

MADRID 15 DE MARZO DE 1867.

TOMO XV.

NÚM. 6.º

TIRANTES SUPERIORES

DE LOS  
PUENTES COLGADOS.

De la discusion nace la luz y con ella se acercan las opiniones: asi ha sucedido en mi reciente debate con el Sr. Echegaray (Don Eduardo), pues conviene al fin conmigo en que los resultados de nuestras dos fórmulas solo difieren en cantidades pequeñas, que tienen en las aplicaciones influencia escasa, y la discusion viene á recaer sobre si los términos que aprecio son de un órden de aproximacion inferior al de otros que he despreciado. Tambien convenimos, aunque no lo parezca al pronto, en el método ó marcha del cálculo, pues no difieren sustancialmente sino en lo relativo á la elasticidad de los tirantes. Tan deseoso como el Sr. Echegaray de terminar esta controversia, y tan solo con este fin, dejo de ocuparme de los demás puntos secundarios de su respuesta, y de su manera de manejar ciertas ecuaciones, pues creo que, con lo que hemos escrito, el lector á quien este asunto interese puede deducir la verdad y la razon de lo que cada cual lleva expuesto.

Digo esto con tanto más motivo, cuanto que tengo pendiente desde mi primer artículo la publicacion del que ofreci, manifestando un error de mayor cuantía que las meras aproximaciones á que la cuestion ha venido á reducirse, y como en él se esclarecen los puntos que sin duda por falta de explicacion suficiente, han dado lugar á las objeciones de mi contrincante, me ha parecido que el mejor modo de terminar por mi parte es insertar ese artículo, cuyo resúmen haré antes en pocas palabras.

La variacion de flecha de un tirante puede llegar con frecuencia á ser la mitad de su longitud; por consiguiente, la ecuacion de la tension horizontal de los tirantes no se puede diferenciar, como la del cable, sin introducir un error de consideracion; pues asi como al despreciar el efecto de la elasticidad se produce en la tension de dicho tirante un error menor de 1/20, é igual á la aproximacion que dan otros términos que el Sr. Echegaray conserva, el que trato ahora de corregir puede llegar á 1/4, y merece fijar la atencion del calculador con más seriedad que los que nos han estado ocupando. Hé aquí, pues, cómo debe establecerse el cálculo.

En un cable cuya luz es 2 H, su flecha  $f$  y  $p$

su carga por metro lineal, incluso su peso propio, la tension horizontal es

$$Q = \frac{p H^2}{2 f}$$

Dando á la luz y á la flecha incrementos simultáneos, representados por  $\eta$  y  $\varphi$ , el nuevo empuje ó tension horizontal será

$$Q + \Delta Q = \frac{p (H + \eta)^2}{2 (f + \varphi)} = \frac{p H^2}{2 f} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\eta}{H}\right)^2}{1 + \frac{\varphi}{f}}$$

La relacion  $\frac{\eta}{H}$  será bastante pequeña para poderse despreciar en todas ocasiones (*Teoría*, §. 79); y la variacion de empuje tendrá por expresion suficientemente aproximada

$$\Delta Q = - \frac{p H^2}{2 f} \cdot \frac{\frac{\varphi}{f}}{1 + \frac{\varphi}{f}} \dots \dots (1)$$

En los cables de dimensiones ordinarias, donde la flecha es más de 1/10 de la luz, la relacion  $\frac{\varphi}{f}$  es bastante pequeña para que en el denominador se pueda despreciar respecto de la unidad, y reducir la fórmula á

$$\Delta Q = - \frac{p H^2}{2 f} \cdot \frac{\varphi}{f}; \dots \dots (2)$$

pero en los tirantes superiores, donde la flecha es mucho menor, y no llegará con frecuencia á ser 1/20 de la luz, el incremento  $\varphi$  puede valer más de la mitad de  $f$ , y por consiguiente

no puede despreciarse la fraccion  $\frac{\varphi}{f}$  sin perjuicio de la exactitud. Por esto debe darse la fórmula (2) para la variacion de empuje del cable principal; pero es preciso conservar la (1) para la del tirante.

La variacion de flecha ocasionada por una alteracion de luz depende de la longitud del cable y de su dilatacion elástica. Sea  $L'$  la longitud efectiva del cable cuando tiene la luz  $H$  y la flecha  $f$ : la fórmula de la longitud del arco de parábola da la ecuacion

$$L' = H + \frac{2}{3} \frac{f^2}{H}$$

Si este cable no estuviese sometido á carga alguna, ni aun á la de su peso propio, tendria una longitud  $L$  más pequeña, correspondiente á una tension nula, cuya diferencia con la efectiva es

$$L' - L = \frac{4f}{3H} (b + b_1) p,$$

en cuya fórmula  $b$  y  $b_1$  representan proporcionalmente las variaciones de longitud debidas al cable principal y al fiador; la última es poco apreciable en todos casos y la primera tiene por expresion (*Teoria*, §. 47)

$$b = \frac{2}{3} \frac{H^2}{E \omega f^2} \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{f^2}{H^2} \right),$$

la cual para el tirante, cuya flecha es  $f'$ , puede reducirse á

$$b' = \frac{2}{3} \frac{H^2}{E \omega' f'^2},$$

por ser muy pequeña la fraccion  $\frac{f'}{H}$ .

