

Llamando  $E'$  al esfuerzo total de tracción disponible con el peso mínimo adherente y el coeficiente de  $\frac{1}{6,5}$ , se deduce el que puede dedicarse al arrastre del tren por la fórmula

$$e = E' - M(s + i)$$

en la que  $e$  representa el esfuerzo disponible para la tracción del tren.

$E'$  lo dicho antes.

$M$  el peso máximo de la máquina y tender en toneladas para las locomotoras con tender separado, y el peso mínimo para las que llevan sus provisiones.

$i$  las milésimas de inclinación.

Dividiendo  $e$  por  $5 + i$ , se obtiene el peso del tren que puede remolcarse en cada inclinación, fijando en 5 kilogramos la resistencia de la tonelada de tren en horizontal.

Por último, dividiendo el número de kilogramos correspondientes á la potencia de la máquina (75 por caballo) por el esfuerzo total de tracción, que permite desarrollar la ad-

herencia de  $\frac{1}{6,5}$ , se deduce la velocidad con que la máquina podrá desarrollar dicho esfuerzo.

No necesitamos advertir á nuestros lectores que los resultados de estos cálculos solo pueden considerarse como una aproximación, suficiente para el objeto que se han propuesto al formar el Estado los autores de la Memoria, y que se reduce á dar una idea de la potencia de las máquinas más poderosas construidas hasta el día, para demostrar la posibilidad de explotar, valiéndose de la locomotora, líneas con inclinaciones muy superiores á las admitidas hasta hoy en España.

## NOTAS

sobre las propuestas de modelos de obras de fábrica en los proyectos de ferro-carriles.

(Continuación.)

### VI.—Aplicación de los modelos.

Vamos á dedicar la primera parte de esta nota á justificar, hasta donde nos sea posible, las dimensiones deducidas para los modelos de obras de fábrica, y ver hasta qué punto pueden ser aplicables sin inconveniente.

Al verificarse el asiento de la obra y del terraplen que la cubre, tienen lugar dos fenómenos que Monsieur Couche ha descrito claramente en su *Memoria* sobre los progresos de las locomotoras, inserta en los *Anales de Minas*, y que consisten: el primero, en que siendo el terraplen mucho más compresible que la obra, al hacer el asiento las tierras adyacentes á ella, tienden á descender más que la columna del terraplen que carga directamente, y producen por su adherencia á esta columna, una sobrecarga sobre la obra: el segundo, tiene lugar cuando la obra cede ligeramente, después que el terraplen ha hecho su asiento, porque se produce una especie de estiramiento entre las moléculas de terraplen, que disminuye la carga sobre la obra, echándola sobre los terraplenes adyacentes.

El tener en cuenta los fenómenos descritos conduciría á aumentar las dimensiones de la obra para el primer caso y disminuirlos para el segundo, pero como ambos son de un efecto limitado y poco durable, haremos abstracción de ellos, siguiendo el ejemplo de Mr. Bernard y otros, que han tratado de las obras cargadas de terraplen, y solo consideraremos el peso de las tierras que directamente sostiene la obra.

Tampoco nos ocuparemos del caso en que los terraplenes se construyen por capas inclinadas, en el cual el efecto máximo del asiento tiene lugar en una resultante que forma con la vertical un ángulo igual á la mitad del que forman las tierras en la descarga, lo cual hace cambiar las condiciones de estabilidad de la obra, porque siempre puede suponerse que ésta se acompaña y cubre de terraplen, levantándolo simultáneamente por ambos lados hasta el trasdos.

