

MADRID, 1.º DE DICIEMBRE DE 1871.

TOMO XIX.

NÚM. 23.

TELEMETRÍA.

Los muchos inconvenientes, de todos conocidos, que lleva consigo la medicion de distancias con la cadena ó con la cinta, han preocupado recientemente á los ingenieros, haciéndoles fijar su atencion en diversos procedimientos telemétricos, y especialmente en el *taquíómetro* construido por M. Porro con el tubo analático de su invencion.

No es nuestro ánimo en este momento entrar en una crítica profunda de la teoría que sirve de base á este instrumento, ni en el exámen de sus resultados prácticos. Para esto último especialmente necesitaríamos haber hecho uso de él, y hasta el presente no hemos tenido ocasion de verificarlo.

El fin que hoy nos proponemos es demostrar que un anteojo cualquiera, de los que se emplean en las operaciones topográficas, puede servir para medir distancias con toda sencillez y prontitud, sin más que la adicion de dos hilos paralelos en la retícula, como los que requiere el *taquíómetro* de Porro.

Para conseguirlo, empezaremos por recordar que todo anteojo topográfico consta esencialmente de tres partes: 1.ª, una lente ó un conjunto de lentes, que componen el *objetivo*, y que sirve para recoger los rayos de luz que parten del objeto que se observa, á fin de producir una imagen brillante del mismo dentro del tubo del anteojo; 2.ª, otro sistema de lentes, llamado *ocular*, que amplifica convenientemente la imagen del objeto, para que el observador pueda verla con toda claridad y detalle. Hay oculares que invierten la imagen y otros que no la invierten; pero esta circunstancia, como se verá, es indiferente para el asunto que tratamos. Como las distancias de los objetos observados al anteojo son variables, debe serlo tambien la distancia del ocular al objetivo, á fin de que la region del anteojo en que se pinta la imagen (y que podemos llamar conjugada con el objeto), sea á su vez conjugada á traves del ocular con el punto en que se coloca el observador, teniendo ademas en

cuenta el diferente grado de vista de las personas que usen el anteojo; 3.ª, una retícula que sirve para fijar el eje óptico, y precisar sobre el objeto que se visa el punto que exactamente corresponde al eje óptico. Esta retícula debe ser muy fina, para que cumpla bien con su objeto, y sin embargo el observador necesita verla con toda claridad; de aquí el que su distancia al ocular deba ser variable, á fin de que cada observador pueda graduarla de la manera que su potencia visual reclame.

Dedúcese de esta disposicion de todo anteojo, que cada observador arregla para sí, de una vez para siempre, la distancia del ocular á la retícula, al paso que para cada objeto tiene que graduar nuevamente la distancia del objetivo.

Dedúcese tambien que cuando esté bien dispuesto el anteojo y en aptitud de servir, la imagen del objeto producida por el objetivo se pinta sobre la retícula.

Recordados estos detalles, podemos entrar en la cuestion.

Supongamos la retícula adicionada en su plano con dos hilos paralelos al horizontal, que de ordinario llevan todos los anteojos, y colocados á una distancia entresí que llamaremos I . Si despues de centrado el anteojo y graduadas convenientemente las posiciones del ocular y del objetivo, dirigimos una visual á una regla graduada (mira parlante, etc.), colocada á una distancia d del objetivo, los dos hilos horizontales interceptarán sobre ella una longitud o , que guarda con las cantidades I , d y ciertos elementos constantes del anteojo una relacion que permite conocer d en funcion de o , y que vamos á determinar.

Ante todo harémos observar que el ocular sirve únicamente para permitir ver con toda claridad la retícula y la imagen brillante del objeto observado, sin contribuir para nada á la formacion de ésta, por cuya razon la relacion que vamos á determinar, y que es la base de esta teoría, es independiente del sistema de ocular, lo cual justifica lo que más arriba habíamos anticipado, así como el que no volvamos á ocuparnos del ocular.

