AÑO XVIII
DE LA PUBLICACION.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.

AÑO VIII
DE LA SEGUNDA SÉRIE.

MADRID, 1.° DE OCTUBRE DE 1870.

TOMO XVIII. NÚM. 19.

TEORÍA
DEL
CÁLCULO DE LAS VIGAS RECTAS.

(*Continuacion.*)

CAPÍTULO III.

EFECTOS DE LA CARGA PERMANENTE EN UNA VIGA SIMÉTRICA DE NÚMERO IMPAR DE TRAMOS INTERMEDIOS IGUALES.

§ 1.°—Momentos de flexion y esfuerzos trasversales en los puntos de apoyo.

30. *Fórmulas generales de estas cantidades.*—En el número 3 determinamos la expresion general del momento de flexion en un apoyo de órden k que está dado por

$$M_k = \frac{\alpha_{n-k}\left(\pm p_1\,\delta^3 \mp p_2\,\beta_1 \pm p_3\,\beta_2 - \cdots\cdots - p_{k-2}\,\beta_{k-3} + p_{k-1}\,\beta_{k-2}\right)}{4\left(\alpha_{n-k}\,\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\,\alpha_{k-2}\right)} \times l^2 +$$

$$+ \frac{\alpha_{k-2}\left(+ p_k\,\beta_{n-k} - p_{k+1}\,\beta_{n-k-1} + \cdots\cdots \pm p_{n-1}\,\beta_1 \mp p_n\,\delta^3\right)}{4\left(\alpha_{n-k}\,\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\,\alpha_{k-2}\right)} \times l^2$$

advirtiendo que en los términos que tienen doble signo habrá que tomar el superior cuando k es número par, y el inferior para los apoyos de órden impar.

Ademas observarémos que á pesar de que en general las cabezas de las vigas rectas se forman de espesores variables á fin de obtener sólidos de igual resistencia, el peso por metro lineal es sensiblemente constante, y como, despues de todo, ignorándose de antemano el peso permanente, no puede aplicarse en la resolucion de esta clase de problemas ningun método exacto, sino el de falsa posicion ó de las aproximaciones sucesivas, admitirémos tambien para la carga permanente la hipótesis de que los pesos repartidos por metro lineal en los diversos tramos sean iguales, de manera que tendrémos $p_1 = p_2 = \ldots\ldots = p_k = \ldots\ldots\ p_n = p$, y el valor de M_k se trasforma en

$$M_k = \frac{\alpha_{n-k}\left(\pm \delta^3 \mp \beta_1 \pm \cdots\cdots + \beta_{k-2}\right) + \alpha_{k-2}\left(+ \beta_{n-k} - \cdots\cdots \pm \beta_1 \mp \delta^3\right)}{4\left(\alpha_{n-k}\,\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\,\alpha_{k-2}\right)}\, p\, l^2$$

y la fórmula general (10) del esfuerzo trasversal en el mismo apoyo será

$$T_k = \frac{\gamma_{n-k}\left(\pm \delta^3 \mp \beta_1 \pm \cdots\cdots + \beta_{k-2}\right) + \gamma_{k-1}\left(\beta_{n-k} \cdots\cdots + \beta_1 \mp \delta^3\right)}{4\left(\alpha_{n-k}\,\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\,\alpha_{k-2}\right)}\, p\, l + \frac{1}{4}\, p\, l$$

31. *Simplificacion de la expresion del momento de un apoyo.*—La fórmula general que nos da los momentos en los diversos puntos de apoyo, tiene en su numerador tantos términos como tramos la viga, y por consiguiente es muy complicada para las aplicaciones si es grande el número de apoyos. Pero estudiando las propiedades de las series α, β, γ hallamos várias relaciones que nos conducirán, para el caso de la carga permanente y para otros de que nos ocuparémos más adelante, á expresiones mucho más sencillas que las primitivas. En efecto, para los apoyos de órden par tenemos

$$M_k = \frac{\alpha_{n-k}(\delta^3 - \beta_1 + \cdots\cdots + \beta_{k-2}) + \alpha_{k-2}(\beta_{n-k} - \cdots\cdots - \delta^3)}{4(\alpha_{n-k}\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\alpha_{k-2})} p\, l^2$$

pero en el núm. 13 determinamos la suma de los términos de una serie cualquiera, formada por la misma ley que la de las cantidades α, que aplicada despues en el grupo (34) á la serie β, nos da

$$\beta_1 - \beta_2 + \beta_3 - \cdots\cdots - \beta_{k-2} = \frac{2\delta - \Sigma_{k-2}}{3}$$

y

$$\beta_1 - \beta_2 \qquad + \cdots\cdots + \beta_{n-k} = \frac{2\delta + \Sigma_{n-k}}{3}$$

y sustituyendo en M_k

$$M_k = \frac{\delta^3(\alpha_{n-k} - \alpha_{k-2}) - \frac{2\delta}{3}(\alpha_{n-k}\alpha_{k-2}) + \frac{1}{3}(\alpha_{k-2}\Sigma_{n-k} + \Sigma_{n-2}\alpha_{k-k})}{4(\alpha_{n-k}\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\alpha_{k-2})} p\, l^2$$

pero como

$$\alpha_{k-2}\Sigma_{n-k} + \Sigma_{k-2}\alpha_{n-k} = \alpha_{n-k}\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\alpha_{k-2} \quad \text{segun la (30)}$$

$$M_k = \frac{1}{12} p\, l^2 + \frac{(3\delta^3 - 2\delta)(\alpha_{n-k} - \alpha_{k-2})}{12(\alpha_{n-k}\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\alpha_{k-2})} p\, l^2$$