Segun las deducciones hechas por Mr. Bernard en su folleto sobre la *estabilidad de las obras destinadas á sostener grandes cargas de terraplen*, el ángulo que forma con la vertical la junta de ruptura de la bóveda, es independiente de la altura de terraplen y de su densidad, esto es, de la carga, y cualquiera que sea ésta, la posición de la junta de ruptura será siempre la misma y representada por la fórmula

$$\cos. \alpha = \frac{2K+1}{K+2} + \sqrt{\left(\frac{2K+1}{K+2}\right)^2 - 1 + \frac{K-1}{4-K} \cdot \frac{2 \operatorname{tang.}^2 \frac{1}{2} \phi}{1 - \operatorname{tang.}^2 \frac{1}{2} \phi}}$$

en cuya fórmula

$\alpha$  = ángulo de la junta de ruptura con la vertical,

$\phi$  = ángulo del talud natural de las tierras con la vertical,

$$K = \frac{R'}{R}, \quad R' = \text{radio del trasdos}, \quad R = \text{radio del intrados.}$$

Para los modelos deducidos, esta fórmula da ángulos de ruptura que varían de 50.° á 70.°, según que para el radio de trasdos se tome la distancia de la curva al centro, en la clave ó en el arranque, y según la luz de las obras, y se aproximan todos á 60.°, tomando como radio de trasdos el que corresponde á la junta de ruptura, deducida con la distancia al centro, desde el trasdos en la clave.

Para facilitar los cálculos de los modelos deducidos tomaremos, como ángulo de la junta de ruptura en todos los modelos el de 60.°, como ángulo del talud natural de las tierras con la vertical 45.°, y admitiremos que cuando la bóveda se halla en equilibrio las resultantes de las fuerzas pasan al tercio de la junta de ruptura hácia el intrados, al tercio de la junta de la clave hácia el trasdos.

La presión ejercida contra una superficie vertical por un terraplen se expresa por

$$d \frac{T^2}{2} \operatorname{tang.}^2 \frac{2}{3} \phi,$$

en cuya expresión

$d$  = densidad de las tierras,  $T$  = altura de terraplen;

y la presión ejercida sobre una superficie horizontal será

$$d B T,$$

llamando

$B$  = la base cargada.

El peso de la columna de tierra, que carga sobre la dovela comprendida entre la clave y la junta de ruptura, es

$$T d (R + E'') \operatorname{sen.} \alpha,$$

siendo

$E''$  = espesor de la junta de ruptura.

El brazo de palanca de esa columna de tierra es

$$\left( \frac{R + E''}{2} - \frac{2}{3} E'' \right) \operatorname{sen.} \alpha;$$

de modo que la presión será el producto de los dos factores, y para que haya equilibrio se deberá tener

$$T d (R + E'') \operatorname{sen.}^2 \alpha \left( \frac{R + E''}{2} - \frac{2}{3} E'' \right) = P \left( (R + E) - \left( R + \frac{E''}{3} \right) \cos. \alpha - \frac{E}{3} \right).$$

esto es, la presión igual á la fuerza  $P$ , multiplicada por su brazo de palanca, siendo

$P$  = presión horizontal en la clave debida á la acción vertical de las tierras que cargan sobre la dovela,

$E$  = espesor de la bóveda en la clave.

De la anterior igualdad se deduce

$$P = \frac{T d (R + E'') \operatorname{sen.}^2 \alpha \left( \frac{3R - E''}{6} \right)}{\left( R + E \right) - \left( R + \frac{E''}{3} \right) \cos. \alpha - \frac{E}{3}}.$$

La presión lateral de las tierras se expresará por

$$T d \operatorname{tang.}^2 \frac{1}{2} \phi \left( (R + E) - \left( R + \frac{E''}{3} \right) \cos. \alpha \right),$$

y su brazo de palanca por

$$(R + E) - \left(R + \frac{E''}{3}\right) \cos. \alpha - \frac{R + E}{2} + \frac{R + E''}{2} \cos. \alpha,$$

y en el caso de equilibrio se tendrá

$$T d \operatorname{tang.}^2 \frac{1}{2} \epsilon \left[ (R + E) - (R + E'') \cos. \alpha \right] \left[ (R + E) - \left(R + \frac{E''}{3}\right) \cos. \alpha - \frac{R + E}{2} + \frac{R + E''}{2} \cos. \alpha \right] \\ = P' \left( (R + E) - \left(R + \frac{E''}{3} \cos. \alpha - \frac{E}{3}\right) \right);$$

esto es, la presión lateral multiplicada por su brazo de palanca, igual á la fuerza  $P'$ , multiplicada por su respectivo brazo de palanca, que es el mismo que el de la fuerza  $P$ , siendo en esta última igualdad  $P'$  = la presión horizontal en la clave debida á la presión lateral de las tierras.

