

MADRID, 1.º DE JUNIO DE 1870.

TOMO XVIII.

NÚM. 11.

TEORÍA

DEL

CÁLCULO DE LAS VIGAS RECTAS.

(Continuacion.)

Una vez fijada la posicion del eje por esta sencilla construccion, para hallar el vértice, observaremos que la ecuacion $y = \frac{1}{2} x^2$, ó sea $x = \sqrt{2y}$ nos indica que la abscisa mp del punto m es una media, proporcional entre p o y 2; por consiguiente, si se toma $p q = 2$, y se traza la semi-circunferencia $q m o$, ó simplemente la recta mo perpendicular á mq , se determinará la posicion del vértice o , y conocido este punto, será muy fácil hallar todos los que se quieran.

Si llamamos $T_k(x)$ el esfuerzo trasversal en un punto cualquiera del tramo k , estará dado por

$$T_k(x) = T_k - p_k x \quad (17).$$

que representa la ecuacion de una linea recta, que se conservará paralela á si misma, cualesquiera que sean las sobrecargas de los demas tramos; y si suponemos, como ántes, que se prescinde para la construccion gráfica del factor comun p_k , aquella recta estará siempre inclinada á 45 grados, y si $p_k = 0$, se conservará horizontal.

7. *Parábola de los momentos producidos por la carga aislada de un solo tramo. Puntos notables de la misma.*— Si sustituimos por M_k y T_k sus valores (8) y (10), la expresion de $M_k(x)$, ó sea el momento debido á la carga aislada del tramo k , se trasformará haciendo

$$p_1 = 0, p_2 = 0, \dots, p_{k-1} = 0, p_{k+1} = 0, \dots, p_n = 0$$

en

$$M_k(x) = \frac{\alpha_{k-2} \beta'_{n-k}}{4 D_k} p_k l_k^2 - \frac{\gamma_{k-1} \beta'_{n-k}}{4 D_k} p_k l_k x - \frac{1}{2} p_k x \left(\frac{l_k}{2} - x \right)$$

que puede descomponerse en una recta determinada por los dos primeros términos y la parábola

$$y = \frac{1}{2} p_k x \left(\frac{l_k}{2} - x \right).$$

La recta pasa por el punto m (Figura 2.ª), que determina el momento M_k y corta al eje de las x en el

punto P , en que $x = \frac{\alpha_{k-2}}{\gamma_{k-1}} l_k$, y la parábola es siempre la misma, pero pasa por el apoyo M y por

el centro del tramo, ó sea la curva $M p o$. La ordenada $P p$ de la parábola $m p q n$ debida á la carga aislada, es igual á la de la parábola $M p o$; por consiguiente, si tomamos

$$MP = \frac{\alpha_{k-2}}{\gamma_{k-1}} l_k = \frac{\alpha_{k-2}}{\alpha_{k-1} + \alpha_{k-2}} l_k < \frac{1}{2} l_k$$

puesto que segun dijimos en el núm. 3, $\alpha_{k-1} > \alpha_{k-2}$ y se levanta la perpendicular Pp , conoceremos un punto p de la parábola debida á la sobrecarga, y su ordenada, que será necesariamente negativa, estará determinada por

$$y = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_{k-2} \beta_{k-1}}{\gamma_{k-1}^2} l_k^2.$$

Ahora podemos deducir por induccion que habrá otro punto q cuya abscisa es $\frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} l_k$, para el que la ordenada será la misma Qq de la parábola OqN , puesto que podríamos tomar para eje de las y la vertical Nn , y establecer del mismo modo que ántes el valor de $M_k(x)$ en funcion del momento y el esfuerzo transversal en N , ó sea en el apoyo $k+1$ y se descompondria la parábola $mpqn$ en la recta nQn' y la curva OqN , siendo la distancia

$$NQ = \frac{\alpha'_{n-k-1}}{\gamma'_{n-k}} l_k \quad \text{y} \quad MQ = l_k \left(1 - \frac{\alpha'_{n-k-1}}{\gamma'_{n-k}} \right) = \frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} l_k$$

