

fuerzas interiores siempre será el mismo. Observación importante de que harémos uso en lo sucesivo.

107. Puesto que la distancia r entre cada dos puntos del cuerpo es función de sus coordenadas (x, y, z) (x', y', z') , es evidente que $mm' \Psi(r)$

será función de las coordenadas de todos los puntos del sistema, y no dependerá más que de las posiciones relativas de estos puntos. Así, pues
T. elem. F. int = $d f(x, y, z, x', y', z', x'', y'', z'' \dots)$

J. ECHEGARAY.

TEORÍA

DEL

CÁLCULO DE LAS VIGAS RECTAS.

(Continuacion.)

62. *Posiciones diversas de la parábola de los momentos.* Ya sabemos que lo que hace variar los casos de distribución de la sobre-carga para la determinación de las líneas envolventes es la situación de las parábolas de la carga aislada y permanente respecto de los puntos P y Q (figura 5.^a), y como tenemos todos los elementos necesarios para esta discusión, vamos á indicarla ligeramente para la segunda de aquellas curvas, empezando por los tramos de orden par.

En primer lugar situaremos los cinco puntos M, P, T, Q y N del tramo (figura 14), fijaremos al punto T', común á todos, las parábolas, y observaremos que siendo negativa su ordenada y positiva siempre la de los apoyos de orden par, resulta que la curva que los una cortará necesariamente á la línea M N, y por consiguiente en las vigas de número par de tramos no es posible que las intersecciones de las parábolas de la carga permanente con el eje de las x sean imaginarias.

La ordenada del punto P, fórmula (68), empieza siendo negativa para $\delta = 0$, aumenta despues en valor absoluto, pero conservando el mismo signo, y luego decrece hasta volver á su posición inicial para el valor $\delta = \sqrt{\frac{2}{3}}$. En este mismo intervalo, la del punto Q (69 bis) empieza tambien siendo negativa, pero pasa á ser positiva, recuperando tambien su valor primitivo para aquel valor de δ ; de manera que la parábola toma las posiciones 1, 2, 3 y 4, confundiendo esta última con la primera, y á medida que δ aumente desde $\sqrt{\frac{2}{3}}$ hasta ∞ , continúa el eje de la parábola moviéndose siempre hácia la derecha, y toma las posiciones 5, 6 y 7, de las que ésta corresponde á un valor de $\delta > 1$, y luego las 8 y 9, siendo esta última la vertical que pasa por el punto T.

La figura 15 nos representa las diversas parábolas de la carga permanente para los tramos de orden impar, y excusamos repetir la discusión correspondiente, por fundarla en iguales raciocinios á los anteriores. Tan sólo añadiremos que para que pudieran distinguirse con alguna claridad estas figuras, se han exagerado tambien la ordenada de T y la distancia T Q.

63. *Determinación de las líneas envolventes.* Para el caso 1.^o ó 2.^o de la distribución de la sobre-carga, que realmente es el único que es preciso estudiar, aplicaremos, en virtud de lo demostrado en el número 58 para PP.^{1.} las fórmulas (76), segun que k sea par ó impar, y para QQ.^{1.} la (77), pero tomándolas al contrario; es decir, segun que k sea impar ó par.

Vamos tambien á determinar los valores de los momentos de flexión y esfuerzos trasversales en los apoyos á fin de completar este estudio, aunque repetimos que no es necesario. Empezaremos por el caso 1.^o, siguiendo la misma marcha que en el número 42, y observando que cuando n es par $\alpha_{n-k} + \alpha_{k-2} = 2 E_{m-k} \alpha_{m-1}$ y $D = 2 \alpha_{m-1} \Sigma_{m-1}$, segun se deduce de la segunda relación del grupo (41) y de la 1.^a del (28), la expresión general del momento de flexión en el apoyo k , para el caso 1.^o de la repartición de la sobre-carga, es

$$M_k^{1.0} = \frac{1}{2} P_k + \left(\frac{(\delta^3 - 1) E_{m-k}}{8 \Sigma_{m-1}} + \frac{\alpha_{n-k} \alpha_{k-2}}{4 D} \right) p l^2$$

y $M_k^{4.0}$ sólo difiere de este valor en el signo de los dos últimos términos.