La presión total en la clave deberá ser

$$P + P' = T d \frac{(R + E'') \operatorname{sen.}^2 \alpha \left(\frac{3R - E''}{6}\right) + \operatorname{tang.}^2 \frac{1}{2} \epsilon \left[ (R + E) - (R + E'') \cos. \alpha \right] \left[ (R + E) - \left(R + \frac{E''}{3} \cos. \alpha - \frac{E}{3}\right) \right]}{(R + E) - \left(R + \frac{E''}{3}\right) \cos. \alpha - \frac{E}{3}}$$

En cuanto á la presión en la junta de ruptura, que es justamente la resultante de la carga vertical y de la presión horizontal, tendremos

$$P'' = T d (R + E'') \sqrt{\operatorname{sen.}^2 \alpha + \left[ \frac{\left(\frac{R + E''}{2} - \frac{2}{3} E''\right) \operatorname{sen.}^2 \alpha}{(R + E) - \left(R + \frac{E''}{3}\right) \cos. \alpha - \frac{E}{3}} \right]^2},$$

en cuya fórmula

$P''$  = la presión en la junta de ruptura.

Una vez conocidas las presiones totales en la clave y en la junta de ruptura, es fácil deducir el trabajo del material en aquellos puntos; en efecto, pasando la resultante á un tercio del espesor, hácia el trasdos en la clave y hácia el intrados en la junta de ruptura, la presión sobre el primer tercio será igual á dos veces la presión media, lo cual da las relaciones

$$Q = \frac{2(P + P')}{E}, \quad Q' = \frac{2P''}{E''},$$

en las cuales

$Q$  y  $Q'$  = trabajo del material en la clave y junta de ruptura, respectivamente.

De estas expresiones se pueden deducir los espesores que deben tener las bóvedas en las claves y en los riñones, para valores determinados de  $Q$  y  $Q'$ , que serán

$$E = \frac{2(P + P')}{Q}, \quad E'' = \frac{2P''}{Q'},$$

y si, observando que los valores de  $P + P'$  y de  $P''$  tienen igual un factor  $T d$  que es la carga, hacemos

$$P + P' = T d M, \quad P'' = T d M',$$

tendremos

$$E = \frac{2 T d M}{Q}, \quad E'' = \frac{2 T d M'}{Q'},$$

de donde se deduce

$$T = \frac{E Q}{2 d M}, \quad T = \frac{E'' Q'}{2 d M'},$$

fórmulas que permiten calcular la altura de terraplen con que puede cargarse una obra, conociendo los valores de  $Q$  y  $E$  y de  $Q'$  y  $E''$ .

Para examinar las condiciones de estabilidad de los estribos, podemos considerarlos como formando un todo con la bóveda y sometidos, por una parte, á la presión horizontal  $P + P'$  con su brazo de palanca

$$R + E + H,$$

siendo

$H$  = altura del estribo;

y por otra parte, á dos fuerzas obrando en sentido contrario, la una que es la carga sobre la dovela y sobre el estribo, y puede representarse por

$$T d (E' + R),$$

siendo

$E'$  = espesor de los estribos,

y que tendrá por brazo de palanca

$$\frac{E' + R}{2},$$

la otra, que es la presión lateral de las tierras, será igual á

$$T d \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \phi (H + R + E)$$

y tendrá por brazo de palanca

$$\frac{H + R + E}{2};$$

de modo que la ecuación de equilibrio será:

$$(P + P') (H + R + E) = \frac{(E' + R)^2}{2} T d + \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \phi \cdot \frac{(H + R + E)^2}{2} T d,$$

de la cual se deduce:

$$E' = -R \pm \sqrt{\frac{(P + P') (R + H + E) - \frac{\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \phi}{2} (R + H + E)^2 T d}{T d}}$$

