

ANTONIO BORRAGON. — MANUEL BARANDA.

(2) *Levés de plans à la Stadia*; Périgueux, 1865.

CAPÍTULO PRIMERO.

Descripcion general del tacheómetro y del método tacheométrico.

1. El enunciado más general del problema que tratamos de presentar y resolver es el siguiente:

Hallar las coordenadas rectangulares de cualquier punto del terreno con relacion á tres ejes dados de posicion.

Para tomar sobre el terreno los datos necesarios á la resolucion de este problema no nos valdrémos de otros instrumentos que del *tacheómetro* y de una mira dividida.

2. Ante todo vamos á dar una idea ligera y aproximada de lo que es el instrumento llamado *tacheómetro*; y decimos aproximada, porque así es suficiente, al ménos por el momento: aplazamos empero para el siguiente capítulo el darle á conocer en todos sus detalles, porque entónces, y quizá sólo entónces, puedan ser éstos comprendidos con todo conocimiento, y apreciados en lo que en sí encierran de ingeniosos y adecuados al objeto.

El *tacheómetro* es lisa y llanamente un teodolito análogo á los construidos en Inglaterra. Tiene como ellos un platillo horizontal con su limbo graduado; superpuesto inmediatamente y en contacto con este platillo, hay otro que lleva los nonius para hacer la lectura de los ángulos horizontales: tiene un círculo vertical graduado y un anteojo dispuesto de una manera análoga como en los teodolitos ingleses para leer los ángulos verticales.

3. Añadamos ahora con el pensamiento á un teodolito semejante dos cosas más; á saber: la primera, dos cerdas paralelas y equidistantes de la que pasa por el centro del anteojo y es horizontal en la posicion normal del teodolito, convirtiéndolo así aquél en un verdadero anteojo telemétrico (muchos teodolitos están ya provistos de estas cerdas, pero difieren en que no llevan lente colectora para hacer analítico el anteojo, segun despues diremos); la segunda es una caja rectangular, que por ahora suponemos unida invariablemente al platillo inferior que lleva el limbo horizontal. Dentro de esta caja hay una aguja magnética que puede moverse libremente, y por lo tanto puede tomar una posicion tal que sus dos puntos ó extremidades enrasen en dos señales ó pequeños trazos marcados en dos lados opuestos de la caja y en línea recta con el punto de giro de la aguja. Para

abreviar llamaremos á este aparato *orientador*, porque su objeto no es otro que orientar el platillo inferior que lleva el limbo horizontal, al cual va sujeta dicha caja. En efecto, si despues de colocado el teodolito en una estacion hacemos girar el platillo inferior hasta que las dos extremidades de la aguja magnética enrasen perfectamente en los dos trazos ó señales marcados, como ya hemos dicho, en dos lados opuestos del *orientador*, es evidente que un diámetro cualquiera del limbo horizontal, por ejemplo el de 0.200° , formará entónces con la direccion del meridiano magnético un cierto ángulo (que tambien podria ser cero), el cual permanecerá constante interin la aguja magnética, supuesta en libertad, siga marcando en los dos trazos ó señales del *orientador*. Si trasladamos el teodolito á otra estacion y practicamos las mismas operaciones, haciendo coincidir las extremidades de la aguja con los dos trazos de la caja que lleva la aguja magnética, es tambien evidente que el diámetro 0.200° del limbo horizontal formará con la direccion del meridiano magnético en esta segunda estacion un ángulo exactamente igual á aquel que con dicha direccion formaba en la estacion primera: lo mismo sucederá si trasladamos el instrumento á otra estacion y seguimos practicando las mismas operaciones. Por lo tanto, se ve que el diámetro 0.200° ocupará en todas las estaciones del teodolito posiciones paralelas entre sí; en una palabra, el platillo inferior que lleva el limbo horizontal estará en todas estas posiciones orientado en la misma direccion, ó mejor dicho, *tendrá la misma orientacion*.

