

COSTE DE UN KILÓMETRO DE VIA con carriles del Sistema Vignolles de peso 37 kilogramos por metro, clavados directamente sobre traviesas de madera á una distancia media de 0^m,888.

		PESO		PRECIO	VALOR TOTAL
		UNITARIO	TOTAL		
		Kilogs.	Toneladas	Rs. vn.	Rs. vd.
2000	Metros, barras carriles.	37.	74.	900	66.600
250	Pares planchas de union.	7,80	1,950	4,200	2 540
1000	Tornillos con sus tuercas para las planchas de union.	0,55	0,550	1,900	665
4500	Clavos de gancho.	0,50	1,550	1,500	2.025
1125	Traviesas de madera ó sean 119,07 metros cúbicos á	"	"	220	26.195
1521	Metros cúbicos de balasto á	"	"	10	15.210
	Arreglo de las traviesas para el asiento de los carriles y colocacion de la via.	"	"	"	2.400
	TOTAL.				115.455

COSTE DE UN KILÓMETRO DE VIA con carriles Vignolles ó doble T, de peso 51 kilogramos por metro sólidamente afianzadas sobre cojinetes de fundicion y durmientes de madera segun el sistema propuesto por D. Miguel de Bergue.

		PESO		PRECIO	VATOR TOTAL
		UNITARIO	TOTAL		
		Kilogs.	Toneladas	Rs. vn.	Rs. vn.
2.000,00	Metros, barras carriles.	51,00	62,000	900	55.800
250,00	Pares planchas de union.	6,60	1,650	1,200	1.980
1.000,00	Tornillos con sus tuercas para las planchas de union.	0,55	0,550	1,900	665
1.250,00	Cojinetes sencillos de fundicion.	5,00	6,250	800	5.000
1.250,00	Cojinetes para travesaños.	6,40	8,000	800	6.400
625,00	Travesaños de hierro dulce.	15,40	8,375	900	7.538
2.500,00	Afianzadores de fundicion.	0,60	1,500	800	1.200
2.500,00	Tornillos con sus tuercas para los mismos.	0,52	0,800	1,900	1.520
5.000,00	Tornillos de rosca de lima para los cojinetes.	0,25	1,250	1,900	2.375
1.250,00	Remaches para los travesaños.	0,18	0,225	1,600	560
1.250,00	Durmientes de madera ó sean 55,55 metros cúbicos.	"	"	200	10.710
	Metros cúbicos de balasto.	"	"	10	11.065
1.106,50	Colocacion de la via.	"	"	"	2.100
	TOTAL.				106.715

DE LA CUADRATURA DE LOS POLÍGONOS. vemos que es de la forma

(Continuacion.)

§ 5.º

Aplicacion de la fórmula.

20 Un término cualquiera de la fórmula

$$A \times B \times \text{sen. } C$$

—tomando el logaritmo

$$\log. (A \times B \times \text{sen. } C) = \log. A + \log. B + \log. \text{sen. } C$$

hecha la suma de los tres logaritmos si se busca el número correspondiente se podrá establecer la igualdad

$$A \times B \times \text{sen. } C = N.$$

El signo del número N resulta del término correspondiente indicado por la fórmula y del signo del seno del ángulo C. Si los dos signos son iguales el número N es evidentemente positivo y si son contrarios negativo.

Determinado el valor numérico correspondiente á todos los términos de la fórmula é indicando por $N_1 N_2 N_3 \dots$ los números positivos y por $N'_1 N'_2 N'_3 \dots$ los negativos, la fórmula se reducirá á

$$2S_n = (N_1 + N_2 + N_3 \dots) - (N'_1 + N'_2 + N'_3 \dots)$$

21 Resulta frecuentemente en las explicaciones de esta fórmula, como se ha visto en los números 11, 13, 15, el determinar el seno del ángulo que sobrepase á 90° . Estendiéndose la tabla logaritmica de los senos de 0° á 90° , resulta el problema de reducir el ángulo mayor de 90° á uno comprendido entre 0° y 90° , tal que su seno sea igual al seno del ángulo dado ó se diferencie solamente en su signo.

