

Por último, cualquiera de los tres términos de la última suma puede demostrarse que es nulo.

En efecto, sea el término $\Sigma m \frac{dx_i}{dt} \frac{d\xi}{dt}$ por ejemplo, en el que puede sacarse $\frac{dx_i}{dt}$ por factor común.

Tendremos,

$$\Sigma m \frac{dx_i}{dt} \frac{d\xi}{dt} = \frac{dx_i}{dt} \Sigma m \frac{d\xi}{dt} = \frac{dx_i}{dt} \frac{d \Sigma m \xi}{dt};$$

pero siendo (x_i, y_i, z_i) el centro de gravedad, y ξ, η, ζ coordenadas de cada punto del cuerpo referidas á ejes que pasan por (x_i, y_i, z_i) , tendremos por el teorema de los momentos

$$\Sigma m \xi = 0,$$

luego

$$\Sigma m \frac{dx_i}{dt} \frac{d\xi}{dt} = 0,$$

y finalmente,

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} = \frac{M v_1^2}{2} + \Sigma \frac{mu^2}{2}.$$

De aquí se deduce el siguiente teorema:

La fuerza viva total de un sistema, es igual á la de la masa entera reconcentrada en el centro de gravedad, más la del sistema en el movimiento relativo á dicho centro.

121. Hemos visto que aún cuando el centro de gravedad se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} + \Pi = \text{constante},$$

y substituyendo por $\Sigma \frac{mv^2}{2}$ un valor en que estén en evidencia la fuerza viva del centro de gravedad y la del movimiento relativo, tendremos

$$\frac{M v_1^2}{2} + \Sigma \frac{mu^2}{2} + \Pi = \text{constante},$$

y como $\frac{M v_1^2}{2}$ es constante también, puesto que el centro de gravedad se mueve con movimiento uniforme, resultará

$$\Sigma \frac{mu^2}{2} + \Pi = \frac{M v_1^2}{2} + \text{cons.} = \text{constante}.$$

De aquí se deduce el siguiente

TEOREMA. Cuando sobre un sistema no actúan fuerzas exteriores, ya esté inmóvil, ya se mueva centro de gravedad, la fuerza viva ó la energía actual del movimiento relativo ó interior aumentada de su energía potencial, es constante.

122. Vemos, pues, que podemos prescindir

por completo del movimiento de traslación del centro de gravedad cuando no hay fuerzas exteriores, y que podemos aplicar el teorema de la energía al movimiento relativo al centro de gravedad como si éste estuviera inmóvil, contando con las velocidades relativas como si fuesen absolutas; sin que esto impida que el teorema sea exacto aún para los movimientos totales.

Designando por U_i la energía total interior, por V_i la energía actual interior y por W la energía potencial

$$U_i = V_i + W,$$

y además

$$U = U_i + \frac{M v_1^2}{2}.$$

(Se continuará.)

J. ECHEGARAY.

NECROLOGÍA.

DON RAFAEL DE ZAFRA.

D. Rafael de Zafra nació en Sevilla en el día 6 de Noviembre de 1859, y fué hijo de padres muy respetados por las principales familias de la población, por sus buenas costumbres y recto proceder.

Desde sus primeros años dió pruebas ya de la imaginación y claro talento que todos los que tuvieron ocasión de tratarle pudieron admirar en él. A pesar de estas dotes naturales que otro cualquiera hubiera tenido orgullo en ostentar, su excesiva modestia y las condiciones especiales de su carácter le hicieron siempre evitar la sociedad, hasta el punto de hacer creer á sus padres que se inclinaba al estado religioso, por lo cual solicitaron y obtuvieron para él una plaza en el Seminario Conciliar de Sevilla, donde estudió los tres primeros años de latinidad. Convencidos después de que no tenía la verdadera vocación, tan necesaria para ser un buen sacerdote, consintieron que abandonase esta carrera y siguiese hasta los últimos años la de Ingeniero Industrial, en la que obtuvo constantemente las brillantes notas que por su claro talento, constante aplicación y excelente conducta pudo fácilmente conseguir.