4. Basta la sucinta idea que acabamos de dar sobre el *tacheómetro* para comprender y darse despues cuenta exacta de todas las operaciones que vamos á practicar, con el objeto de hallar las coordenadas x , y , z de un punto cualquiera del terreno referidas á tres ejes dados de posicion.

5. Para mayor claridad admitamos que los ejes de las x y de las y se hallan en un plano horizontal, y que por lo tanto es vertical la ordenada (z); éste es el caso más usual, y semejante hipótesis no alterará el carácter de generalidad de los resultados.

6. Sean (fig. 1.^a)

P' , P'' , P''' , los puntos del terreno cuyas coordenadas tratamos de determinar.

p' , p'' , p''' , sus proyecciones sobre el plano horizontal en que están situados los ejes $O X$, $O Y$.

$Ox' = x' ; \dots$
 $Ox'' = x'' ; \dots$
 $Ox''' = x''' ; \dots$

las abscisas paralelas al eje O X de
 los puntos p', p'', p''' .

$Oy' = y' ; \dots$
 $Oy'' = y'' ; \dots$
 $Oy''' = y''' ; \dots$

las ordenadas paralelas al eje O Y
 de los mismos puntos.

$Op' = D' ; \dots$
 $Op'' = D'' ; \dots$
 $Op''' = D''' ; \dots$

las distancias en proyeccion hori-
 zontal desde el origen de coordena-
 das O á los puntos p', p'', p''' .

a', a'', a''' ... los ángulos que dichas proyeccio-
 nes forman con el eje O Y.

7. Propongámonos primeramente determinar las coordenadas x', x'', x''' ; y', y'', y''' , y luego determinaremos la coordenada restante z', z'', z''' .

Su expresion será evidentemente:

$$\begin{aligned}
 \text{para el punto } p' \dots & \begin{cases} x' = D' \times \cos a' \\ y' = D' \times \sin a' \end{cases} \\
 \text{para el punto } p'' \dots & \begin{cases} x'' = D'' \times \cos a'' \\ y'' = D'' \times \sin a'' \end{cases} \\
 \text{para el punto } p''' \dots & \begin{cases} x''' = D''' \times \cos a''' \\ y''' = D''' \times \sin a''' \end{cases}
 \end{aligned}$$

y el valor de estas expresiones nos será conocido tan luego como hayamos determinado por medio del tacheómetro el valor de las cantidades a', a'', a''' ; D', D'', D''' .

Empecemos por conocer a', a'', a''' .

8. Para ello, y suponiendo que el teodolito está centrado sobre la vertical del punto (O), y que los platillos que llevan el limbo y el nonius están horizontales, hagamos girar el primero, y por consiguiente el *orientador* magnético unido á él, hasta que las dos extremidades de la aguja magnética de dicho *orientador* coincidan con los dos trazos ó señales fijas de que hemos hablado (párrafo 5.º), con lo cual queda orientado el instrumento; el diámetro 0°..... 200° del limbo formará con la direccion del meridiano magnético un cierto ángulo que permanecerá constante, interin la aguja del *orientador* siga coincidiendo con los dos trazos ó señales fijas; y esta coincidencia seguirá verificándose, aun cuando dirijamos el anteojo á todos los puntos del horizonte valiéndonos del movimiento independiente que en el teodolito puede imprimirse al platino superior que lleva el nonius, porque en ninguno de estos movimientos se habrá alterado la posición del platino del limbo, al cual va unido el *orientador*.

Dirijamos, pues, el anteojo á las miras ó banderolas que sucesivamente se colocarán en los

puntos p', p'', p''' ; y leamos los ángulos que marca el nonius en el limbo horizontal; estos ángulos son los a', a'', a''' que buscamos, siempre que el eje de las Y sea el diámetro 0°..... 200°; si así no sucediese, entónces los ángulos a', a'', a''' serán los leídos en el teodolito, aumentados ó disminuidos, del ángulo que con el eje de las Y forme el diámetro 0°..... 200°, ángulo que nos será conocido, puesto que nuestro punto de partida supone dados de posición los ejes de coordenadas.

