

la explotación se haría con locomotoras de 15 toneladas de peso, seis ruedas acopladas y 1.500 á 1.400 kilogramos de potencia de tracción. El coste total de esta línea se calcula en (66.000 francos) 25.080 escudos por kilómetro, los productos probables en 5.000 francos y los gastos de explotación en 2.500, resultando un producto líquido mínimo de 3.500 francos, ó un interés de 5 por 100. En estos números no se tiene en cuenta, por su poca importancia, el movimiento de viajeros (1).

(Se continuará.)

REVISTA BIBLIOGRÁFICA.

Tables de Logarithmes à 27 décimales pour les calculs de précision, par FÉDOR THOMAN.—Paris, 1867.—Imprimerie impériale.

Recomendamos á nuestros lectores este excelente libro, interesante no solo bajo el punto de vista teórico, sino más principalmente bajo el aspecto práctico.

El objeto del autor ha sido facilitar los cálculos numéricos por medio de los logaritmos, y unir á la rapidez la exactitud.

Las tablas de logaritmos abrevian considerablemente, como todo el mundo sabe, las operaciones; pero tienen un limite natural, y más allá de ese límite los procedimientos ordinarios son impotentes: se obtienen si las 7 primeras cifras de los números, y esto por medio de interpolaciones; pero y si la cuestión exige 10, 15, 20 cifras, como muchas veces sucede?

Mr. Thoman vence esta gravísima dificultad de los cálculos de precisión por medios relativamente sencillos y en extremo ingeniosos.

Hé aquí una idea sucinta de los principios en que se funda.

1.° *Dado el número, hallar el logaritmo.* Podemos prescindir de la característica y fijarnos exclusivamente en la mantisa; podemos aun suponer que el número se compone de una sola cifra que ocupa el lugar de las unidades seguida de una parte decimal, y todo el método estriba en estos dos principios.

I. Se puede buscar directamente el logaritmo de la unidad seguida de varios ceros y de una parte significativa: por ejemplo

1,0000000238

(1) Aunque en estas notas nos proponemos únicamente citar datos, sin discutirlos, para no repetir las consideraciones expuestas en la memoria, diremos aquí que el proyecto de Mr. Bertera no nos parece que constituye una solución general del problema de los ferrocarriles de segundo ó tercer orden. En nuestro sentir, admitida la reducción de la vía, debe irse algo más lejos que ha ido Mr. Bertera, y creemos más digno de imitación el ejemplo de los ferrocarriles noruegos ó de los de Queensland. La memoria de los señores Thirion y Bertera es, sin embargo, apreciable y digna de estudio.

ó abreviadamente, y designando por una especie de índice el número de ceros,

$$1,0^{238};$$

ó por último, en general,

$$1,0^n abc. \dots$$

Todos los números de esta clase están comprendidos en la fórmula

$$1 + \theta,$$

siendo θ una cantidad menor que 1 y tan pequeña como sea necesario.

II. Todo número puede reducirse al tipo $1 + \theta$ por operaciones sencillísimas.

El primero de estos dos principios es evidente porque se sabe que

$$\log. (1 + \theta) = \log. e \left(\theta - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^3}{3} - \frac{\theta^4}{4} + \dots \right)$$

La serie es convergente cuando $\theta < 1$ y el error cometido al detenerse en el primer término es menor que

$$\frac{\theta^2}{2}; \text{ luego si } \theta < \frac{1}{10^n} \text{ dicho error será menor que } \frac{\theta^2}{2} < \frac{1}{2 \cdot 10^{2n}}.$$

Con un error que no llegará á $\frac{1}{2 \cdot 10^{2n}}$ podemos tomar $\log. e \times \theta$ por valor del logaritmo buscado $\log. (1 + \theta)$; pero $\log. e$ es una constante, luego finalmente designándola por k , hallaremos

$$\log. (1 + \theta) = k \theta.$$

Análogamente tendremos

$$\log. (1 - \theta) = -k \theta.$$

La tabla 3.ª simplifica notablemente la operación necesaria para efectuar este producto.

Pasemos ya al segundo principio, á saber, reducción de todo número al tipo $1 + \theta$.

Se sabe que dos números a y b son recíprocos cuando $a b = 1$, ó bien cuando $a = \frac{1}{b}$.

Pues bien, sea a el número dado: si conociésemos su recíproco b , el producto $a b$ sería igual á 1; pero si en vez de b ponemos un número recíproco aproximado $b \pm \delta$, el producto

$$a (b \pm \delta) = a b \pm a \delta = 1 \pm a \delta$$

no será igual á 1; sin embargo, siendo δ suficientemente pequeño, $a \delta$ será menor que uno y el producto

$$a (b \pm \delta).$$

entrará en el tipo

$$1 \pm \theta.$$

De este principio saca partido Mr. Thoman, aunque simplificando las operaciones por procedimientos muy ingeniosos.

Ante todo, por lo que llama el número *recíproco forzado en la segunda cifra* convierte cualquier cantidad en otra, principiando por 1 y por lo ménos con un cero á continuación de esta unidad.