Por ejemplo si debe reducirse el ángulo $874^\circ 47' 54''$ á otro x comprendido entre 0° y 90° tal que se tenga prescindiendo del signo

$$\text{sen. } (874^\circ 47' 54'') = \text{sen. } x$$

Estableciendo el origen de los arcos en A (fig. 11) se recorrerá tantas veces la circunferencia á partir de ese punto hasta que se llegue á contar $874^\circ 47' 54''$. Recorrida dos veces toda la circunferencia se tendrá 720° , recorriendo aun un cuarto de circunferencia se tendrá 810° y recorriendo aun $64^\circ 47' 54''$ se llegará al punto B.

Unido este punto con el centro del círculo se tiene el ángulo AOB de $874^\circ 47' 54''$. La perpendicular BC bajada sobre el diámetro que pasa por el origen de los arcos es el seno del ángulo de $874^\circ 47' 54''$ pero la línea BC y el

seno del ángulo de $25^\circ 12' 26''$ que es el complemento de BOB luego

$$\text{sen. } (874^\circ 47' 54'') = \text{sen. } (25^\circ 12' 26'')$$

$$\text{luego } x = 25^\circ 12' 26''$$

22 Para evitar este razonamiento cada vez que se trate de reducir un ángulo mayor de 90° á otro comprendido entre 0° y 90° de seno igual al propuesto, se ha formado una tabla de todos los ángulos que tienen el mismo seno.

En la primera columna se encuentran los ángulos variando de grado en grado desde 0° á 90° y en la segunda columna correspondiéndose en línea horizontal el ángulo cuyo seno es igual al de la primera columna.

A la cabeza y al pié de cada columna se ha indicado el signo del seno del ángulo igual.

Así por ejemplo se tiene en la tabla

$$\text{sen. } (985^\circ) = -\text{sen. } (85^\circ)$$

$$\text{sen. } (821^\circ) = \text{sen. } (79^\circ)$$

Si el ángulo dado fuese expresado en grados y minutos, para reducirse al ángulo de 0° á 90° de seno igual al dado conviene distinguir dos casos. En la tabla crecen los grados de las columnas 1.ª 5.ª... y decrecen en la 2.ª 4.ª 6.ª... si el número de minutos es menor que $45'$ se toma para el ángulo del mismo seno el que corresponde en la primera columna á la misma horizontal en donde está el ángulo dado, aumentándolo el número de minutos, si el número de minutos es mayor de $45'$ entonces para ángulo correspondiente al mismo seno el que está en la primera columna y corresponde á la línea horizontal de un ángulo de un grado mas, aumentándose los números que resulten de restar de $60'$ los que se han dado.

Sea por ejemplo

$$\text{sen } (445^\circ 37') = \text{sen. } (83^\circ 37')$$

$$\text{sen. } (704^\circ 55') = -(\text{sen. } 15^\circ 5')$$

si tiene minutos y segundos

$$\text{sen. } (264^{\circ}51'24'') = -\text{sen. } (84^{\circ}51'24'')$$

$$\text{sen. } (829^{\circ}45'52'') = \text{sen. } (70^{\circ}14'28'')$$

23 *Ejemplo 2.º* Supongamos se ha determinado exactamente el perimetro de una superficie cuadrilátera y cuyos lados expresados en metros sean

$$a_1 = 978,994 \quad a_2 = 1033,01 \quad a_3 = 545,046 \quad a_4 = 468,685$$

y los ángulos que entran en la fórmula

$$\alpha_1 = 45^{\circ}55'48'' \quad \alpha_2 = 226^{\circ}22'28''$$

se trata de determinar el área del cuadrilátero.