9. Determinemos ahora los valores D', D'', D''' , valiéndonos para ello de los dos hilos horizontales que hemos añadido á la reticula del anteojo (número 5), y haciendo aplicacion del conocido método de medir distancias por medio de la Estadia.

Para ello coloquemos sucesivamente una mira con divisiones en los puntos P', P'', P''' ; dirijamos visuales observando y anotando la parte ó porcion que en la mira interceptan las imágenes de los dos hilos horizontales que hemos añadido, y sean estas partes ó porciones g', g'', g''' . La distancia que buscamos no es otra cosa que la horizontal comprendida entre las verticales que pasan por el centro del instrumento y por el pié de la mira: su expresion tiene la forma de

$$D = Ag + B,$$

en la cual A y B son dos coeficientes constantes que dependen de algunos elementos de construccion del anteojo, tales como el radio de curvatura de la lente objetiva, distancia entre los dos hilos horizontales extremos de la reticula, longitud del tubo del anteojo, etc.; y (g) es el número de divisiones que abrazan en la mira las imágenes de los dos hilos horizontales; este número de divisiones se lee directamente en la mira, ó se deduce inmediatamente de la lectura directa, segun más adelante diremos.

10. No creemos necesario ni aun oportuno ahora el dar una demostracion de la fórmula $D = Ag + B$, con tanto mayor motivo, cuanto que habremos de insistir sobre ella más adelante, cuando nos ocupemos de la especialidad más notable que ofrece el tacheómetro, que es la construccion del anteojo, la cual permite simplificar considerablemente aquella fórmula, y permite además emplear en la medida de distancias el método de la Estadia, haciéndole susceptible de una sencilla práctica y de exactos resultados. Por otra parte, pueden consultarse sobre este particular: *Cours de routes de l'Ecole des Ponts et Chaussées*, edition de 1848.

Memoire sur la Stadia et sur diverses modifications à introduire aux procédés ordinaires d'operations sur le terrain, par Mr. Laterrade.—*Annales des Ponts et Chaussées*, 1855, toime XIV.—REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, 1.º de Diciembre de 1871: *Telemetría*, por D. Francisco Lizarraga.—REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, 51 de Marzo de 1872: *Anteojo analítico*, por D. E. Boix.

11. Tenemos, pues, todos los elementos necesarios para conocer el valor absoluto de las coordenadas x', x'', x''' ; y', y'', y''' : su signo nos será conocido tambien por el que corresponda á la línea trigonométrica de quien dependen.

12. Del mismo modo podemos hallar las coordenadas (x), (y), de otros puntos P_1', P_1'', P_1''' , que no hayan podido ser observados desde la estacion O; bastará para esto trasladarse con el teodolito á otra estacion O_1 , cuyas coordenadas respecto al origen anterior O habrán debido determinarse con toda precision, y hacer desde el nuevo origen O_1 las mismas operaciones que hemos hecho desde la estacion O; el diámetro $0^\circ \dots 200^\circ$ del limbo horizontal ocupará en esta segunda estacion O_1 una posicion paralela á la que ocupaba cuando se hallaba colocada en O (véase lo dicho, núm. 5); y los ángulos $a_1', a_1'', a_1''' \dots$ que ahora observemos, estarán referidos á una recta paralela á la que sirvió de análoga referencia en la estacion O. Por lo tanto, las coordenadas x_1', x_1'', x_1''' ; y_1', y_1'', y_1''' , que para los puntos P_1', P_1'', P_1''' deduzcamos de las observaciones hechas desde O_1 , serán paralelas á las x', x'', x''' ; y', y'', y''' , determinadas en O.

