

MADRID 1.º DE FEBRERO DE 1868.

TOMO XVI.

NÚM. 3.

TERMODINÁMICA.

(Continuacion.)

CAPÍTULO II.

Principios fundamentales.

21. Hemos dicho (Nº 8) que entre el volumen v de un cuerpo, su presión p , y su temperatura t existe en general cierta relacion $\varphi(p, v, t) = 0$, de la cual, dados los valores de dos de las tres cantidades que en ella entran, se deduce el de la tercera. Podemos tomar como variables independientes v y p , ó v y t , ó por último, t y p ; pero siempre resultará que dos de estas cantidades determinan el estado del cuerpo; dadas, por ejemplo, v y t , queda determinada la presión, y la cantidad de calor que el cuerpo contiene.

Puede decirse en general que todos ó casi todos los problemas de la Termodinámica consisten en determinar en cada caso los diferentes elementos desconocidos en funcion de las dos variables independientes que se elijan entre los tres grupos ya indicados.

22. Cuando á un cuerpo que se halla en un estado térmico definido por p y v , por ejemplo, y por lo tanto por t , p , v , lo cual espresaremos en esta forma (p, v) ó (p, v, t) , se le agregan ó se le quitan, segun cierta ley continua ó discontinua, cantidades sucesivas de calor Q , Q' , Q'' su estado de equilibrio se altera: varían en general su volumen, su presión y su temperatura, y al cambiar de volumen enjendra (Nº 20) cierta cantidad de *trabajo externo*. Hé aquí un elemento más que encontraremos en todas las cuestiones de Termodinámica, y que será, en la mayor parte de los casos, el que más nos interese. Hemos dicho que al cambiar el cuerpo de volumen, por efecto de las cantidades de calor que recibe ó que pierde, desarrolla cierto trabajo, á que hemos dado el nombre de *trabajo externo*, y esta denominacion es necesaria para distinguir el trabajo que desarrolla en su superficie, del in-

terno y molecular que en toda su masa se efectúa.

Recíprocamente, si sometemos á un cuerpo á presiones ó espansiones sucesivas segun cierta ley, cambiará su volumen. su presión, su temperatura, la cantidad de calor que contiene, y aun se desarrollará en el interior de su masa cierto trabajo molecular.

¿Cómo están enlazadas entre sí todas estas cantidades? Hé aquí el problema más general de la Termodinámica. Debemos, pues, buscar relaciones analíticas entre los siguientes elementos: *presión; volumen; temperatura; cantidad de calor; trabajo externo y trabajo interno*; pero como sucede casi siempre, las cuestiones difíciles y los problemas complicados de esta teoría se reducen á otros más sencillos, y en último análisis á cierto número de casos particulares, y de estos deberemos ocuparnos ante todo.

23. Con ser en extremo sencilla la nueva teoría del calor, la exposicion que de ella se hace en la mayor parte de las obras especiales que se ocupan de esta materia es árida y complicada: los problemas se resuelven, es cierto; pero se resuelven, por decirlo así, sin plantearlos de antemano, y las ecuaciones van saliendo una tras otra, como por arte de magia, cuando hacen falta; pero sin que sepa nunca, el que por primera vez estudia esta teoría, ni por qué vienen, ni para qué sirven, ni cuándo se concluirán. Este defecto resalta sobre todo en la obra de Zeuner, libro, por lo demás, de gran mérito; bastante mejor es la exposicion que de la teoría del calor hace Combes en la excelente coleccion de articulos que ha publicado en el *Bulletin de la Société d'encouragement*; pero solo en un libro hemos encontrado la claridad y el método que tan necesarios son en las obras didácticas, y es este libro la Termodinámica de Mr. Paul-Saint-Robert, ya varias veces citada. Aun es posible, á nuestro entender, dar más claridad á la exposicion, y para conseguirlo alteraremos el órden que suele seguirse en esta materia, siguiendo otro completamente distinto, pero aprovechándonos de algunas ideas del autor que acabamos de citar.

