AÑO XV
DE LA PUBLICACION.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.

AÑO V
DE LA SEGUNDA SÉRIE.

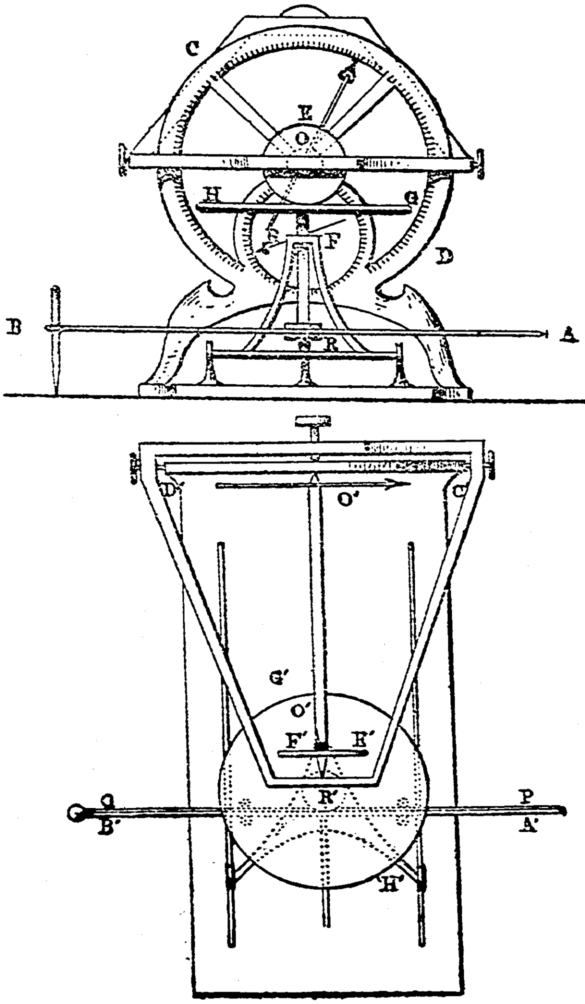
MADRID 1.° DE DICIEMBRE DE 1867.

TOMO XV. NÚM. 23.

PLANÍMETRO DE WETLI Y STARKE.

Varias demostraciones hemos visto del uso del planímetro de Wetli y Starke. Todas nos han parecido poco directas. En el presente artículo nos proponemos presentar una muy breve y al alcance de todas las personas que posean los primeros elementos del cálculo infinitesimal.

Figura 1.ª



Antes de pasar á exponerla, describiremos brevemente el instrumento de que nos ocupamos.

Consta el planímetro de dos partes: una sin movimiento de traslacion; otra con movimientos de traslacion y rotacion simultáneos.

La parte que no se traslada se compone de un limbo vertical fijo (fig. 1.ª) C D, C' D', sobre el que se indican las áreas medidas, y de un eje móvil O, O' O', perpendicular al limbo en su centro. Este eje mueve la aguja que señala las áreas, y lleva en el otro extremo un disco vertical E F, E' F', que es el que la hace girar.

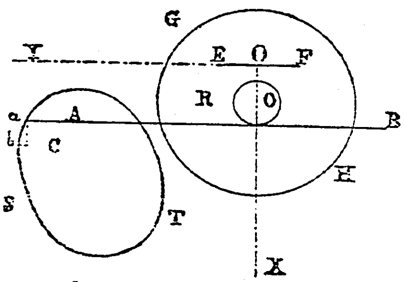
La parte que tiene el doble movimiento de traslacion y rotacion se compone de un platillo horizontal de cristal cubierto con papel de grano, G H, G' H', unido en su centro á un eje vertical R R, R', que le comunica el movimiento de rotacion. El de traslacion se le comunica á mano; pero guiado el platillo por tres carriles, sobre los cuales deslizan las rodajas de tres piés, en que se apoya; este movimiento se verifica de modo que su centro sigue la linea perpendicular al limbo C D en el punto O. El movimiento de rotacion se trasmite al eje R R, R' por medio de una regla A B, A' B', que lleva un hilo de platino P Q; hilo que, partiendo de un extremo de ella, da una vuelta sobre un pequeño tambor montado en el eje, y se sujeta al otro extremo por medio de un tornillo de tension. Esta regla se mantiene siempre horizontal y paralela al plano del limbo, y lleva en su extremo el puntero que recorre el perimetro del área que quiere medirse.