En efecto, si a es un número y b su recíproco,

$$ab = 1;$$

forzando en una unidad la segunda cifra de b , á contar por la izquierda, y llamando δ á la que es preciso agregar á b á este fin, tendremos

$$a(b + \delta) = ab + a\delta = 1 + a\delta;$$

pero δ no llega á valer una unidad del segundo orden de b , luego

$$\delta < \frac{b}{10}$$

y por lo tanto

$$a(b + \delta) < 1 + \frac{ab}{10}$$

ó

$$a(b + \delta) < 1 + \frac{1}{10} = 1,1,$$

es decir, que la cifra que sigue á 1 es un cero.

El número $a(b + \delta)$ entra ya en el tipo $1 + 0$; pero quizá δ no sea suficientemente pequeña para el grado de aproximación que se busca. Para disminuir convenientemente dicha cantidad δ , Mr. Thoman emplea una serie de factores $(1 - a)$, $(1 - b)$

De este modo, llamando N al número dado, y p á su recíproco forzado, tendremos

$$Np(1 - a)(1 - b) \dots = 1 + 0,$$

de donde

$$\log. N + \log. p + \log. (1 - a) + \log. (1 - b) \dots = k\theta,$$

ó bien

$$\log. N = \text{comp. } \log. p + \alpha + \beta + \gamma \dots + k\theta$$

representado por $-\alpha, -\beta, \dots$ los logaritmos de $(1 - a)$, $(1 - b)$

La tabla I dá los recíprocos y sus logaritmos hasta 110.

La tabla II determina los logaritmos de los números de la forma $(1 - a)$.

Ya hemos dicho que la tabla III contiene los múltiplos de k .

El conjunto de todas las tablas, incluyendo varias que se refieren al análisis superior, solo comprenden 14 páginas.

Es claro que los números $a, b, c, \dots$ no son arbitrarios, pero es imposible que descendamos á mayores detalles; tanto valdría traducir el libro.

2.º Dado el logaritmo hallar el número. Del mismo modo que en el problema anterior se parte en esto de un caso particular al cual se reduce otro cualquiera.

Cuando el logaritmo dado es una fracción decimal positiva ó negativa, cuya mitad por lo ménos está formada de ceros, para determinar el número puede aplicarse la fórmula

$$\log. (1 \pm \theta) = \pm k\theta,$$

en cuyo caso dicho número será la unidad más el logaritmo $\pm k\theta$ dividido por el módulo k ó sea

$$\pm \frac{k\theta}{k} = \pm \theta.$$

En otro caso cualquiera, por restos sucesivos de

los logaritmos comprendidos en las tablas V y IV se reduce el logaritmo dado al caso precedente.

Basta con lo dicho para formarse una idea, si quiera sea algo vaga, de lo ingenioso y sencillo de tales métodos.

Recomendamos nuevamente el trabajo de Monsieur Thoman á nuestros lectores, y en especial á los que tengan que hacer cálculos de precisión: no hemos tenido tiempo de ejecutar operaciones según este sistema, pero sin embargo comprendemos sus ventajas prácticas. Un escritor ha dicho: «El método de Mr. Thoman es á los logaritmos ordinarios lo que la electricidad es al vapor.»

PARTE OFICIAL.

25 de Marzo. *Ultramar*.—Real orden disponiendo que respecto á las indemnizaciones del personal de la Inspección de Obras públicas ocupado en los estudios preliminares de la continuación de la carretera general de Alpaco, en Cebú en las islas Filipinas, se resuelva sobre este asunto conforme á lo dispuesto por Real orden de 10 de Febrero del corriente año.

25 de Marzo. *Ultramar*.—Real orden disponiendo que el ancho de las carreteras en la isla de Cuba sea el de 7 metros en las de primer orden, y 6,50 en las de segundo, conservando á los firmes el de 5,50 y 5 metros que les corresponden en la actualidad, y quedando para los paseos en ambos órdenes la anchura total de 1,50, que podrá aumentarse hasta los 2,50 y 2 metros que ahora tienen, cuando así lo exija la afluencia del tránsito.

25 de Marzo. *Ultramar*.—Real orden resolviendo que todos los asuntos, tanto de construcción como de explotación de telégrafos en la isla de Cuba radicuen en la sección de Gobernación en que se encuentran, partiendo de ella las órdenes para hacer estudios, construcciones y demás incidencias del ramo, y que todos los trabajos se ejecuten por empleados de telégrafos; y que no podrá llevarse á cabo obra alguna en este servicio sin que sobre el expediente haya sido oída la Junta consultiva de Obras públicas.

1.º de Abril. Real decreto concediendo á los Gobernadores de las provincias la facultad de aprobar los proyectos de carreteras provinciales y de caminos vecinales comprendidos en los respectivos planes aprobados, sea cualquiera el coste é importancia de los presupuestos, y oyendo siempre á las Juntas de Obras públicas, creadas por Real decreto de 18 de Octubre de 1863, exceptuando de esta disposición los proyectos de obras de fábrica cuyo importe exceda de 50.000 escudos, los cuales se elevarán al examen y aprobación del Ministerio de Fomento.

8 de Abril. Real orden disponiendo que se anuncie por el término de 40 días la subasta para la concesión del ferro-carril de Granollers á San Juan de las Abadesas, con la subvención que le ha sido asignada en la ley excepcional de 26 de Junio último, y