Para demostrarlo nos bastará sustituir en la ecuacion anterior que nos da $M_k(x)$, $x = \frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} l_k$, y será preciso que nos dé el mismo valor que la ordenada de la parábola OqN , que respecto de los ejes coordenados Mx y My , es

$$y = \frac{1}{2} p_k \left(x - \frac{l_k}{2} \right) \left(x - \frac{l_k}{2} \right) = p_k \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{5}{4} l_k x + \frac{1}{4} l_k^2 \right)$$

y el valor del momento para $x = \frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} l_k$

$$M_k(x) = \frac{\beta'_{n-k}}{4 D_k \gamma'_{n-k}} (\alpha_{k-2} \gamma'_{n-k} - \gamma_{k-1} \alpha'_{n-k}) p_k l_k^2 + \frac{1}{2} p_k \left(\frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} \right)^2 - \frac{1}{4} p_k l_k \frac{\alpha_{n-k}}{\gamma_{n-k}}$$

y como $\alpha_{k-2} \gamma'_{n-k} - \gamma_{k-1} \alpha'_{n-k} = -D_k$, segun se deduce substituyendo en vez de γ_{k-1} y γ'_{n-k} sus valores en la expresion del número 4, y ademas $\beta'_{n-k} = 2 \alpha'_{n-k} - \gamma_{n-k}$

$$M_k(x) = p_k \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} l_k \right)^2 - \frac{5}{4} l_k \frac{\alpha'_{n-k}}{\gamma'_{n-k}} l_k + \frac{1}{4} l_k^2 \right]$$

que es lo que deseábamos demostrar.

Esta interesante propiedad de la parábola de la carga aislada (en la que no se habian fijado los autores que han estudiado el problema del cálculo de las vigas rectas) nos permite determinar la curva de los momentos por un procedimiento muy sencillo y sin necesidad de resolver las ecuaciones generales de los momentos de los apoyos. Para conseguirlo, constrúyase de una vez para siempre una plantilla que nos determine la curva $y = \frac{1}{2} x^2$, prescindiendo del factor comun p_k ; divídase el tramo que se considere en dos partes iguales, y conservando siempre vertical el eje de la parábola, trácense con la plantilla la MPO y la OqN ; fíjense en seguida los puntos P y Q , cuya situacion se determina por los números de las series α y γ ; tirense las ordenadas Pp y Qq , y conocidos los dos puntos p y q de la pa-

rábola de los momentos de la carga aislada, podremos trazarla con la misma plantilla, y tendremos la curva $m p q n$, debiendo tener presente, al hallar las dimensiones de la viga, el multiplicar por el factor p_k .

Ademas observaremos que siendo siempre negativas las ordenadas de la parábola de la carga aislada en los puntos P y Q, y positivas en las extremidades M y N del tramo, dicha curva deberá cortar necesariamente al eje de las x en dos puntos R y S comprendidos respectivamente entre M y P y Q y N.

(Se continuará.)

P. DE ALZOLA.

DISTRIBUCION DEL PERSONAL DEL CUERPO

DE

INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS,

EN MAYO DE 1870.

JUNTA CONSULTIVA.

Presidente.

Excmo. Sr. D. Francisco Barra, Inspector general de 1.^a clase.

Vocales.

Todos los demas Inspectores generales de 1.^a y 2.^a clase.

Secretario general.

Sr. D. Rafael Lopez, Ingeniero Jefe de 1.^a clase.

Ingenieros destinados á la secretaría.

Sr. D. Manuel Riaño, Ingeniero Jefe de 2.^a clase.

Sr. D. Inocencio Gomez Roldan, id. id.

SECCIONES.

1.^a—ASUNTOS GENERALES Y CONSTRUCCIONES CIVILES.

Presidente.

Excmo. Sr. D. Francisco Barra, Inspector general de 1.^a clase.

Vocales.

Sr. D. Secundino Fernandez de la Pelilla, id. de 2.^a clase.

Sr. D. Cipriano Martinez de Velasco, id. id.

Sr. D. Constantino German, id. id.

Sr. D. José Subercase, id. id.

Ilmo. Sr. D. Joaquin Nuñez de Prado, id. id.