Para cada posicion que tome la columna móvil, la longitud  $L'$  será distinta: eliminándola de las dos ecuaciones donde se encuentra, resulta, en general,

$$L = H + \frac{2}{3} \frac{f^2}{H} - \frac{1}{3} \frac{f}{H} (b + b_1) p.$$

Esta ecuacion, para el cable principal, puede reducirse á

$$L = H + \frac{2}{3} \frac{f^2}{H};$$

pero para el tirante habrá de ser

$$L = H + \frac{2}{3} \frac{f'^2}{H} - \frac{1}{2} \frac{f'}{H} b' \sigma,$$

llamando  $\sigma$  al peso de la unidad de longitud del tirante.

A ambas ecuaciones puede aplicarse el procedimiento de la diferenciacion sin perjuicio de la exactitud, reemplazando los incrementos infinitesimales de las variables  $H, f, f'$  por sus variaciones pequeñas, pero finitas,  $\eta, \varphi, \varphi'$ . Así se llega á estas dos expresiones:

$$\eta = - \frac{1}{3} \frac{f}{H} \varphi, \dots \dots (3)$$

$$\eta = - \frac{1}{3} \frac{f' + b' \sigma}{H} \varphi', \dots \dots (4)$$

en las cuales se ha despreciado la relacion  $\frac{\eta}{H}$  respecto de  $\frac{\varphi}{f}$ .

Explicadas estas dos cuestiones, de las cuales la una, relativa á los empujes, entrañaba el error de generalizacion que se buscaba, y

la otra, concerniente á las alteraciones de figura, necesitaba de explicacion más clara, se puede plantear la cuestion de equilibrio en el vértice de la columna. El empuje del cable principal, en el tramo cargado con un peso  $p'$ , mayor que  $p$ , por metro lineal, es

$$\frac{p' H^2}{2f} \left( 1 - \frac{\varphi}{f} \right),$$

y en el opuesto, cuya luz ha aumentado y la flecha disminuido,

$$\frac{p H^2}{2f} \left( 1 + \frac{\varphi}{f} \right).$$

El empuje del tirante en el primer tramo será

$$\frac{\sigma H^2}{2f'} \left( 1 - \frac{\varphi'}{f' + \varphi'} \right)$$

y en el segundo

$$\frac{\sigma H^2}{2f'} \left( 1 + \frac{\varphi'}{f' - \varphi'} \right)$$

La resultante horizontal de todas estas fuerzas será la suma de los dos empujes del segundo tramo disminuidos de los del primero,

$$\sigma H^2 \frac{\varphi'}{f'^2 - \varphi'^2} + \frac{1}{2} (p - p') \frac{H^2}{f} + \frac{1}{2} (p + p') H^2 \frac{\varphi}{f^2}.$$

Esta resultante debe tener con el peso  $(p + p' + 2\sigma) H$ , que actúa en la columna, la misma relacion que tiene con la altura  $a$  de esta la desviacion  $\eta$  del vértice, de donde resulta la ecuacion

$$\sigma H \frac{\varphi'}{f'^2 - \varphi'^2} + \frac{1}{2} (p - p') \frac{H}{f} + \frac{1}{2} (p + p') H \frac{\varphi}{f^2} - (p + p' + 2\sigma) \frac{\eta}{a} = 0 \dots \dots (5)$$

El conjunto de las ecuaciones (3), (4) y (5) resuelve el problema por completo, pues dada una de las cuatro cantidades  $\varphi, \varphi', \eta$  y  $\sigma$  se pueden encontrar las otras. Cualquiera de las tres primeras que sea la dada, se pueden hallar las demás por ecuaciones que no pasen del primer grado; pero si se da  $\sigma$ , como en mi citada *Teoria*, la ecuacion (5) hace subir la final al tercer grado, y habrá de resolverse por tanteos. Pero observando que el último término de dicha ecuacion (5), que representa la pequeña desigualdad de los empujes, es insignificante, y que aun se puede despreciar en una primera aproximacion el tercero, que proviene de la variacion de figura de los dos cables principales, queda

$$\frac{\sigma \varphi'}{f'^2 - \varphi'^2} - \frac{1}{2} \frac{(p' - p)}{f} = 0,$$

que es una sencilla ecuacion de segundo grado. Esta ecuacion se hubiera podido establecer directamente no apreciando las variaciones de empuje debidas á la alteracion de figura mas que en los tirantes superiores. De ella puede sacarse un valor de  $\varphi$ , que con las ecuaciones (3) y (4) dará los de  $\eta$  y  $\varphi$ , y sustituyendo estos dos en los términos primeramente despreciados de la fórmula (5), se hallará, por otra ecuacion de segundo grado, el valor definitivo de  $\varphi$ , que conducirá con muy poco trabajo á los de  $\eta$  y  $\varphi$ , y con ellos á las tensiones que resulten en todos los alambres del puente.