Veamos ahora cómo se usa el instrumento. Colocada la aguja en el cero del limbo, puesta una rueda, de que luego hablaremos, tambien en el cero, y la parte móvil apoyada sobre los tres carriles por las tres rodajas, se lleva el puntero á un punto del perímetro que cierra la superficie que se va á medir, y se hace luego que el disco E F descanse en el platillo G H. Se mueve entónces á mano el puntero, de modo que recorra el perímetro completo del área. Al moverse la regla, su traslacion normal al limbo se trasmite al platillo G H, al mismo tiempo que su movimiento paralelo al limbo se comunica al hilo de platino, que, arrollándose por un extremo y desarrollándose por el otro sobre el eje RR, le hace girar, y con él al platillo G H. Este movimiento de rotacion lo trasmite el platillo al disco E F, E′ F′, que hace girar al eje O, O′ O′, y éste á la aguja, marcando ésta sobre el limbo las áreas, de la manera que luego diremos.

Pasemos á ocuparnos de la relacion que existe entre el movimiento de la aguja sobre el limbo y el área que se trata de medir.

Sea E F (fig. 2.ª) la proyeccion de la línea de contacto del disco vertical giratorio, GH la del platillo, S T el área que va á medirse, A B el hilo que acompaña á la regla móvil y que da una vuelta sobre el tambor R.

Figura 2.ª



Tomemos por ejes coordenados el O Y, prolongacion de la línea E F, y O X, línea que pasa por las proyecciones de los centros del disco vertical, del platillo y del eje vertical. Al recorrer el punzon un elemento $a\ b$ del área, la componente de su movimiento paralelamente al eje O Y será el elemento $b\,c = d\,y$ y su traslacion elemental, y por tanto la del platillo G H será $a\,c = d\,x$.

Designemos ahora por

R el radio de E F:

por r el del tambor:

por x é y las coordenadas del punto a.

Al trasladarse la regla en el sentido A B, el hilo de platino hace girar al tambor y al eje vertical, haciéndole describir una cantidad angular que estará medida por $\frac{d\,y}{r}$, pues el arco desarrollado es la longitud $d\,y$. Esta cantidad angular es precisamente la que describe el platillo que va unido al eje. Resulta de aquí que el punto O del platillo, en contacto con el disco vertical, recorre un arco correspondiente á esta cantidad angular; luego, siendo $x - r$ la distancia de este punto al centro o, el arco recorrido por O será

$$(x - r)\frac{d\,y}{r}.$$

Este mismo arco será el que describa el punto O considerado en el disco vertical, y, siendo su radio R, girará el disco, y por tanto el eje horizontal y la aguja, un ángulo medido por

$$(x - r)\frac{d\,y}{\mathrm{R}\,r} = d\,\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (1)$$

Tal será el elemento del ángulo que describe la aguja, correspondiente á un movimiento elemental del puntero. Cuando éste, despues de recorrer el perímetro, vuelva á la posicion primitiva, la aguja habrá marcado un ángulo dado por la fórmula

$$\alpha = \int_c (x - r)\,\frac{d\,y}{\mathrm{R}\,r} = \frac{1}{\mathrm{R}\,r}\left[\int x\,d\,y - r\int d\,y\right] \quad (2)$$

resultado de integrar la (1).

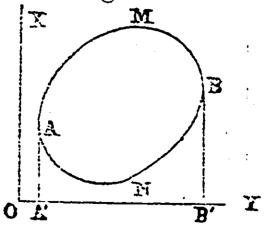
La 2.ª integral del segundo miembro es cero cuando se toma entre dos valores iguales de y: la primera, $\int x\,d\,y$, sabemos que representa el área encerrada en el perímetro recorrido (a). Llamando, pues, S al área buscada, se tiene

$$\mathrm{S} = \mathrm{R}\,r\,\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (3)$$

Es decir, que para obtener el área que se desea, basta multiplicar por el producto de los radios del tambor y del disco el número que expresa, en la circunferencia del radio unidad, la longitud del arco marcado por la aguja en el limbo.

Se comprende que para un instrumento determinado, conocido que sea el producto de los radios, bastará poner en las divisiones del limbo, en vez de grados y minutos, milímetros cuadrados, por ejemplo, que sean los que dé la fórmula (3) para los distintos valores de α (midiendo los radios R y r en milímetros).