Sr. D. Andres de Mendizábal, id. id.

Sr. D. Victor Martí, id. id.

Sr. D. Francisco La-Gasca, id. id.

2.^a—CARRETERAS.

Presidente.

Ilmo. Sr. D. José Maria de Aguirre, Inspector general de 1.^a clase.

Vocales.—1.^a Subdivision.

Sr. D. Antonio Lopez Montalvo, Inspector general de 2.^a clase.

Sr. D. Martin Recarte, id. id.

Sr. D. Juan Moreno Rocafull, id. id.

2.^a Subdivision.

Sr. D. Secundino Fernandez de la Pelilla, id. id.

Sr. D. Marcelo Sanchez Movellan, id. id.

Sr. D. Pedro Celestino Espinosa, id. id.

Sr. D. Francisco La Gasca.

3.^a—FERRO-CARRILES.

Presidente.

Excmo. é Ilmo. Sr. D. Lucio del Valle, Inspector general de 1.^a clase.

Vocales.

Sr. D. Cipriano Martinez de Velasco, id. de 2.^a clase.

Sr. D. Jacobo Gonzalez Arnao, id. id.

Sr. D. Andres de Mendizábal, id. id.

4.^a—NAVEGACION MARÍTIMA.

Presidente.

Ilmo. Sr. D. Carlos Maria de Castro, Inspector general de 1.^a clase.

Vocales.

Ilmo. Sr. D. Joaquin Nuñez de Prado, Inspector general de 2.^a clase.

Ilmo. Sr. D. Eugenio Barron, id. id.

Sr. D. Victor Martí, id. id.