Podria proponerse por condicion cualquier circunstancia distinta de las que expresan estas cuatro cantidades; por ejemplo, el aumento de tension que ha de tener un tirante; pero es fácil llevarla á una de ellas, y como quien haya de preparar un proyecto estará bastante familiarizado con las principales fórmulas de los puentes colgados, no creo necesario alargar más este artículo, publicado tan solo en cumplimiento de mi oferta, y correspondiendo al paso á la atenta invitacion que me dirige mi contradictor y amigo D. Eduardo Echegaray.

EDUARDO SAAVEDRA.

## NECROLOGIA.

ILLMO. SR. D. RAMON DEL PINO Y HUET.

LA REVISTA, cumpliendo con uno de los deberes que se ha impuesto desde su creacion, dedica hoy estas breves líneas á dar cuenta de las obras que en su carrera ha dirigido el Ingeniero de Caminos D. Ramon del Pino y Huet, ocupándose al mismo tiempo de algunas particularidades de la vida del que fué para todos los que tuvimos la suerte de trabajar á sus órdenes, al par que inolvidable jefe, consecuente y delicado amigo, para los demás individuos del Cuerpo un escelente compañero, y para el Gobierno un funcionario activo, inteligente y probo.

Don Ramon del Pino y Huet nació en Montevideo, hoy capital de la República Oriental del Uruguay, el dia 17 de diciembre de 1808. Su padre falleció cinco años despues en las luchas que como militar sostuvo contra los que por aquella época defendian la independencia de este Estado, conquistada por cierto al poco tiempo.

En el año de 1813 pasó á España acompañado de su madre, y habiendo esta conseguido ser presentada al rey, obtuvo como recompensa á los servicios de su esposo, el que S. M. se encargase de costear la educacion y carrera de su hijo, gracia que le permitió ingresar en el Real Seminario de Nobles de Vergara. Allí hizo sus primeros estudios, y regresando luego á Madrid, se preparó para seguir la carrera de Ingeniero militar, título que obtuvo luego, empezando su vida oficial como individuo de

tan ilustrado Cuerpo. Por esta época perdió á su madre, quedando desde entonces como tutor del Sr. Pino el Excmo. Sr. D. Antonio Remon Zarco del Valle, quien aconsejándole con insistencia que abandonase su empleo militar para dedicarse al ramo de Obras públicas, le decidió á ingresar en el Cuerpo de Ingenieros de Caminos cuando solo contaba 22 años, esto es, en 1830.

La primera obra de que se le encargó fué la reparacion del puente largo de Aranjuez, ejecutándola con acierto á las órdenes del Director de la misma D. José Cortinez y Espinosa.

En el año siguiente de 1831 fué nombrado Director de la carretera de Madrid á Valencia por las Cabrillas, en la que tuvo á su cargo 1.500 hombres entre presidiarios y trabajadores. Allí se vió obligado á desempeñar, además de trabajos relativos á las obras, un servicio completamente militar para defenderse de las facciones carlistas, que tenian inunda da aquella parte, y libertar de sus ataques á cuantos empleados se hallaban á sus órdenes y á todo el presidio. Esta circunstancia fué causa de que por entonces se fijase su residencia en Buñol, donde tambien instaló á los confinados y á cuanta gente se ocupaba en la carretera, confiriéndole el Capitan General de Valencia, D. Valentin Ferraz, el cargo de comandante de la Milicia Urbana de Buñol y su canton, cargo que desempeñó con el valor y actividad que todos en él reconocian y con la lealtad que tanto le distinguió siempre. Por los grandes servicios que en este puesto prestó á la causa de la Reina, los generales Condes de Almodóvar y de Cuba, así como el Capitan General de Valencia, le dieron las gracias en nombre de S. M. la Reina Gobernadora. Se hizo además de él mencion honorífica por acciones que sostuvo con los rebeldes, habiéndole por último condecorado con la cruz de la Real orden Americana de Isabel la Católica y otras. Esta situacion que, como se deduce fácilmente de lo espuesto, no era nada á propósito para continuar las obras, obligó al Gobierno á retirar el presidio á Valencia y suspenderlas, habiendo por este motivo trasladado el Ingeniero Pino su residencia á dicha capital, donde obtuvo poco tiempo despues de su llegada el título de individuo de la Sociedad de Amigos del País.

En esta época fué cuando terminó tambien el proyecto de la carretera de las Cabrillas, obteniendo del Gobierno por este trabajo una comunicacion bien satisfactoria en 1833.

Desde esta fecha hasta su nombramiento de Inspector ejerció los cargos que sucesivamente vamos á enumerar:

En 26 de diciembre de 1836 fué nombrado Ingeniero Director del puerto de Tarragona y Jefe de Distrito de esta provincia. En ella recibió el título de individuo de la Sociedad Tarraconense de Amigos del País, y á consecuencia del naufragio de la fragata de guerra *La Tribuna*, mereció del Gobierno inglés comunicaciones altamente satisfactorias.