24. *Coefficientes específicos.* 1.º Supongamos que en un cuerpo la presión permanece constante; y representemos por C_v^p (siendo p , no un exponente, sino un índice) la cantidad de calor necesaria para que el volumen del cuerpo reciba un incremento igual a la unidad: esta cantidad C_v^p será el primer *coeficiente específico* que consideraremos, y podemos designarlo con el nombre de *calor específico a presión constante y relativo al volumen*.

Fijémonos ante todo en la notación, que quizá parezca complicada, pero que sin embargo es en extremo sencilla y muy útil para dar simetría a las fórmulas. En primer lugar, empleamos la letra C para este coeficiente como para todos los demás, porque es letra inicial a la vez de la palabra *calor* y de la palabra *coeficiente*. En segundo lugar usamos *índices y subíndices*; el índice indica cuál de los elementos p, v, t permanece constante; el subíndice a cuál de las tres variables se refiere el coeficiente de que se trata.

Comprendido esto, observemos que este coeficiente específico expresa una cantidad de calor, y que esta cantidad de calor no es, ó no debemos suponer por ahora que sea constante: no se necesitará en efecto, ó no es probable que se necesite, la misma cantidad de calor para hacer que un cuerpo se dilate un centímetro cúbico, sea cual fuere su volumen, su presión y su temperatura. Así pues, C_v^p será una función en general de p, v, t , y como una de estas cantidades depende de las otras dos, podremos escribir, eligiendo, por ejemplo, v y t por variables independientes,

$$C_v^p = \text{funcion}(v, t).$$

Más aún: este coeficiente C_v^p es una abstracción analítica y no un número práctico, aunque se use en todos los cálculos del calor, ya en uno, ya en otro concepto.

Expliquémonos con más claridad.

Si a un cuerpo cuya presión supondremos siempre la misma, se le dan ó se le quitan ciertas cantidades de calor

$$\Delta Q, \Delta Q', \Delta Q'', \dots$$

su volumen recibirá incrementos distintos

$$\Delta v, \Delta v', \Delta v'', \dots$$

y es claro que si la función que enlaza Q con v no es lineal, los incrementos de volumen no

serán proporcionales a los incrementos de calor: es decir, que no tendremos

$$\frac{\Delta Q}{\Delta v} = \frac{\Delta Q'}{\Delta v'} = \frac{\Delta Q''}{\Delta v''} = \dots =$$

cantidad de calor por unidad de volumen; pero esta relación variable $\frac{\Delta Q}{\Delta v}$ tenderá a un límite perfectamente determinado, que será la derivada de la función que enlaza Q con v ; y representando por C_v^p este límite, tendremos,

$$C_v^p = \frac{dQ}{dv} = \text{funcion}(v, t);$$

de donde se deduce

$$dQ = C_v^p dv.$$

Es decir, que para conocer el incremento infinitamente pequeño de calor dQ que es preciso dar a un cuerpo a fin de que su volumen reciba un incremento determinado dv , permaneciendo constante la presión, basta multiplicar el coeficiente C_v^p por dicho incremento de volumen dv .

Esta ecuación solo es rigurosamente exacta siendo dv y dQ diferenciales, pero en la práctica puede aplicarse a incrementos muy pequeños.

Así, por ejemplo, si conociésemos C_v^p , es decir, si tuviéramos

$$C_v^p = \gamma(v, t),$$

y se nos preguntase ¿qué cantidad de calor ΔQ es preciso comunicar a un cuerpo cuyo volumen es 2 m^3 , su temperatura 80° , y su presión constante para que se dilate un centímetro cúbico ó sea $0,000001$? resolveríamos el problema sustituyendo en el valor de C_v^p los valores $v = 2$; $t = 80$, y tendríamos

$$\Delta Q = \gamma(2; 80) \times 0,000001;$$

advirtiéndole que la presión constante a que se mantendría el cuerpo sería

$$p = \varphi(2; 80).$$

Se comprende fácilmente que C_v^p es una expresión análoga al *coeficiente de elasticidad* E de la Mecánica aplicada, a las *fuerzas referidas a la unidad de masa* de la Mecánica racional, a las *derivadas* del cálculo, etc.: es, en una palabra, la cantidad de calor que sería necesario para aumentar el volumen del cuerpo en una unidad si se dilatara en todo este inter-

valo, como se dilata ó comienza á dilatarse en el primer instante.