13. Iguales consideraciones pueden hacerse respecto á otras estaciones $O_2, O_3, \dots O_n$ en que sucesivamente se haya ido instalando el teodolito, y en definitiva las coordenadas X, Y referidas al origen O de un punto P_n que haya sido observado desde la estacion O_n , serán:

$$X = x \pm x_1 \pm x_2 \pm x_3 \pm \dots \pm x_{n-1} \pm x_n$$

$$Y = y \pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_{n-1} \pm y_n$$

designándose en dichas expresiones por (x), (x_1)... (x_{n-1}), y por (y), (y_1)... (y_{n-1}) las coordenadas de cada estacion $O_1, O_2, \dots O_n$ respecto de la inmediata anterior, y siendo (x_n), (y_n) las coordenadas parciales del punto P_n referidas á la estacion O_n desde la cual ha sido observado.

14. Pasemos ahora á determinar las ordenadas $P'p' = z'$; $P''p'' = z''$; $P'''p''' = z'''$ (fig. 1.ª).

Los elementos necesarios para esta determina-

cion son (fig. 2.ª), 1.º la tangente del ángulo V que con la horizontal forma la visual oM, dirigida segun el eje óptico del anteojo á un punto cualquiera M de la mira M M'; llamémosla t', t'', t''' , para cada uno de los puntos P', P'', P''' (fig. 1.ª); 2.º, la altura comprendida desde el pié M' (fig. 2.ª) de la mira hasta el punto M de ella, al cual se ha dirigido la visual: llamemos estas alturas m', m'', m''' , para cada uno de los tres puntos arriba dichos; 3.º, la altura del instrumento medida desde el punto O del terreno (figura 2.ª), respecto del cual se halla centrado el teodolito hasta el eje, alrededor del cual gira el anteojo; llamemos á estas alturas (h_1) para la primera estacion en O.

Estos elementos pueden fácilmente ser obtenidos por medio del teodolito. En efecto: el ángulo V puede conocerse valiéndonos del limbo vertical, y la tangente que necesitamos se obtendrá multiplicando la que den las tablas por la distancia horizontal D; la altura (m) puede ser leída directamente sobre la mira, y la altura (h) puede ser fácilmente medida.

15. Supondremos que el plano horizontal de las X, Y está situado á la altura del eje de giro del anteojo, y consideraremos como positivas las ordenadas (z) medidas desde este plano hácia arriba, y como negativas las que se midan desde este plano hácia abajo.

Pueden ocurrir tres casos.

1.º Que la visual suba respecto del plano horizontal de las X, Y.

2.º Que la visual sea horizontal.

3.º Que la visual baje respecto de dicho plano de las X, Y.

El primer caso está representado en el grupo de las tres figuras, 2.ª, 3.ª y 4.ª, y da lugar á tres expresiones distintas de (z), segun que la tangente trigonométrica (t) sea menor, igual ó mayor que la altura observada en la mira que hemos llamado (m).

Veamos cuáles son estas tres expresiones, y el signo que corresponde á (z) en cada caso.

Si $t < m$ (fig. 2.ª), la ordenada (z) es igual á $t - m$; su signo es negativo porque está medida hácia abajo respecto del plano de las X, Y, que pasa por el eje de giro del anteojo: el terreno *baja*.

Si $t = m$, la expresion anterior se convierte en cero; la ordenada (z) es igual á cero, y el terreno *sube* ganando una diferencia de nivel igual á la altura del instrumento (h) (fig. 3.ª).

Si $t > m$, la ordenada (z) es igual á $t - m$; su signo es positivo, porque está medida hacia arriba respecto del plano horizontal de las X, Y (fig. 4.^a). El terreno *sube*.

El segundo caso está representado en el grupo de las figuras 5.^a y 6.^a, y se verifica, como ya hemos dicho, cuando la visual es horizontal, en cuyo caso el ángulo V y su tangente trigonométrica son iguales á cero. En este caso la ordenada (z) es siempre igual á (m); el terreno *baja* si (m) es mayor que (h) (fig. 5.^a), y *sube* en caso contrario (fig. 6.^a), permaneciendo horizontal cuando ambos valores son idénticos.

