

de los chaflanes, puesto que en la hipótesis de la objecion quedaria en cada encrucijada una superficie menguada, insuficiente para responder á todos los servicios que de derecho y de justicia pueden y deben imponerse. No obstante, despues de haberlo meditado hay que convencerse de que el argumento era mas especioso que sólido. Si todos los servicios debiesen ser atendidos y satisfechas todas las necesidades simultáneamente, entonces el argumento estaria en su lugar, y seria necesario dar á las encrucijadas toda la estension que fuese indispensable para el indicado objeto, sin consideracion de ningun género, porque ninguna debe tenerse cuando se trata de satisfacer las necesidades públicas. Mas no es así. Las necesidades públicas no se acumulan todas en un mismo sitio ni á una misma hora, sino que se estienden por toda la poblacion y se presentan á horas diferentes; tampoco deben pues acumularse los medios de satisfacerlas, sino que por el contrario deberán irse distribuyendo entre varias encrucijadas, de suerte, no obstante, que esté al alcance de los vecinos y transeuntes sin verse en la precision de recorrer grandes distancias. En este particular no cabe prefiar reglas, y como este importantísimo ramo del servicio público ha de estar al cuidado de la administracion municipal, esta en su reconocida prudencia y con el conocimiento que debe suponersele de las necesidades locales, sabrá distribuir convenientemente entre varias encrucijadas los medios de atenderlas sin molestia del vecindario.

De suerte que gracias á esta solucion quedan en perfecta armonia todas las necesidades é intereses públicos y privados, los del vecindario estante y los del transeunte, y tanto los del movimiento pedestre como los del ecuestre y rodado.

ILDEFONSO CERDÁ.

NOTA SOBRE LA ELEVACION DE LA BARRA EXTERIOR EN LAS CURVAS

PARA DESTRUIR LA ACCION DE LA FUERZA

centrífuga

PRODUCIDA POR LA VELOCIDAD DE LOS TRENES.

«Todo cuerpo persevera en estado de reposo ó de movimiento uniforme en la línea recta en que se encuentra, á menos que una causa estraña operando sobre él le obligue á cambiar de estado.» (NEWTON, 1.ª ley del movimiento.)

Todo cuerpo no puede por sí cambiar su estado de movimiento mientras una causa estraña no le desvie del que tiene y en el cual tiende á permanecer. Así puede esplicarse que el movimiento de un cuerpo se acelera ó retarda por influencias independientes de él. La ley fundamental que Newton manifiesta, dá á conocer que si la causa que puede producir la variacion desaparece, el movimiento pasa á ser uniforme; y si en el movimiento curvilíneo el motivo que hizo cambiar la direccion del cuerpo se destruye, este continuará su camino segun el último elemento curvilíneo, y por consiguiente sobre la línea tangente.

El esfuerzo que varia el estado de un cuerpo, ya para darle accion, ya para dejarlo en reposo, es lo que llamamos fuerza, y de las distintas que se consideran concretaremos el análisis á las que conocemos como *fuerzas centrales* influyentes y producidas por la velocidad de los trenes en los caminos de hierro, al pasar sobre las partes curvas.

Cuando un cuerpo gira libremente al rededor de un eje se halla sometido á dos fuerzas centrales, una llamada *centripeta* y la otra *centrifuga*, ambas iguales y directamente opuestas.

Llamamos fuerza centripeta la que ejerce su accion para atraer el cuerpo hácia el eje, igual y directamente opuesta á la centrifuga, que tiende por el contrario á separarle del centro donde gira (1).

(1) Teoría conocida y descrita por el célebre matemático Cristiano Huyghens, de nacion holandés, en su obra llamada *Horologium oscillatorium* pág. 1673.

Si suponemos que un cuerpo P describe un arco de radio R con una velocidad circular V, la fuerza que lo sostiene sobre la curva con intensidad y resistencia, es la de inercia que como todas puede espresarse numéricamente. Y como es evidente que no pudiéndose modificar por sí propia ni su dirección, ni la velocidad adquirida, recorrerá siempre espacios iguales X, en tiempos T iguales; su movimiento uniforme podrá espresarse por las relaciones

$$F = \frac{X}{T} \quad X = FT \quad T = \frac{X}{F}$$

Si en el curso del movimiento en un instante dt el cuerpo P se hallare libre, en virtud de su inercia marcharía según la línea recta que indicase el último elemento de la curva de giro con el movimiento uniforme que se deduce en la anterior expresión. Su velocidad en metros por segundo sería el cociente de un número n de metros que recorrería en un tiempo t , dividido por este número t , siendo la ecuación general en esta clase de movimiento el cociente $\frac{dn}{dt}$ y tendríamos que $F = \frac{dn}{dt}$ de donde $dn = F dt$, $dt = \frac{dn}{F}$.