Debemos observar que hemos hecho abstracción del peso de la dovela y de los trenes para el cálculo del trabajo de la bóveda, porque aun suponiéndolos equivalentes á un metro de carga de terraplen, influirían poco en los resultados; la altura de un metro de terraplen es suficiente para compensar en los cálculos aquel peso, pues puede suponerse que la bóveda equivale á setenta centímetros, y que los trenes de locomotoras del peso de cuatro toneladas por metro lineal, distribuido uniformemente sobre la bóveda, por intermedio de la capa de terraplen, entre ocho metros que tenga el ancho de la explanación á lo ménos, equivaldría á media tonelada por metro cuadrado, ó sea á treinta centímetros de terraplen.

En el cálculo de los estribos se ha hecho igualmente abstracción del peso propio de los muros, del de la bóveda y de la presión lateral del terraplen, porque habiéndose considerado solamente el caso de que el estribo gire alrededor de la arista exterior é inferior, esas fuerzas trabajarían en favor de su estabilidad.

Respecto á la carga sobre el estribo y trabajo del mismo, serán:

$$P''' = T d (R + E') \quad \text{y} \quad Q'' = \frac{T d (R + E')}{E'}$$

en que  $P'''$  = carga total sobre el estribo y  $Q''$  = presión por unidad de superficie que sostiene.

Aplicando las fórmulas deducidas á las dimensiones de las obras de fábrica que creemos deben proponerse, resultaría:

Ponton de 5.00 de luz con 10 metros de carga de terraplen

$$R = 2.50 \quad E = 1.05 \quad E' = 2.20 \quad E'' = 1.80$$

$$\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \phi = 0.17 \quad \operatorname{sen} \alpha = 0.707 \quad \operatorname{cos} \alpha = 0.50$$

y nos resultará:

$$\begin{array}{ll} P + P' = 31.500 \text{ kg.} & Q = 60.000 \\ P'' = 45.150 & Q' = 50.166 \\ P''' = 63.000 & Q'' = 28.636 \end{array}$$

Se ve, pues, que en el modelo de 5.<sup>m</sup>00 de luz la clave trabajaría á 6 kg. por centimetro cuadrado, la junta de ruptura á 5.25, y el estribo en el arranque á 2.86; trabajos que están bastante en armonia con los á que se someten los materiales, que en la bóveda es el ladrillo y en los estribos la mampostería, generalmente ejecutada con ménos esmero.

Aplicando á los datos de este modelo las tablas calculadas por Mr. Bernard, resultaría:

$K = 1.42$  y tendríamos:

$$\begin{array}{ll} P + P' = 26.142 \text{ kg.} & Q = 49.794 \\ P'' = 47.318 & Q' = 52.575 \end{array}$$

resultados bastante aproximados á los que hemos deducido y que difieren de los nuestros porque él supone una bóveda tradosada paralelamente con el espesor de la junta de ruptura.

Las mismas tablas dan para el espesor de la clave 1.<sup>m</sup>01, sensiblemente igual al propuesto y para los estribos 2.<sup>m</sup>94, que es bastante superior al del modelo deducido, en razon á que Mr. Bernard supone ese espesor bueno para 5.<sup>m</sup>25 de altura en el estribo y 17.<sup>m</sup>00 de carga de terraplen.