Del mismo modo se deduce para el esfuerzo trasversal :

$$T_k^{1.º} = \frac{1}{2} P'_k + \frac{1}{4} p l + \left(\frac{(\delta^3 - 1) B_{m-k}}{8 \Sigma_{m-1}} + \frac{\gamma_{n-k} \alpha_{k-2}}{4 D} \right) p l$$

Si se sustituyen estas dos fórmulas en la (15) para determinar el momento en el final del tramo, ó sea el apoyo $k+1$ para el mismo caso, tendremos

$$N_k^{1.º} = \frac{1}{2} P_{k+1} - \left(\frac{(\delta^3 - 1) E_{m-k-1}}{8 \Sigma_{m-1}} + \frac{\alpha_{n-k-1} \alpha_{k-2}}{4 D} \right) p l^2$$

Nada diremos de los momentos de flexion correspondientes á los casos 2.º y 3.º, que se deducen inmediatamente de los anteriores cuando se conocen los relativos á la carga aislada, y pasemos á ocuparnos del caso 6.º Los cálculos desarrollados en el número 49 se plican igualmente al caso de las vigas de número par de tramos hasta llegar á la expresion

$$M_k^{6.º} = \frac{1}{2} P_k - \frac{(\delta^3 - 1) (\alpha_{n-k} - \alpha_{k-2})}{8 D} p l^2$$

pero en este caso $\alpha_{n-k} - \alpha_{k-2} = 2 A_{m-k} \Sigma_{m-1}$ en virtud de la 2.ª relacion del número 40, porque $n - 2k + 2$ es par, de manera que

$$M_k^{6.º} = \frac{1}{2} P_k - \frac{(\delta^3 - 1) A_{m-k}}{8 \alpha_{m-1}} p l^2$$

y del mismo modo se deduce

$$T_k^{6.º} = \frac{1}{2} P'_k - \frac{(\delta^3 - 1) C_{m-k}}{8 \alpha_{m-1}} p l + \frac{1}{8} p l$$

(Se continuará.)

PABLO DE ALZOLA.

En la lista de suscritores á la obra de *Puertos* del Sr. La Sala, y por lo tanto en el resumen de los mismos publicado en el número anterior, se dejó de incluir al Ingeniero D. Carlos Mondéjar, que fué uno de los primeros en anunciar que se suscribia.

PARTE OFICIAL.

24 de Febrero. Real decreto autorizando á don Francisco de Buergo, vecino de Madrid, para construir en el puerto de Cartagena, á su costa y riesgo, y sin subvencion del Estado, un trozo de muelle de 360 metros de longitud, que empezando á continuacion del que se halla contratado por la Administracion, termine en la cabeza ó monte de la Cruz.

25 de Febrero. Real orden aprobando la transferencia de la concesion del ferro-carril de Madrid á Malpartida de Plasencia á la *Sociedad anónima del ferro-carril del Tajo*, la que se considerará en lo sucesivo como concesionaria de la indicada línea, y subrogados en dicha Sociedad los primitivos concesionarios, D. Luis Escribá y consocios, en todos los derechos y obligaciones, y demas inherentes á la concesion que les fué otorgada en virtud de la Real orden de 5 de Octubre de 1865.

26 de Febrero. Real decreto confirmando la concesion que fué otorgada por Real decreto de 1.º de

Julio de 1868 á D. Fermin Abella y D. Juan Taltavull, para construir un canal derivado del rio Tajo, en la provincia de Toledo, con objeto de regar los terrenos próximos á Talavera de la Reina.

SUBASTAS.

1.º de Abril. De las obras de la carretera de Pontevedra á Cángas, y seccion de Marin á este último punto. Presupuesto 404.567 pesetas 92 céntimos.

Idem. De las obras de la carretera de segundo orden de Aldemuz á Valencia, en su seccion de Liria á Chelva. Presupuesto 1.343.552 pesetas 32 céntimos.

Idem. De las obras de la carretera de tercer orden de Cángas de Onís á la de Palencia á Jinamavor. Presupuesto 2.288.111 pesetas 36 céntimos.

Idem. De las obras de la carretera de Rivadesella á Pravia, en su seccion comprendida entre este último punto y Avilés. Presupuesto de contrata 753.149 pesetas 25 céntimos.

Idem. De las obras de los trozos segundo y tercero de la carretera de Barcelona al Garrofé por Villanneva, provincia de Barcelona. Presupuesto 1.278.625 pesetas 21 céntimos.

12 de Abril. De las obras de los trozos 3.º al 11.º de la carretera de Lugo al confin de Oviedo y seccion del primer punto á Fonsagrada, presupuestos en la cantidad de 1.239.660 pesetas 83 céntimos.