El tercer caso está representado en el grupo de figuras 7.^a, 8.^a y 9.^a, y se verifica cuando la visual *baja* respecto del plano de las (X), (Y). En este caso el valor de (z) es siempre igual á ($m + t$), cualesquiera que sean los valores relativos de (m) y de (t): el terreno *subirá* (fig. 7.^a), será horizontal (figura 8.^a), ó *bajará* (fig. 9), según que (h) sea mayor, igual ó menor que ($t + m$).

16. Hemos analizado cuantos casos pueden ocurrir en la práctica, y para todos ellos hemos hallado la expresion correspondiente de (z) por medio de los valores (t) y (m); por lo tanto, si colocado el teodolito en O se han hecho las observaciones convenientes y se han obtenido los respectivos valores de t' , t'' , t''' ; m' , m'' , m''' para cada uno de los puntos P', P'', P''', podrán ser conocidos los correspondientes de z' , z'' , z''' , que son las ordenadas verticales de estos puntos, referidas al plano horizontal de las X, Y, supuesto á la altura del eje alrededor del cual gira el anteojo: si queremos referir dichas ordenadas á un plano horizontal que pase á la altura del punto O del terreno, respecto del cual se halla instalado y centrado el teodolito, habrá que añadir á las (z) positivas la altura (h) del instrumento, y restar de las negativas esta misma altura (h), y los valores anteriormente hallados tomarán la forma de ($z' \pm h$), ($z'' \pm h$), ($z''' \pm h$). En general el plano de las X, Y puede situarse á cualquier altura, con tal que sea dada su altura respecto del punto O, que es nuestra primera estacion de partida.

17. Para conocer las ordenadas (z) de otra serie de puntos P', P'', P''', que no hayan podido ser observados desde O, se instalará el teodolito en otra estacion convenientemente escogida O₁, cuya ordenada (z) respecto á la estacion O, habrá debido determinarse ántes con toda precision; en O₁ se practicarán operaciones idénticas á las ante-

riormente descritas, y el resultado será otra serie de ordenadas ($z'_1 \pm h_1$), ($z''_1 \pm h_1$), ($z'''_1 \pm h_1$) referidas al plano horizontal que pasa á la altura del terreno en O₁, y que sin dificultad pueden referirse al primitivo plano de las (X, Y) que pasa á la altura de O.

18. Iguales operaciones pueden practicarse desde otras estaciones O₂, O₃,..... O_n en que sucesivamente se haya ido instalando el teodolito, y la ordenada Z de cualquier punto del terreno P'_n observado desde la estacion O_n, y referida al plano horizontal que pasa á la altura de O, será en definitiva,

$$Z = (z \pm h) \pm (z_1 \pm h_1) \pm (z_2 \pm h_2) \dots \dots \dots \pm (z_{n-1} \pm h_{n-1}) \pm (z'_n \pm h_n)$$

designándose en dicha expresion por ($z \pm h$), ($z_1 \pm h_1$) ($z_{n-1} \pm h_{n-1}$) las ordenadas de cada estacion O₁, O₂,..... O_n, respecto de la inmediata anterior, y siendo ($z'_n \pm h_n$) la ordenada parcial del punto P'_n referida al plano horizontal en la estacion O_n desde la cual ha sido observado.

19. Reasumiendo ahora todo cuanto llevamos expuesto, resulta que, sobre el terreno y valiéndonos tan sólo de un teodolito y de una mira dividida, hemos tomado los siguientes datos:

- (g)....; ó sea la porcion interceptada sobre la mira por las imágenes de los dos hilos horizontales añadidos á la retícula.
- (a)....; ángulo que con el diámetro 0°..... 200° limbo horizontal, forma la visual dirigida según el eje óptico del anteojo á un punto cualquiera de la mira.
- (V)....; ángulo que con la horizontal forma la visual dirigida según el eje óptico del anteojo á un punto de la mira.
- (m)....; altura medida desde el pié de la mira hasta el punto de ella, al cual se ha dirigido la visual, que ha hecho conocer el valor de (V).
- (t)....; tangente trigonométrica del ángulo (V), multiplicada por la distancia horizontal D, cuya distancia ha sido deducida del valor de (g).
- (h)....; altura del instrumento en estacion medida desde el punto del terreno, respecto del cual se ha instalado aquél, hasta el eje horizontal, alrededor del cual gira el anteojo.