Haciendo igual aplicacion al modelo de alcantarilla de 2.<sup>m</sup>00 de luz con 5.<sup>m</sup>00 de carga de terraplen,

$$R = 1.00 \quad E = 0.45 \quad E' = 0.90E'' = 0.65$$

$$\text{tang.}^2 \frac{1}{2} \phi = 0.17 \quad \text{sen. } \alpha = 0.707 \quad \text{cos. } \alpha = 0.50,$$

obtendremos:

$$\begin{array}{ll} P + P' = 3.900 & Q = 17.333 \\ P'' = 9.471 & Q' = 29.142 \\ P''' = 13.300 & Q'' = 14.666 \end{array}$$

y aplicando las tablas de Mr. Bernard con  $K = 1.45$

$$\begin{array}{ll} P + P' = 1.375 & Q = 19.444 \\ P'' = 9.656 & Q' = 21.458 \end{array}$$

de cuyos resultados, que conserva la misma armonia que los que dió la obra de 5.<sup>m</sup>00, se deduce comparándolos con éstos, que relativamente las obras pequeñas son mucho más sólidas, es decir que las mamposterías trabajan ménos, en compensacion de las condiciones muy inferiores en que se hallan generalmente para sostener el trabajo los muros de pequeñas dimensiones.

La aplicacion de las fórmulas á los demás modelos, daría resultados análogos, que prueban que el trabajo exigido á las obras es muy pequeño y casi todos los materiales que ordinariamente se emplean pueden soportarlo con toda seguridad.

(Se concluirá.)

EDUARDO PELAYO.

## BIBLIOGRAFÍA.

GIRARD.—Le Chemin de fer glissant à propulsion hydraulique; par L. D. Girard, ingénieur civil. In-12.<sup>o</sup>, 71 pages. Paris, imp. et lib. Gauthier-Villars.

PELLETIER.—Tarif des prix de règlement des travaux de treillages et de rustiques; par M. J. Pelletier, vérificateur spécial des travaux de treillages et de rustiques, revu et augmenté par M. A. Tricotel, constructeur de treillages et de travaux rustiques. Edition de 1867. In-4.<sup>o</sup>, 13 p. Paris, imp. Cosse et Dumaine; lib. Cosse, Marchal et C.<sup>e</sup> 2 fr.

LAFFINEUR.—Traité de la construction des roues hydrauliques, comprenant tous les systèmes de roues en usage, les renseignements pratiques sur les dimensions à adopter pour les arbres tournants, les tourillons, les bras des roues hydrauliques, etc. Ouvrage accompagné de nombreux tableaux et de 8 pl.; par Jules Laffineur, ingénieur civil. In-18 Jésus; 146 pages. Corbeil, imp. Crété; Paris, lib. E. Lacroix.

Propagateur (le) des travaux en fer. Guide spécial du producteur, de l'ingénieur, de l'architecte, de l'entrepreneur, du commerçant et du représentant des forges et usines, publié sous le patronage du comité des forges de France. N.<sup>o</sup> 1. Janvier 1867. In-4.<sup>o</sup> à 3 col., 16 p. Paris, imp. P. Dupont, 68, rue de Provence. Abonnement: 15 fr. par an pour toute la France. Etranger, le port en sus. La livraison, 1 fr. 50 c.

FLEURY.—Nouvelle théorie des fonctions qui se présentent sous une forme dite indéterminée; précédée de la démonstration d'une erreur fondamentale qui existe dans la théorie ordinaire; par Henri Fleury, chef d'institution. In-8.<sup>o</sup>, 44 p. Saint-Etienne, imp. Montagny; Paris, lib. Noblet et Baudry.

MARIE-DAVY.—Principes de mécanique, par H. Marié-Davy, astronome. Ouvrage rédigé conformément aux programmes officiels de 1866 pour l'enseignement secondaire spécial (cours de 1.<sup>re</sup> année). In-12.<sup>o</sup>, 264 p. Paris, imp. Lahure; libr. L. Hachette et C.<sup>e</sup> 2 fr. 50 c.

Carte générale des voies de communication de la France et des Etats limitrophes. Gravée par Ch.