Ahora bien,

$$\alpha_{n-k} - \alpha_{k-2} = C_{m-k+1}\beta_m \quad (37) \text{ del número 14,}$$

recordando que $n = 2m + 1$ y

$$\alpha_{n-k}\alpha_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\alpha_{k-2} = \beta_m \gamma_m \quad \text{segun la (28),}$$

de manera que resultará

$$M_k = \frac{1}{12} p\, l^2 + \frac{(3\delta^3 - 2\delta)C_{m-k+1}}{12\gamma_m} p\, l^2 = \frac{1}{12} p\, l^2 \left(\frac{(3\delta^3 - 2\delta)C_{m-k+1}}{\gamma_m}\right)$$

ó si se quiere,

$$M_k = \frac{1}{12} p\, l^2 \left(1 + \frac{(3\delta^3 - 2\delta)C_{m-k+1}}{3B_{m-1} + 2C_{m-1}\delta}\right) \qquad (63)$$

Á esta expresion habia llegado ya Mr. Bresse, página 153 de su 3.ª parte, pero en nuestro concepto el método que hemos seguido es más sencillo y elemental, pues allí se emplea el cálculo diferencial é integral para obtener los mismos resultados á que nosotros hemos llegado simplemente por medio de algunas trasformaciones de la fórmula general (a).

Si hacemos $k=2$ nos dará

$$M_2=\frac{1}{12}\,p\,l^2\left(1+\frac{(3\,\delta^3-2\,\delta)\,C_{m-1}}{3\,B_{m-1}+2\,C_{m-1}\,\delta}\right)=\frac{1}{12}\,p\,l^2\left(\delta^2+\frac{3\,\delta^3-2\,\delta}{\frac{3\,B_{m-1}}{C_{m-1}}+2\,\delta}\right)$$

Para los momentos correspondientes á los apoyos de órden impar tenemos igualmente

$$M_k=\frac{\alpha_{n-k}\left(-\delta^3+\beta_1-\cdots\cdots+\beta_{k-2}\right)+\alpha_{k-2}\left(\beta_{n-2}-\cdots\cdots+\delta^3\right)}{4\left(\alpha_{n-k}\,\alpha_{k-1}-\alpha_{n-k-1}\,\alpha_{k-2}\right)}\,p\,l^2$$

y aplicando al numerador las mismas fórmulas ántes citadas, se convierte en

$$M_k=\frac{-\delta^3\left(\alpha_{n-k}-\alpha_{k-2}\right)+\frac{2\,\delta}{3}\left(\alpha_{n-k}-\alpha_{k-2}\right)}{4\left(\alpha_{n-k}\,\alpha_{k-1}-\alpha_{n-k-1}\,\alpha_{k-2}\right)}\,p\,l^2+\frac{1}{12}\,p\,l^2=$$

$$=\frac{1}{12}\,p\,l^2\left(1-\frac{(3\,\delta^3-2\,\delta)\,C_{m-k+1}}{3\,B_{m-1}+2\,C_{m-1}\,\delta}\right)\qquad(64)$$

que sólo difiere de la expresion relativa á los momentos de órden par en el signo del segundo término.

Para $k=m+1$, ó sea para los dos apoyos inmediatos al centro de la viga, tendrémos

$$M_{m+1}=\frac{1}{12}\,p\,l^2\left(1\pm\frac{3\,\delta^3-2\,\delta}{3\,B_{m-1}+2\,C_{m-1}\,\delta}\right)$$

segun que m sea par ó impar.

(*Se continuará.*)

PABLO DE ALZOLA.

OBRAS PÚBLICAS DE ESPAÑA.

(*Continuacion*).

V.

Para dotar al país de las obras públicas que necesita, y que han de ser una de las principales muestras de su cultura y bienestar, admitimos el principio comunmente reconocido de que al Estado corresponde ejecutar y conservar las obras de interes general, que no pueden ser objeto de explotaciones y monopolios particulares, y que al propio tiempo son instrumento de gobierno para que la accion del Estado pueda mantener el órden público y defender la integridad del territorio; y que la construccion de las obras de órden secundario, que interesan más particularmente á las provincias y á los pueblos, pertenecen á las Diputaciones y á los Ayuntamientos, bajo la superior vigilancia del Gobierno; porque estas obras, aunque de un órden inferior, forman parte integrante del sistema general de comunicaciones del país; debiendo todas estar entre sí relacionadas, como elementos de una misma unidad: por este carácter, y porque se han de costear con fondos públicos, el Estado debe ejercer cierta intervencion á fin de asegurarse del mejor empleo de estos fondos, de los cuales no deben disponer libremente las corporaciones populares, del mismo modo que no puede hacerlo el Gobierno con los recursos del presupuesto nacional.