20. Los resultados á que hemos llegado con la adquisicion de estos datos, han sido el conocer las tres coordenadas (x), (y), ($z \pm h$), referidas como

origen al punto del terreno ó estacion desde donde se han tomado dichos datos.

Las expresiones de estas coordenadas se presentan agrupadas á continuacion.

$$x = D \cos a. \dots (1)$$

$$y = D \sin a. \dots (2)$$

- 1.^{er} caso. Cuando la visual sube. $\left. \begin{array}{l} \text{si } t < m. \dots z = m - t. \dots (5) \text{ signo negativo.} \\ \text{si } t = m. \dots z = 0. \dots (4) \\ \text{si } t > m. \dots z = t - m. \dots (3) \text{ signo positivo.} \end{array} \right\}$
- 2.^o caso. Cuando la visual es horizontal. $t = 0. \dots z = m. \dots (6) \text{ signo negativo.}$
- 3.^o caso. Cuando la visual baja. $\left. \begin{array}{l} \text{si } t < m. \dots \\ \text{si } t = m. \dots \\ \text{si } t > m. \dots \end{array} \right\} z = m + t. \dots (7) \text{ signo negativo.}$

21. Las coordenadas generales referidas á un origen cualquiera O_n , tienen por expresion

$$X = \Sigma (x); Y = \Sigma (y); Z = \Sigma (z \pm h)$$

designando por Σ una suma algébrica.

22. Creemos inútil considerar el caso en que no se tratase de un sistema de coordenadas octogonales, sino que tuviesen los ejes direcciones arbitrarias; este caso no ofrece ventajosa aplicacion práctica, y por otra parte su solucion no ofreceria dificultades teóricas que merezcan detenerse á examinarle. Creemos que con lo dicho hasta aqui, se tienen los medios de resolver el problema, cuyo enunciado general hemos planteado al principio de este capitulo.

Quizá la misma generalidad con que hemos presentado el problema, sea causa de que la solucion expuesta aparezca complicada en la práctica, y poco susceptible de proporcionar la expedicion y sencillez tan indispensables en esta clase de trabajos.

Pero abrigamos la confianza de que, despues que en los capítulos siguientes hayamos concretado algo más las ideas y descendido á los detalles, han de aparecer todas estas operaciones tan expeditas, tan sencillas, tan rápidas, y digámoslo así, tan rutinarias como en sí lo son realmente.

APROVECHAMIENTO DE LAS AGUAS DE LOS RIOS DE LA PROVINCIA DE MADRID.

(Continuacion) (1).

Caducó tambien por igual motivo, segun declaracion superior (28 de Julio de 1870), la que con fecha 17 de Mayo de 1865 se otorgó á la

(1) Véase el núm. 8 de la REVISTA.

Corporacion de Capellanes Reales del Escorial para tomar del rio Jarama 56 litros de agua, ó sean 1.500 reales fontaneros, y fertilizar el soto titulado *El Piul*, término jurisdiccional de Rivas de Jarama.

Siguiendo el orden de importancia de los rios de esta provincia, nos encontramos con el denominado

RIO LOZOYA.