La fórmula general para el cuadrilátero es

$$2 S_4 = a_1 a_2 \text{sen. } \alpha_1 + a_3 a_4 \text{sen. } \alpha_2$$

tomando el logaritmo del primer término será

$$\log. a_1 a_2 \text{sen. } \alpha_1 = \log. a_1 + \log. a_2 + \log. \text{sen. } \alpha_1$$

sustituyendo los valores particulares y sumando los tres logaritmos

$$\log. a_1 = \log. 978,994 \dots \dots \dots = 2,990.7787$$

$$\log. a_2 = \log. 1036,01. \dots \dots \dots = 3,015.5640$$

$$\log. \text{sen. } \alpha_1 = \log. \text{sen. } (45^{\circ}55'48'') \dots = 9,858.5175$$

$$15,844.4602$$

el número correspondiente á este logaritmo es 698972,80;

tomando el logaritmo del segundo término

$$\log. a_3 a_4 \text{sen. } \alpha_2 = \log. a_3 + \log. a_4 + \log. \text{sen. } \alpha_2$$

y sustituyendo los valores particulares advirtiéndose que

$$\text{sen. } (226^{\circ}22'28'') = -\text{sen. } (46^{\circ}22'28'')$$

tendremos, prescindiendo de signo

$$\log. a_3 = \log. 545,046 \dots \dots \dots = 2,537.8770$$

$$\log. a_4 = \log. 468,685 \dots \dots \dots = 2,670.8792$$

$$\log. \text{sen. } \alpha_2 = \log. \text{sen. } (46^{\circ}22'28'') \dots = 9,859.6571$$

$$15,068.4133$$

el número correspondiente á este logaritmo es 117061,50 y siendo negativo de signo, será

$$2 S_4 = 698972,80 - 117061,50$$

De donde el área del cuadrilátero propuesto tiene 290955,75 metros cuadrados.

24. *Ejemplo 3.º* Determinar el área del pentágono cuyos lados son

$$a_1 = 478,75 \quad a_2 = 629,97 \quad a_3 = 409,4874 \quad a_4 = 259,565 \quad a_5 = 414,5925$$

cuyos lados omitiendo los dos que no entran en la fórmula son

$$\alpha_1 = 100^\circ 52' 52'' \quad \alpha_3 = 210^\circ \quad \alpha_4 = 90^\circ$$

La fórmula expresando el área del pentágono es

$$2 S_5 = a_1 a_2 \text{ sen. } \alpha_1 + \Sigma_3 a_x a_{x+1} \text{ sen. } \alpha_x - a_5 a_5 \text{ sen. } (\alpha_3 + \alpha_4)$$

Para que el cálculo salga mas uniforme dispongo verticalmente los tres factores del segundo término, dejando un espacio entre factor y factor omito para abreviar el signo seno en los factores sen. α_1 sen. α_3 sen. α_5 y escribo solamente el ángulo del cual se sobreentenderá que hay que tomar el seno. Reduzco con la tabla los ángulos mayores de 90° a sus corres-

pondientes entre 0° y 90° . Tomo los logaritmos de los tres factores, se suma y saco el número correspondiente. Los números correspondientes a los términos positivos los escribo en una columna y en otra los que corresponden a los términos negativos. Se suman los números de las dos columnas y su diferencia representa el área del polígono dado.

Datos.	Indicacion.	Logaritmos.	N.º positivo.	N.º negativo.
$a_1 = 478,75$ $a_2 = 629,97$ $\alpha_1 = 100^\circ 52' 52''$	corr. $79^\circ 27' 27'',5$	2,6800906 2,7995199 9,9926064		
		5,4720169	296494,60	
$a_5 = 409,4874$ $a_4 = 259,565$ $\alpha_5 = 210^\circ$	corr 50°	2,6122405 2,5790607 9,6989700		
		4,6902712		49008,47
$a_4 = 259,565$ $a_5 = 414,5925$ $\alpha_4 = 90^\circ$		2,5790607 2,6176212 0,0000000		
		4,9966819	99258,89	
$a_5 = 409,4874$ $a_5 = 414,5925$ $\alpha_5 + \alpha_4 = 300^\circ$	corr. 60°	2,6122405 2,6176212 9,9575506		
		5,1675925	147025,40	
		Sumas.	542758,89 49008,47	49008,47
		$2 S_5 =$	495750,42	
		$S_5 =$	246875,21	

Esta es el área del polígono en metros cuadrados.

Traducido del *Giornale dell'Ingegnere Architetto ed agronomo*.

(Se continuará).

MIGUEL CERVANTES.