No sucede lo mismo con el objetivo. Este es el

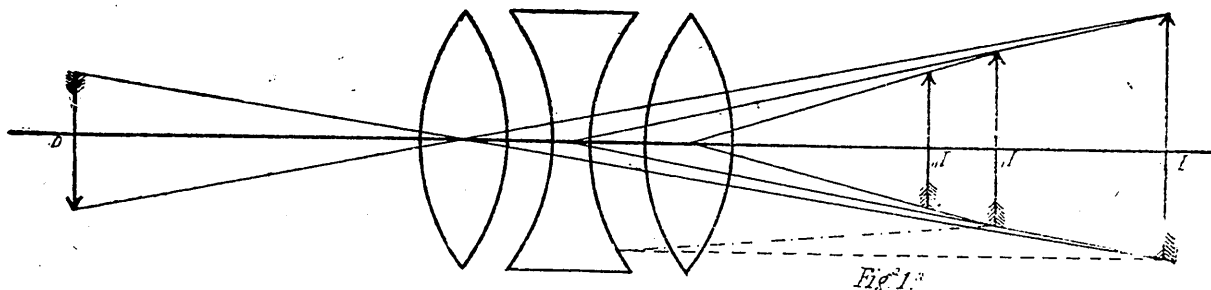
que á través de sus lentes dirige los rayos luminosos emanados del objeto á formar la imagen que observamos sobre la retícula. De aquí el que tengamos que examinar detalladamente todos ó los principales sistemas de objetivos usados en los anteojos topográficos.

1.^{er} CASO. El objetivo más sencillo es una lente convergente, que produce una imagen inver-

tida del objeto á una distancia δ conjugada con la d del objeto, segun la conocida y fundamental fórmula de óptica :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = \frac{1}{p} \quad (1)$$

en la que p representa la distancia focal principal ó de rayos paralelos de la lente.



Ahora bien; los triángulos semejantes (*figura 1.ª*), cuyo vértice común está en el centro de la lente, y cuyas bases son respectivamente o ó I , nos dan :

$$\frac{I}{\delta} = \frac{o}{d} ; \quad \frac{1}{\delta} = \frac{o}{dI} \quad (2)$$

con lo cual la ecuacion (1) se convierte en :

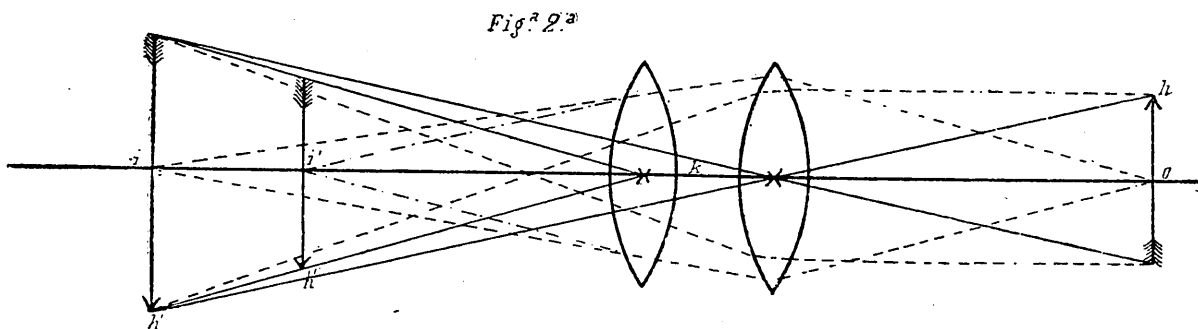
$$\frac{1}{d} + \frac{o}{dI} = \frac{1}{p} \quad (3)$$

de donde :

$$d = p + \frac{p}{I} o \quad (5)$$

2.^o CASO. Como la distancia δ suele ser bastante grande, segun las distancias usuales d de los objetos observados, y segun las dimensiones ordinarias de las lentes, suele agregarse al objetivo otra lente, que aproxime más la imagen, y permita por consiguiente acortar el tubo del anteojo.

Examinemos la marcha de la luz á través de este objetivo (*fig. 2.ª*).



Sabemos que los rayos luminosos, que parten de o y caen sobre una lente convergente, toman la direccion necesaria para concurrir en el punto i determinado por la relacion :

$$\frac{1}{\delta} + \frac{1}{d} = \frac{1}{p} \quad (4)$$

Si pues, al salir de esta lente encuentran una

segunda lente convergente, cuya distancia á la primera sea k , convergerán nuevamente, para concurrir en un punto i' , cuya distancia δ' á la segunda lente es la conjugada de $\delta - k$ correspondiente al punto i , puesto que ambos puntos son focos virtuales conjugados de esta segunda lente, y la relacion que enlaza estas distancias será :

$$\frac{1}{\delta'} - \frac{1}{\delta - k} = \frac{1}{p'} \quad (5)$$

llamando p' á la distancia focal principal de esta segunda lente.