Tiene éste su origen en la laguna de Peñalara, situada en la cumbre de la cordillera de Guadarrama, divisoria de aguas de dos grandes rios, el Tajo y Duero. Aquel corre en toda su extension dentro de la provincia de Madrid en una longitud de 65 kilómetros, siendo tributario del Jarama, desde cuya confluencia pierde su nombre. Corre este rio por un cauce estrecho abierto en su mayor longitud en roca, y es por lo tanto poco susceptible de distraer sus aguas para el riego, puesto que los terrenos que á una y otra margen se hallan cultivados son de poca extension y de calidad inferior. Sin embargo, las aguas de este rio prestan actualmente un servicio importante, desde que se las consideró de excelente calidad para beber y para usos domésticos. Efectivamente, despues de practicar detenidos y profundos estudios para surtir de aguas á Madrid, se fijó la ciencia en el rio Lozoya, al que se le hizo tributario para realizar la traida de aquel importante artículo á la capital de la monarquía. Esmerados aforos hechos en este rio, y en diferentes estaciones del año, acreditaron que podria suministrar un volúmen de agua de 10.000 reales fontaneros, ó sea 0,375 metros cúbicos por segundo de tiempo, cuyo volúmen de agua se conduce á Madrid por un canal de 70,04 ki-

TACHEOMETRIA.