El deseo de no ser gravoso á sus padres, y poderles ser útil en lo futuro, le hizo abandonar á su vez esta carrera, por no considerarla de gran porvenir en este país, y desde entonces se fijó en la de Ingenieros de Caminos, á que más se inclinaba

también por su carácter y condiciones, y por la circunstancia de encontrarse en aquel tiempo dentro ya de la escuela preparatoria uno de sus hermanos. La inesperada muerte de éste, precipitada en parte por su excesiva aplicación, hicieron que sus padres trataran de disuadirle de su propósito, procurando distraerle, con cuyo objeto, y sin remuneración alguna, le obtuvieron una plaza de auxiliar de trabajos de campo en la empresa entonces constructora del ferro-carril de Sevilla á Jerez.

La aplicación é inteligencia con que desempeñó cuantas comisiones se le encargaron fué motivo de que el Ingeniero Director de los trabajos le propusiera para una plaza efectiva. Después de admitida, cooperó á los replanteos de la parte de línea comprendida entre Sevilla y Utrera, siendo propuesto, por su laboriosidad y talento, para una gratificación y ascenso. Su quebrantada salud le obligó á pedir una licencia, que obtuvo, así como su traslación á Sevilla, donde se ocupó después, como individuo de la sección de Arquitectura, en la redacción de los proyectos de las estaciones no empezadas é inspección de las que en aquella época se estaban construyendo. Cuestiones de excesiva delicadeza, y el deseo de poseer un título que legalmente le diese derecho al puesto á que con tanta razón se juzgaba acreedor, le hicieron abandonar el cargo que desempeñaba, con sentimiento claro y terminantemente expresado de sus jefes, y entonces insistió de nuevo con sus padres para que le permitiesen emprender la carrera de Ingeniero de Caminos.

Sus repetidas y continuas gestiones lograron al fin vencer la oposición de aquéllos; y obtenido su consentimiento, se presentó en los exámenes de ingreso correspondientes al curso de 1860 á 1861. Su excesiva modestia y carácter reservado fueron indudablemente causa de que no entrase desde luego con el número primero, pero tardó poco en irse granjeando el aprecio y consideración de sus profesores, y desde los primeros exámenes hasta los finales de la carrera ocupó constantemente aquel puesto con tanta justicia y razón, que ninguno de sus compañeros se creyó ofendido ni en sí ni en su amigo más predilecto. Para los que, como nosotros, hemos seguido una carrera científica, comprenderán cuánto significa esta aprobación de los compañeros más aptos quizás que los mismos profesores para clasificar alumnos que se diferencian poco por su capacidad y aplicación. Las no-

tas que obtuvo durante su carrera fueron siempre las más brillantes, y su conducta la más ejemplar.

A su esclarecido talento venía unida una memoria portentosa, que le permitía retener perfectamente cuanto una vez aprendió, así es que en los días que precedían á los exámenes de fin de año, los más atareados para los alumnos, Zafra disfrutaba de una completa y absoluta libertad, siendo, por decirlo así, la conciencia personificada de los que durante el curso se abandonaron, y el objeto de envidia de los que, á pesar de su trabajo constante y diario, tenían, en aquellos días, que redoblar sus esfuerzos para salir airoso de prueba semejante. Durante sus últimos años de permanencia en la escuela, fué el consultor de todas las promociones en ella existentes; nadie recurría á él, que no saliera satisfecho, y mientras que la mayoría de sus compañeros, de notable mérito muchos de ellos, sólo conservaba un recuerdo más ó menos vivo de las asignaturas cursadas en los primeros años, él lo conservaba completo, y pudo muchas veces, sin trabajo, dar lecciones particulares de aquellas asignaturas, al par que se instruía en las que se cursaban en los últimos años de la carrera.