Figura 3.ª



(a) Bastará recordar que $\int_{c\,\mathrm{OA}'}^{\mathrm{OB}'} x\,d\,y$ representa el área A M B B′ A′, figura 3.ª, cuando se toma el perímetro superior y que $\int_{c\,\mathrm{OB}'}^{\mathrm{OA}'} x\,d\,y$ representa el área A N B B′ A′ con signo —, cuando se recorre el perímetro inferior.

Las áreas, en los instrumentos de esta clase construidos ya, se indican de diversos modos. En uno de reciente construccion el limbo está dividido solo en su mitad. Esta mitad contiene 100 divisiones, cada una de las cuales indica un décimo de milímetro cuadrado, y que están agrupados de 10 en 10. Por cada vez que la aguja recorre 100 divisiones, se marca una division en una rueda movida por la aguja. Resulta de aquí que el área medida tiene tantos décimos de centímetro cuadrado como divisiones de esta rueda han pasado por un estilo fijo, y además tantos décimos de milímetro como indica el limbo. Supongamos, por ejemplo, que medida el área han pasado 12 divisiones de la rueda, 6 grupos de á 10 divisiones del limbo y dos divisiones más: el área medida será, expresada en centímetros cuadrados,

$$1,^{cm^2}262:$$

en efecto, las dos divisiones equivalen á

$$0,^{cm^2}002,$$

los 6 grupos de á 10 divisiones á

$$0,^{cm^2}06,$$

y las 12 divisiones de la rueda á

$$1,^{cm^2}2:$$

cuya suma es $1,^{cm^2}262$.

Se comprende fácilmente que con este instrumento pueden medirse las áreas por repeticion.

Otros instrumentos de esta clase tienen un sistema de division distinto; pero no debemos insistir en la explicacion de todos ellos, pues la sola inspeccion del aparato basta para deducirla fácilmente.

Advertiremos tambien que las rodajas de apoyo pueden variarse de posicion por medio de tornillos, y tambien puede variarse la del eje horizontal con respecto al limbo. De este modo pueden hacerse en el instrumento las correcciones necesarias para usarlo.

Cualquiera que esté acostumbrado al manejo de instrumentos topográficos conocerá fácilmente el modo de hacer estas correcciones, y cuándo está el instrumento corregido.

Terminaremos diciendo que, á nuestro juicio, el esmero con que está construido y la sencillez de su disposicion, hacen de este aparato uno de los más útiles instrumentos para facilitar al Ingeniero la redaccion de los proyectos, aplicándolo á la cuadratura de los perfiles trasversales.

L. DE R.

NOTAS

sobre las propuestas de modelos de obras de fábrica en los proyectos de ferro-carriles.

—

VI.—Aplicacion de los modelos.

(Conclusion.)

La aplicacion de los modelos, bajo el punto de vista de los resultados económicos, es tan complicada que nos concretaremos en esta nota á indicarla solamente, dejando para personas más competentes formular las reglas generales que deben tenerse presentes para resolver todos los casos particulares del modo más ventajoso.

Por el momento, si comparamos los modelos deducidos con aquellos que más se aproximan en la coleccion oficial, por la altura total en la misma luz, y suponemos de 8.m00 el ancho de la via, tendremos que

En los modelos deducidos, á luces de	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	4.00	5.00
Corresponden alturas totales de. . .	1.50	1.65	1.80	2.10	2.40	2.70	3.00	3.55	4.10
Y en los modelos oficiales alturas de. .	1.30	1.55	1.95	1.95	2.70	2.70	3.25	3.70	4.25
Y teniendo en cuenta las diferencias.	—0.20	—0.10	+0.15	—0.15	+0.30	0.00	+0.25	+0.15	+0.15
Los volúmenes, para igual altura, serán en los modelos. . . deducidos. .	12.52	15.20	19.24	25.90	36.62	43.31	57.38	76.82	109.54
Los volúmenes, para igual altura, serán en los modelos. . . oficiales. . . .	13.71	19.68	31.84	37.43	69.46	84.66	117.21	162.12	205.72
Resultando una diferencia de. . . .	1.19	4.48	12.60	11.53	32.84	41.35	59.83	85.30	96.18