Pero supongamos que al recorrer el cuerpo sobre el último elemento de la curva, con la velocidad inicial adquirida, otra fuerza C central le obliga á marchar sobre el arco de giro sn , de la circunferencia primitiva, en el mismo tiempo dt y en un espacio igual á la tangente; esta fuerza C que es la centripeta deberá tener tal intensidad que haga recorrer al cuerpo P el seno verso sv del arco sn , considerando la semicuerda igual y paralela á la tangente de salida del móvil P, ó sea el seno del arco recorrido.

Es decir, que si una fuerza F opera sucesivamente sobre dos cuerpos de pesos distintos, le imprime en el elemento de tiempo dt los acrecimientos de velocidad dn , dn' que están en razón inversa de los pesos P P'

$$C = \frac{P}{g} \cdot \frac{2(Ap)}{dt^2}$$

Sabemos por geometría (1) que si desde un

(1) De Cortázar.

punto dado en la circunferencia se tira una perpendicular á un diámetro y desde dicho punto se tiran las cuerdas á los extremos del diámetro: 1.º, cada cuerda es media proporcional entre el diámetro y el segmento adyacente á dicha cuerda; y 2.º, los cuadrados de las cuerdas son proporcionales á los segmentos del diámetro.

De manera que en un arco elemental sn , su seno verso sv y el diámetro $2R$ del círculo tienen entre sí la relación

$$sv : sn :: sn : 2R \text{ ó sea } sv = \frac{V^2 d l^2}{2R}$$

resultando para el valor de F

$$F = \frac{P V^2}{g R} \text{ en kilogramos} = -\frac{P}{g} \omega^2 R$$

introduciendo la velocidad angular ω del móvil, ó el arco de un metro de radio que describiría en virtud de su velocidad $V = \omega R$.

Quando el plano de la curva descrita fuese vertical, y en la hipótesis que al peso P le sujeta un hilo á partir del centro del círculo, la tensión de ese hilo sería evidentemente la resultante de la fuerza centrífuga y de la componente normal á la curva. Suponiendo á V constante y α el ángulo agudo variable del elemento del círculo con la dirección de la vertical, la tensión del hilo sería

$$\frac{P V^2}{g R} - P \sin \alpha = P \left(\frac{V^2}{g R} - \sin \alpha \right)$$

mientras el móvil describiera el semicírculo superior, y

$$\frac{P V^2}{g R} + P \sin \alpha = P \left(\frac{V^2}{g R} + \sin \alpha \right)$$

al describir el inferior; cuyas tensiones se verifican respectivamente en aquellos puntos relacionados con el diámetro, y en los cuales $\alpha = 90^\circ$ y $\sin \alpha = 1$.

Conocidos los anteriores elementos, y tomando la expresión algebraica $F = \frac{P V^2}{g R}$ como representativa de la fuerza centrífuga, en la cual P = peso del cuerpo; V, su velocidad en metros por segundo; R = radio de la curva; y $g = 9,8$ acción de la gravedad en Madrid, tendríamos

$$F = \frac{50.000k \times 12^m \times 12^m}{9,8 \times 280} = 1.574,4^k 74$$

De modo que $1.574^k,74$ será la fuerza centrífuga que tiende á proyectar el peso de 50.000^k fuera de la curva, pero esta fuerza en parte se destruye por la forma cónica que tiene la llanta de la rueda, cuya circunstancia le permite tomar un juego á derecha é izquierda próximamente de $0^m,015$ al caminar sobre la curva, aumentando el diámetro de la rueda que obra en la barra exterior y disminuyendo el de la opuesta. La fuerza centripeta se engendra por efecto de la conicidad que tiene la rueda, y por consiguiente, como al rodar sobre las barras, con la desviación lateral que conocemos, hacen las generatrices de los conos que se forman desiguales; las resultantes de las fuerzas llegan á equilibrarse según las condiciones de la velocidad y del aumento de los diámetros de la cual dependen.