La misma marcha seguirán los rayos emanados de otro punto cualquiera h , aunque esté situado fuera del eje principal de las lentes. Teniendo en cuenta que, según se demuestra en óptica, el rayo que pasa por el centro de una lente no se refracta, el punto h , que á través de la primera lente producía una imagen en h' , producirá á través de la segunda otra imagen h'' , y la nueva imagen I' del objeto o estará con la primera imagen I en la relación:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\delta'}{\delta - k} \quad (6).$$

Las ecuaciones (2), (4), (5) y (6), permitiendo la eliminación de I , δ y δ' , nos conducen al resultado que buscamos.

Multiplicando ordenadamente las ecuaciones (2) y (6), tenemos:

$$\frac{I'}{\delta} = \frac{o \delta'}{d (\delta - k)}; \quad I' = \frac{o \delta \delta'}{d (\delta - k)} \quad (7)$$

la ecuación (4) da:

$$\delta = \frac{dp}{d - p} \quad (8)$$

y la (5),

$$\delta' = \frac{(\delta - k) p'}{p' + \delta - k}$$

multiplicando estas dos últimas ecuaciones para eliminar el producto $\delta \delta'$ en (7), pueden suprimirse ciertos factores comunes, y resulta:

$$I' = \frac{o p p'}{(d - p) (p' + \delta - k)}$$

y volviendo á sustituir por δ un valor (8), resulta, por último:

$$d = \frac{p k - p p'}{k - p - p'} + o \frac{p p'}{I' (p + p' - k)} \quad (f).$$

Tercer caso. Á veces entre los dos lentes convergentes del objetivo se interpone una lente divergente. El mismo método que en los casos anteriores nos servirá en éste para obtener la relación que buscamos entre la longitud de mira interceptada por los hilos de la retícula y su distancia al objetivo.

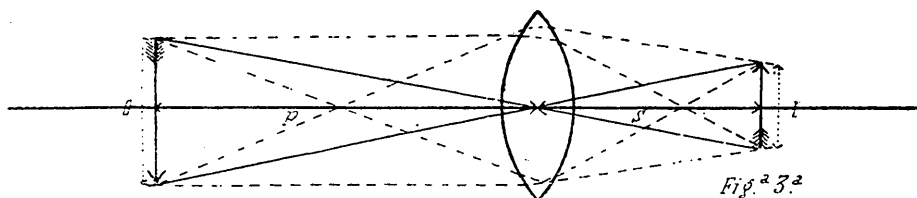


Fig. 3.^a

En efecto (fig. 3.^a), entre el objeto y la imagen producida por la primera lente tendremos siempre la relación

$$\frac{\delta}{I} = \frac{d}{o} \quad (9).$$

La lente divergente convertirá la imagen I en I' situada á una distancia δ' de su centro, de modo que, si la distancia de los centros de las lentes es k , tendremos:

$$\frac{I}{I'} = \frac{\delta - k}{\delta'} \quad (10).$$

La tercera lente convertirá la imagen I' en I'' , de modo que, llamando δ'' su distancia al centro de la lente, y k' la distancia de este centro al de la lente anterior ó divergente, tendremos:

$$\frac{I'}{I''} = \frac{\delta' - k'}{\delta''} \quad (11).$$

Además, llamando p , p' , p'' , respectivamente á las distancias focales principales de las lentes primera, segunda y tercera, tendremos:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = \frac{1}{p} \quad (12)$$

$$\frac{1}{\delta'} - \frac{1}{\delta - k} = \frac{1}{p'} \quad (13)$$

$$\frac{1}{\delta''} - \frac{1}{\delta' - k'} = \frac{1}{p''} \quad (14)$$

Las seis ecuaciones (9), (10), (11), (12), (13), (14), permitiendo la eliminación de I , I' , δ , δ' y δ'' , nos conducen á la relación que buscamos entre d , o y elementos constantes del anteojo.