Fig. 1.^a

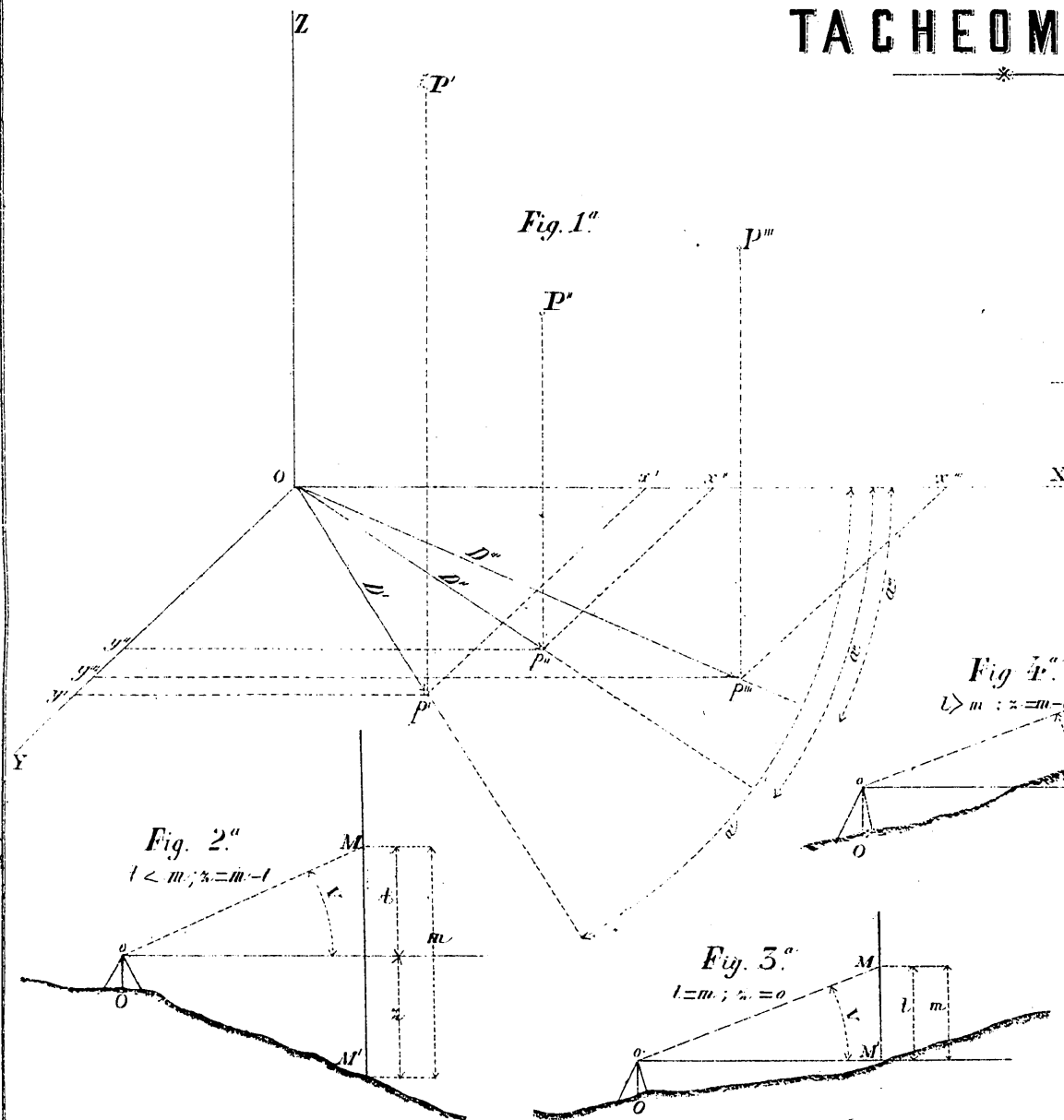


Fig. 1.^a
 $l+m < h$

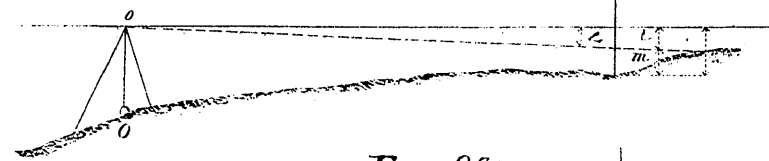


Fig. 8.^a
 $l+m = h$



Fig. 9.^a
 $l+m > h$

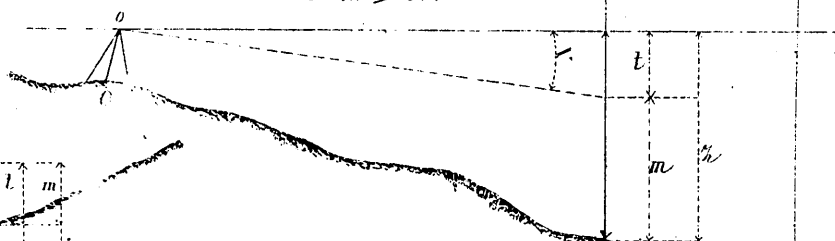


Fig. 4.^a
 $l > m ; z = m - l$

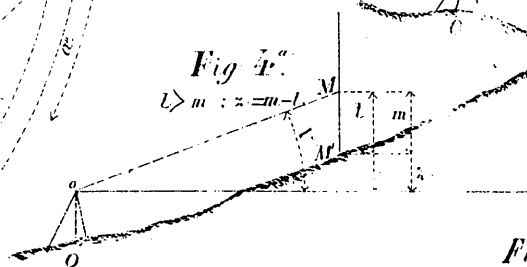


Fig. 5.^a
 $l = 0 ; z = m$

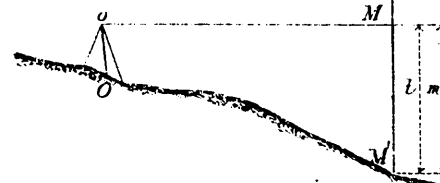


Fig. 6.^a
 $l = 0 ; z = m$

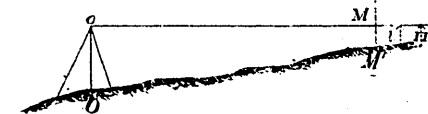


Fig. 3.^a
 $l = m ; z = 0$

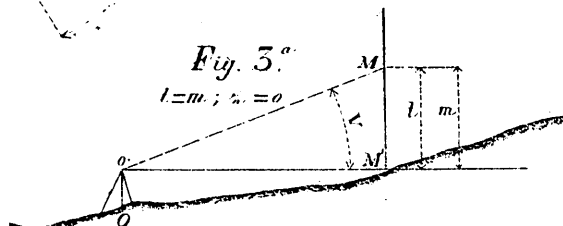


Fig. 2.^a
 $l < m ; z = m - l$