Apénas salió de la escuela fué destinado á la división hidrológica de Sevilla, de la que él mismo solicitó separarse al poco tiempo, siendo destinado á la provincia de Huelva. Allí, como ingeniero encargado de la carretera de tercer orden de Gibraltar á Ayamonte, redactó un proyecto de puente sobre el río de las Piedras, que puede considerarse como un modelo de los de su clase, y que, con la aprobación superior, le valió la cruz de Carlos III, á la que, por su aplicación y mérito, era verdaderamente acreedor. En dicho proyecto se tratan con el buen criterio del que, á más de ser un gran teórico, tiene un buen sentido práctico, todas las cuestiones de importancia que pueden relacionarse con la construcción de un puente, empezando por estudiar las condiciones del río y emplazamiento de la obra, y calculando, después de escogido el sistema de fundaciones, desde los helices de los pilotes que han de constituir las pilas y los estribos, hasta las placas y roblones que han de cubrir y correr entre sí las diferentes piezas de una viga de celosía. Los minuciosos detalles con que en dicho proyecto se tratan las más insignificantes cuestiones, podrían aparecer como un lujo de erudición, si el conocimiento que del carácter y modestia del autor teníamos no nos obligase á

considerarlo como el cumplimiento de uno de sus deberes, y la manifestacion más explícita de su laboriosidad.

Durante su corta carrera dirigió, como Ingeniero, la construcción del puente sobre el río Candon, logrando, al realizarle, notables economías con perjuicio de su salud. Ni las instancias de su familia, ni los consejos de sus compañeros fueron bastantes para hacerle abandonar, siquiera accidentalmente, sus trabajos, hasta que, declarada ya la tisis, causa de su muerte, pasó, por consejo de los facultativos, al establecimiento de Aguas-Buenas. De vuelta de éste, y no habiendo logrado alivio alguno en sus dolencias, pidió ser destinado á la division hidrológica de Córdoba, lo cual pudo fácilmente conseguir; pero su enfermedad fué desde entónces agravándose de día en día, y vino á fallecer en casa de sus padres, en la tarde del día 4 de Noviembre del año anterior 1870.

Si á su grandísima capacidad y profundos conocimientos hubiera unido Zafra una palabra fácil, no cabe duda alguna de que hubiera representado en el mundo científico un brillantísimo pa-

pel; pero siendo su explicacion poco lucida, y, tal vez por su gran facilidad en comprender, algun tanto oscura, nadie se hacia desde luego cargo de todo cuanto valia, si bien pronto demostraba su indiscutible mérito y su vastísima erudicion en cuantas materias se relacionan más ó ménos directamente con la ciencia del Ingeniero.

La temprana muerte de Zafra ha destruido, con la felicidad de su acongojada viuda y familia, una de las más risueñas esperanzas del Cuerpo de Ingenieros de Caminos, que se prometia, con fundamento, verle figurar en el porvenir entre los hombres más eminentes de nuestra patria.

Difícilmente se soporta la pérdida de las personas que son queridas, y, como Zafra, dignas de serlo; pero si en algo puede mitigar las penas de su viuda y padres la parte que en ellos toman sus compañeros y amigos, tengan la seguridad de que nunca olvidarán su memoria, y que el Cuerpo de Ingenieros de Caminos le recordará siempre con orgullo.

J. M.

ERRATAS PRINCIPALES

CORRESPONDIENTES Á LOS ARTÍCULOS DE LA TEORÍA DEL CÁLCULO DE LAS VIGAS RECTAS.

TOMO.	PÁGINA.	LÍNEA.	DICE.	LEÁSE.
18	98	33	constituye.	construye
Id.	102	12	β_{n-2}	β_{n-1}
Id.	Id.	13	β'_{n-2}	β'_{n-1}
Id.	104	25	$\frac{5}{4} p_{k-1} l$	$\frac{5}{4} p_{k-1} l$
Id.	111	17	$M'_k(x)$	$M_k(x)$
Id.	112	15	$l : x$	$1 : x$
Id.	121	23	$y = \frac{1}{2} p_k x \left(\frac{l_k}{2} - x \right)$	$y = -\frac{1}{2} p_k x \left(\frac{l_k}{2} - x \right)$
Id.	140	30	γ_{n-k}	γ'_{n-k}
Id.	Id.	Id.	β_{n-k-1}	β'_{n-k-1}
Id.	Id.	33	γ_{n-k}	γ'_{n-k}
Id.	Id.	Id.	β_{n-k}	β'_{n-k}