Multiplicando ordenadamente las ecuaciones (9), (10) y (11), resulta:

$$\frac{I''}{\delta} = \frac{0 \delta' \delta''}{d (\delta - k) (\delta' - k')} ; \quad I'' = \frac{0 \delta \delta' \delta''}{d (\delta - k) (\delta' - k')} \quad (15).$$

Las ecuaciones (12), (13) y (14), dan:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{dp}{d-p} \\ \delta' &= \frac{(\delta - k) p'}{p' + \delta - k} \\ \delta'' &= \frac{(\delta' - k') p''}{p'' + \delta' - k'} \end{aligned}$$

por medio de las cuales la ecuacion (15) se convierte fácilmente en

$$I'' = \frac{0 p p' p''}{(d-p)(p'+\delta-k)(p''+\delta'-k')}$$

y finalmente, sustituyendo por δ y δ' sus valores, se llega despues de reducciones sencillas á la ecuacion:

$$\begin{aligned} d &= \frac{pp'p'' - pp''k - pp'k' - pp'k' + kk'p}{pp' + pp'' + p'p'' - kp' - kp'' - pk' - p'k' + kk'} \\ &+ 0 \frac{pp'p''}{I''(pp' + pp'' + p'p'' - kp' - kp'' - pk' - p'k' + kk')} \quad (f). \end{aligned}$$

Es fácil prever que, si en la composicion del objetivo hubiese una lente más, tendríamos una imagen I''' y una distancia δ''' más que considerar; pero al mismo tiempo tendríamos dos ecuaciones más: una que estableciera la relacion existente entre I''' é I'' por medio de δ'' y δ''' en los triángulos semejantes de que forman parte, y otra que fijara la relacion óptica existente entre la distancia focal principal de la nueva lente y las distancias focales conjugadas que determinan las cantidades δ'' y δ''' . Esto mismo podria verse, si el objetivo estuviera compuesto de 5, 6,..... n lentes; pero sea de esto lo que quiera, la composicion que suele tener en los anteojos de topografía, es generalmente una de las tres que hemos discutido detalladamente. Las ecuaciones finales (f), á que en cada caso hemos llegado, son todas de la forma

$$d = A + B 0 \quad (F)$$

en la cual d es la distancia que se busca, 0 la parte de mira comprendida entre los hilos de la retícula, y A y B , dos funciones de las distancias focales principales de las lentes, de las distancias de éstas entre sí y de la separacion I'' de los hilos de la retícula. Estos diversos elementos son constantes para cada anteojo, de manera que A y B lo son tambien. Resta pues únicamente determinar sus valores. Nada más sencillo, si por la construccion del instrumento co-

nociéramos los valores de p , k , I'' , etc.; pues quedaba reducida la cuestion á sustituir sus valores en las expresiones de A y B . Pero, aún careciendo del conocimiento de estos valores, difíciles de obtener con exactitud en un instrumento ya construido, la determinacion de los valores de A y B queda reducida á medir con todo cuidado sobre un terreno horizontal dos distancias d_1 y d_2 , y observar sobre la mira los intervalos correspondientes 0_1 , 0_2 interceptados por los hilos de la retícula.

Estos valores introducidos en la ecuacion (F) nos dan:

$$d_1 = A + B 0$$

$$d_2 = A + B 0_2$$

de las cuales resulta:

$$B = \frac{d_1 - d_2}{0_1 - 0_2}$$

$$A = \frac{0_1 d_2 - d_1 0_2}{0_1 - 0_2}.$$

Repitiendo varias veces y para diferentes distancias esta operacion, hasta obtener diversos valores de A y B que difieran poco entre sí, y tomando los términos medios de estos valores, habrémos determinado A y B con toda la exactitud apetecible.

Conocidos A y B , la fórmula (F) nos dará siempre de una manera muy sencilla el valor de la distancia d por medio del intervalo 0, comprendido sobre la mira por los hilos de la retícula.

Segun las dimensiones usuales de los instrumentos, el valor de A viene á resultar poco considerable. Si prescindimos pues de él, lo cual para gran número de operaciones puede hacerse sin error sensible, tendrémós la fórmula aproximada:

$$d = B 0 \quad (F_a),$$

la cual, no solamente es muy sencilla, sino que permite graduar fácilmente la mira, de modo que sobre ella se lea directamente la distancia d , sin necesidad de ejecutar ningun cálculo.

La fórmula exacta (F) permite tambien obtener esta misma ventaja.

En efecto, supongamos graduada una mira con arreglo á la fórmula (F_a), esto es, que cada metro de distancia viene representado en la mira por $\frac{1}{B}$. Si en la primera division de esta mira, donde debiamos escribir 1^m , escribimos $1^m + A$, si en la segunda division, en lugar de 2^m , escribimos $2^m + A$,..... y en la n^ma division, en lugar

de n^m , escribimos $n^m + A$, tendríamos la mira graduada con arreglo á la fórmula exacta (F).