Fig.ª 1.ª

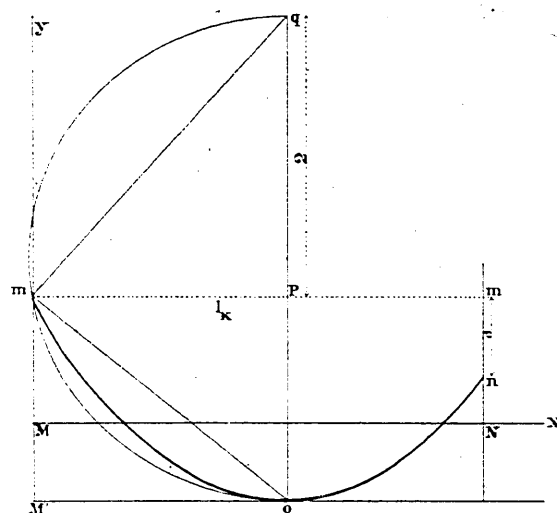


Fig.ª 2.ª

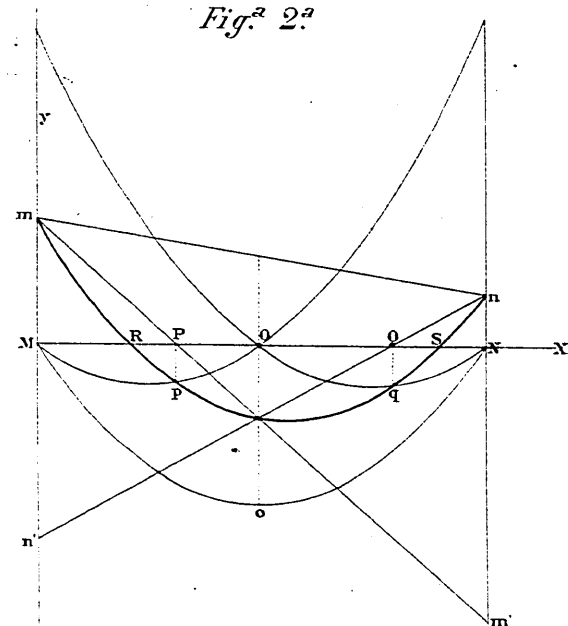


Fig.ª 3.ª

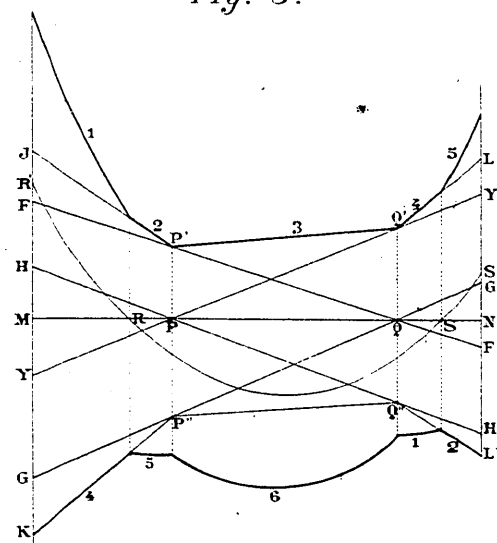


Fig.ª 5.ª

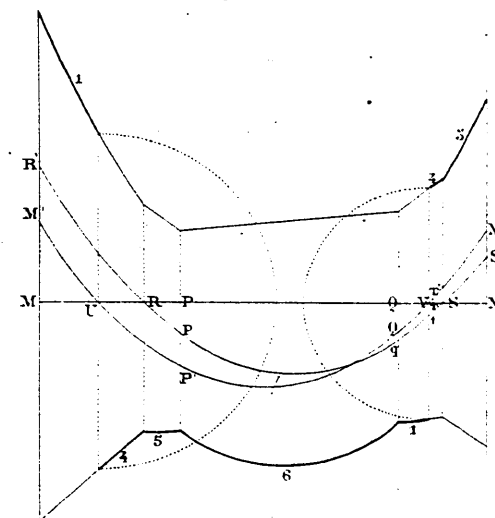


Fig.ª 4.ª

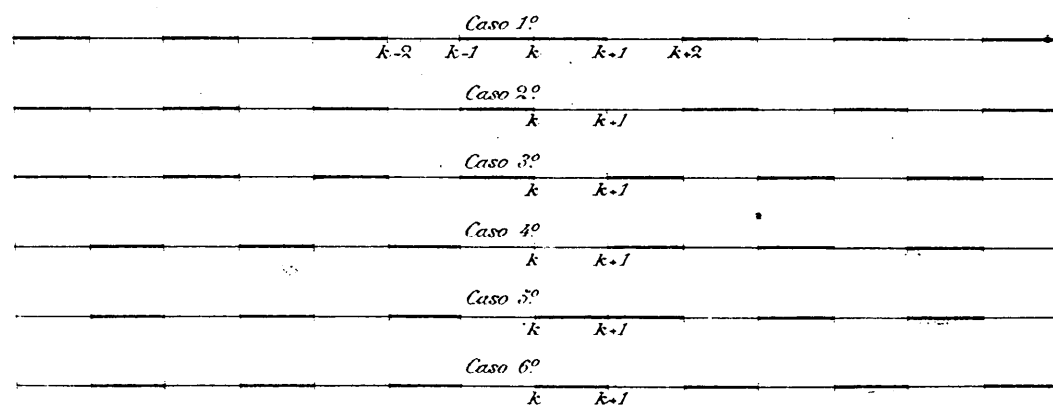


Fig.ª 6.ª

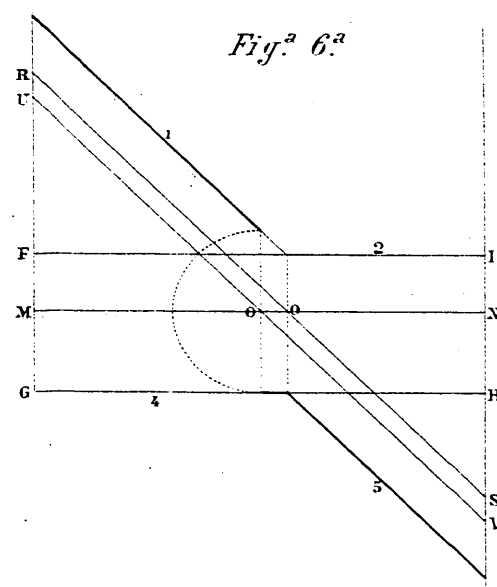


Fig.ª 7.ª