Conceptuando variable la longitud del eje del cono que por la forma de la rueda se proyecta, y admitiendo el aumento ó disminución en los diámetros al efectuarse el giro, claro es que los vértices de esos conos serán variables también. Si tomamos un término medio entre los puntos de contacto de la barra y la rueda, tendremos dos triángulos semejantes, cuya base será eje común para ambos conos.

Si d =diámetro de las ruedas,

z = $\pm$ el aumento de radio por desviación lateral que es de $0,0015$,

a =ancho de la vía,

r =radio de giro variable,

$$d+z:d-z::r+\frac{a}{2}:r-\frac{a}{2}; \text{ ó sea } d:z::2r:a$$

$$r = \frac{a d}{2 z} \text{ dando valores tendremos,}$$

$$r = \frac{1,67 \times 0,95}{2 \times 0,0015} = \frac{1,5531}{0,003} = 517,^m70 \text{ radio de la curva; pero la fuerza centrífuga que corresponde al radio } 517^m,70 \text{ será}$$

$$F = \frac{P V^2}{g \cdot 517^m,70} \text{ que obra en sentido contrario de la centripeta; luego estas fuerzas se equilibran cuando } r=R, \text{ en cuyo caso los vértices de los conos que se han supuesto para la anterior hipótesis deberán estar en el centro de la curva del camino.}$$

El valor de z que es el que interviene en

el acrecentamiento ó disminución de los radios y que según esta relación el eje de giro del supuesto cono aumente ó disminuya, sin que haya perfecto equilibrio, veamos el valor de z para hallar la estabilidad que se busca.

$$r = \frac{a d}{2 z}; R = \frac{a d}{2 z}; z = \frac{a d}{2 R};$$

dando valores tendremos

$$z = \frac{1,67 \times 0,95}{2 \times 400} = \frac{1,5531}{800} = 0,001941$$

cuyo valor puede determinar el límite de los radios de las curvas adoptadas en los caminos de hierro.

Para una curva de 200^m de radio

$$z = \frac{1,67 \times 0,95}{2 \times 200} = \frac{1,5531}{400} = 0,00388, \text{ es decir; el valor de } z \text{ aumenta en razón inversa de los radios suponiendo las barras de nivel. Para el caso que esto no se verifique el valor de } z \text{ aumenta ó disminuye según sea subiendo ó bajando la pendiente, introduciendo en la ecuación el valor angular } r = \omega R \text{ y el elemento } \pm z.$$

Los datos de la construcción del material sabemos que con pequeñas diferencias son:

$$r = \text{diámetro de las ruedas.} \dots = 0,95$$

$$k = \text{juego lateral de ellas.} \dots = 0,015$$

$$c = \text{conicidad de la llanta.} \dots = \frac{1}{20}$$

$$z = \text{término medio del acrecentamiento de los radios.} \dots = 0,0015$$

en cuyo caso tendremos aproximadamente el radio menor que puede adoptarse en las curvas con estas condiciones

$$\Delta = \frac{0,95 \times 1,67}{2 \times 0,0015} = \frac{1,5531}{0,003} = 517,^m70$$

radio menor que puede adoptarse en los caminos de hierro considerando la cuestión puramente analítica. No obstante, se ha conseguido equilibrar los efectos de las fuerzas centrales, elevando proporcionalmente la barra exterior en las curvas dentro del límite que permite hacerlo la separación de la vertical del centro de gravedad de los cuerpos y que constituyen este trabajo.

La elevación de la barra exterior, á fin de que la fuerza centripeta haga equilibrio con la centrífuga, será

P=peso del móvil,
a=ancho de la vía,
g=gravedad=9,8,
x=la elevación de la barra,

$$\frac{Px}{a} = \frac{Pv^2}{gR} \text{ de donde } x = \frac{av^2}{gR}$$

siendo $R=200$; $v=4^m,5$ por $1''$ ó sean 16^k s por hora, porque en curvas con radios hasta 550 las velocidades deben disminuir, $g=9,8$; $a=1,67$.

$$E = \frac{1,67 \times 4,5^2}{9,8 \times 200} = \frac{53,82}{1,960} = 0,0160 \text{ pero}$$

sabemos que este cálculo se funda en el principio de la estabilidad completa entre las fuerzas por causa de la conicidad de las llantas y para un radio límite de 517,70; luego si

$$z = \frac{ad}{2R} = \frac{1,67 \times 0,95}{2 \times 517,70} = \frac{1,5531}{1,035,40} = 0,0015$$

y tendremos $E=0,016-z=0,0015$; la ecuación del carril exterior será 0,0145, cantidad necesaria para contrarrestar los efectos de las fuerzas centrales.