2.º Designaremos por C_t^p el segundo coeficiente específico, respecto al cual podríamos repetir cuanto hemos dicho para el primero.

Diremos, en resumen: que C_t^p es, ó debemos suponer que sea, variable y dependiente de v, t ; que representa la cantidad de calor necesaria para aumentar un grado la temperatura de un cuerpo á presión constante; y que por lo tanto, si se busca la cantidad de calor ΔQ necesaria para que la temperatura de un cuerpo á presión constante aumente la cantidad Δt , se tendrá

$$\Delta Q = C_t^p \Delta t.$$

El índice p significa siempre que la presión es constante, y el subíndice t se refiere á la cantidad que varía.

Puede designarse este coeficiente con el nombre de *calor específico á presión constante y relativo á la temperatura*.

3.º C_p^v será el *calor específico á volumen constante y relativo á la presión*: dependerá de v, t , y entre el incremento de calor necesario para que la presión aumente Δp y este incremento, tendremos

$$\Delta Q = C_p^v \Delta p.$$

4.º C_t^v será del mismo modo el *calor específico á volumen constante y relativo á la temperatura*: será función de v, t , y tendremos, como en los casos anteriores,

$$\Delta Q = C_t^v \Delta t.$$

5.º C_v^t designará el *calor específico á temperatura constante y relativo al volumen*: será función de v, t , y tendremos

$$\Delta Q = C_v^t \Delta v.$$

6.º C_p^t representará, por último, el *calor específico á temperatura constante y relativo á la presión*: será función de v, t , y tendremos

$$\Delta Q = C_p^t \Delta p.$$

25. *Resumen.* Hemos dicho que hay seis coeficientes específicos, y este número no es arbitrario. Puesto que el estado de un cuerpo depende de dos de las cantidades p, v, t , y que entre estas hay una relación, al estudiar qué cantidades de calor infinitamente pequeñas deben comunicarse á un cuerpo para que, permaneciendo cualquiera de los tres elementos anteriores constantes, varíe uno de los otros dos en cantidades fijas, es claro que solo pueden hacerse las seis combinaciones siguientes:

- | | | | | |
|-----|--|-----|-------------|---------|
| 1.º | p constante y en este caso que varíe | v | y tendremos | C_v^p |
| | | t | » | C_t^p |
| 2.º | v constante y que varíe..... | t | » | C_t^v |
| | | p | » | C_p^v |
| 3.º | t constante y que varíe..... | v | » | C_v^t |
| | | p | » | C_p^t |

M. Saint-Robert emplea notaciones distintas, y para facilitar la lectura de su Termodinámica, así como la de las obras de Combes y de Hirn, manifestaremos en un cuadro la equivalencia de unas y otras notaciones:

Notacion adoptada.	Notacion de Saint-Robert.
C_v^p	 Y
C_t^p	 K
C_t^v	 N
C_p^v	 X
C_v^t	 M
C_p^t	 P

26. De estos seis coeficientes solo dos se estudian en Física, á saber:

$C_t^v = N$, al cual se le dá el nombre de *calor específico ó capacidad calorífica á volumen constante*;

y $C_t^p = K$, que se designa con la denominación de *calor específico ó capacidad calorífica á presión constante*.

Hemos supuesto que todos los coeficientes C son funciones de v, t , y probablemente esta

hipótesis será exacta; pero de todas maneras, y aun cuando sean independientes de alguna de dichas variables, ó aun cuando sean constantes, nada de lo que hemos establecido hasta aquí, ni de lo que hemos de desarrollar en lo sucesivo, exige que especifiquemos esta circunstancia.