Si la cantidad A es fraccionaria, lo serán también $1^m + A$, $2^m + A$, $n^m + A$, y no será cómoda su inscripcion en la mira; pero nada más sencillo que determinar sobre la misma los puntos que correspondan á números enteros de metros, y de esta manera obtendremos una mira graduada en números enteros con arreglo á la fórmula exacta, y en la cual todas las divisiones correspondientes á distancias iguales, son iguales excepto la primera.

Por esta razon, para hacer uso de esta mira, deberá cuidarse de que esta primera division caiga en la parte siempre útil de la mira, es decir, que siempre esté comprendida entre los dos hilos de la retícula que miden la distancia.

Vemos, pues, que conforme á lo anunciado al principio de este escrito, pueden con un anteojo ordinario, sin más modificaciones que la adición de dos hilos paralelos, medirse las distancias en virtud de una teoría exacta y por medio de una fórmula sencilla, ó mejor aún, leyéndola directamente sobre una mira graduada y sin necesidad de cálculo alguno.

En honor de la verdad falta ahora á esta teoría la sancion de la experiencia, único medio de determinar el grado de exactitud de que en la práctica es susceptible. Con este fin hemos hecho algunos ensayos, de los cuales ha resultado ventajoso el empleo de este método respecto de la medicion ordinaria con cinta ó cadena; pero ni nuestras tentativas han sido bastante numerosas, ni los instrumentos de que podíamos disponer nos permitian obtener conclusiones decisivas. Sabemos de algunas personas que han empleado ya este método, y que aunque al parecer se han servido de la fórmula (F_a), han quedado satisfechos del resultado.

FRANCISCO LIZARRAGA.

VALOR TEÓRICO DE LA RESISTENCIA Á LA FLEXION; POR W. H. BARLOW.

En Abril de 1870 ha presentado Mr. W. H. Barlow á la sociedad Real de Lóndres una Memoria titulada *De la causa y valor teórico de la resistencia á la flexion de las piezas*, cuyo extracto, tal como se ha publicado en las actas de dicha sociedad, es el siguiente:

El autor se refiere á un escrito suyo anterior leído en 1855 y 1857, en donde se describen varias experiencias que demuestran la existencia de un elemento de fuerza en las piezas, el cual varía con el grado de flexion, y actúa aumentando la resistencia á la tension y compresion de las fibras longitudinales. También se establece que la relacion entre la resistencia efectiva de una pieza llena de seccion rectangular y la que se deduce por la teoría de Leibnitz, es:

En el hierro fundido, como 2,25 próximamente á 1;

En el hierro forjado, como 1,60 y 1,75 á 1;

En el acero, como 1,60 y 1,75 á 1.

Por la teoría de Leibnitz se supone que una pieza está solamente compuesta de fibras longitudinales contiguas, pero sin ligazon, no ejerciéndose ninguna accion mutua en sentido lateral. Sin embargo, debe observarse que una pieza constituida de esta manera no presentaria resistencia á esfuerzos trasversales, y sólo tendria las propiedades de una cuerda. El hierro fundido y el acero no contienen fibras propiamente dichas, y el hierro forjado, aunque algunas variedades sean fibrosas, resiste casi igualmente en todos sentidos á la accion de las fuerzas.

La idea de fibras es conveniente para facilitar las investigaciones; pero aplicada la palabra á un cuerpo homogéneo y elástico, no da á entender filamentos de la sustancia que le forma. En efecto, sólo representa direcciones, segun las que se puede comprobar y medir la accion de las fuerzas, porque en la rotura por torsion y en la *deformacion angular* se consideran las fibras por los escritores anteriores como formando un ángulo de 45°, en razon á que se ha probado que las resistencias diagonales tienen su mayor intensidad ó manifestacion en aquel ángulo.

Una vez admitido que los cuerpos elásticos poseen una resistencia en la direccion de las diagonales, se llama la atencion respecto á la omision de esta resistencia en la teoría de las piezas. El autor, ademas, consigna, como resultado de sus investigaciones, que la extension y compresion de las fibras diagonales constituye un elemento de resistencia igual al de las fibras longitudinales, y que la *flexion* es la consecuencia de