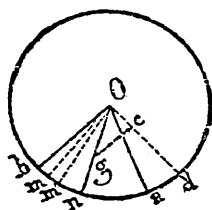
En Física se demuestra experimentalmente que para los gases C_v es constante, es decir,

independiente de v y de t , y que C_p es independiente de t ; pero quizá estas no sean más que aproximaciones prácticas de una ley más general.

J. ECHEGARAY.

ROTURA DE LA ROSCA DE LOS PILOTES DE MITCHELL.

Para exponer con la mayor sencillez el cálculo que vamos á hacer, supondremos reducido el árbol ó vástago del pilote á su eje, y el helizoide que forma la rosca á un disco plano circular abierto por un radio. Fácil es comprender que los resultados no se alteran sensiblemente con estas suposiciones.



Sea Oa la abertura de la rosca, y $Ob = r$ un radio cualquiera, que forma con el primero un ángulo α : se trata de saber cuál es el valor del ángulo α que da la posición del radio en que la rotura es más imminente. Llamando p la presión por unidad superficial que ejercen las tierras sobre el disco, en un elemento angular $m Om' = d\alpha$ de radio r , la presión efectiva será $p \times \frac{1}{2} r^2 d\alpha$, y la total en el ángulo α $O b = \alpha$ valdrá

$$P = \frac{1}{2} p r^2 \alpha$$

El punto de aplicación de esa presión resultante estará en el centro g de gravedad del sector αOb , cuya distancia r' al centro del círculo es

$$r' = \frac{2}{3} r \frac{\text{cuerda } ab}{\text{arco } ab} = \frac{1}{2} r \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} \alpha}{\alpha},$$

contada en la bisectriz On del ángulo α .

Esta fuerza, además de hacer trasladar al sector αOb perpendicularmente á su plano, tiende á hacerle girar, 1.º, alrededor de un eje Oa que pasa por el centro, supuesto fijo, y es

perpendicular á Ob , desgarrando la hoja que forma el disco: 2.º, doblando esa misma hoja alrededor del radio Ob . El momento de la presión total respecto del primer eje de giro es

$$M = P \times g c,$$

y como

$$g c = O g \times \cos. O g c = r' \cos. \frac{1}{2} \alpha, \\ \text{sen. } \alpha = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} \alpha \cos. \frac{1}{2} \alpha,$$

resulta

$$M = \frac{1}{3} p r^3 \text{ sen. } \alpha.$$

Respecto del eje Ob , el momento es

$$N = P \times O c,$$

y como

$$O c = O g \text{ sen. } O g c = r \text{ sen. } \frac{1}{2} \alpha,$$

resulta

$$N = \frac{2}{3} p r^3 \text{ sen. }^2 \frac{1}{2} \alpha.$$

Llamando e al espesor del disco, que suponemos el mismo en todos sus puntos, el área de la sección vertical dada por Ob será igual á $e \times r$, y la tendencia que la presión P tiene á separar el sector αOb del resto del disco en sentido perpendicular á su plano, originará una tensión transversal á su superficie, como un esfuerzo cortante, igual por unidad de área, á

$$\frac{P}{e r}, \text{ ó sea } \frac{1}{2} \frac{p r \alpha}{e}.$$

El momento de inercia polar de la misma sección, respecto del punto O , es $\frac{1}{3} e r^3$; el esfuerzo cortante por unidad de área que produce el momento M en un punto cuya distancia al centro es x , equivale á

$$\frac{M x}{\frac{1}{3} e r^3}$$

y para el punto b , en que es el mayor posible

$$\frac{3 M}{e r^2}, \text{ ó } \frac{p r \text{ sen. } \alpha}{e}.$$

El esfuerzo cortante total producido en el punto b por las dos causas reunidas es

$$\frac{p r}{e} \left(\frac{1}{2} \alpha + \text{sen. } \alpha \right),$$

y su valor máximo se verifica cuando

$$\cos. \alpha = \frac{1}{2}, \text{ ó sea } \alpha = 120^\circ;$$

de modo que el disco se partirá en tres sectores iguales.

Al giro alrededor de Ob no conspira más que el momento N , cuyo máximo se verifica