Fácil es con los datos que se adquieran de las dimensiones del material el cálculo en el momento de la ejecución de las obras, teniendo en cuenta las condiciones especiales de aplicación. Las curvas de apartadero en las estaciones y para otros servicios, las velocidades son de $4^m,5$ y ocho metros por segundo; también dentro de la línea hasta el radio 400 la velocidad deberá ser siempre pequeña.

Para esclarecer los anteriores apuntes pondremos algunos ejemplos de aplicación, fiado en que hábiles en el manejo del cálculo los sujetos para quien doy estas notas, sabrán dispensar la publicación de una tabla que pronto y con otros apuntes daré.

Diámetro medio de las ruedas entre

$$0,95 \text{ á } 0,95 \dots \dots \dots = 0,94$$

Ancho de la vía entre los puntos de

$$\text{contacto } 1,67 + 0,116 \dots \dots \dots = 1,78$$

$$\text{Conicidad de la llanta} \dots \dots \dots = \frac{1}{20}$$

$$\text{Valor de } z = \frac{ad}{2R} = \text{acrecentamiento ó dis-}$$

minución de los diámetros de las ruedas por efecto de la desviación lateral.

$$\Delta = \frac{ad}{2z} = \text{radio de la curva límite que}$$

puede recorrer el móvil.

Velocidad del móvil en curvas de radio 200 á 400 = 8^m por segundo.

Velocidad en curvas con radio 400 á 500 = 17^m por segundo.

CALCULOS PARA LA TABLA.

Radio de la curva = 250.

$$E = \frac{1,78 \times 8^2}{9,8 \times 250} = \frac{115,92}{2,450} = 0,046.$$

$$z = \frac{1,78 \times 0,94}{2 \times 250} = \frac{1,673}{500} = 0,00334.$$

$$\Delta = \frac{1,78 \times 0,94}{2 \times 0,00334} = \frac{1,673}{0,00668} = 250,44 \text{ rá-}$$

dio mínimo.

$$z = \frac{1,78 \times 0,94}{2 \times 250,44} = \frac{1,673}{500,88} = 0,0033.$$

Elevación del carril será $0,046 - 0,0033 = 0,0427$.

Fácil es deducir los valores correspondientes para la elevación de la barra en cada caso particular, pero la práctica me hizo conocer la dificultad de acomodar el carril con toda exactitud, conceptuando cómodo y equitativo mas que explicaciones al peon asentador, los escantillones con la altura necesaria á contar desde la traviesa, los cuales deberán calcularse por el Ingeniero de la construcción.

Réstame decir que las diferentes clases del material de tracción, las influencias que la atmósfera ejerce en la barra obligan á un tren á resbalar con mayor ó menor adherencia de la llanta, y todo contribuye á que la aplicación de las anteriores fórmulas sean menos rigurosas sin embargo, pueden en mi concepto llenar las necesidades que el servicio reclama.

DISPOSICION DE LA TABLA.

RADIOS.	AUMENTO para el diámetro 0,94	RADIO DE LA curva limite segun los diámetros	ELEVACION DEL CARRIL.		OBSERVACIONES.
	$z = \frac{a d}{2 R}$		$E = \frac{a V^2}{g R}$	Definitivo.	
Metros.	Milímetros.	Metros.	Milímetros.	Milímetros.	
250	0 ^m ,00554	250,44	0,046	0,0426	Velocidad al paso por estos ródios igual 8 ^m por segundo. Ródio menor en esta velocidad 250,44
300	"	"	"	0,0577	
350	"	"	"	0,0506	
400	"	"	"	0,42809	Velocidad de 17 ^m por segundo.
450	"	"	"	"	
475	"	"	"	"	
480	"	"	"	"	
500	0 ^m ,001675	500	0 ^m ,1049	0 ^m ,405	Aumentando el ródio, la elevacion de la barra disminuye.
550	"	550	"	0 ^m ,095	
600	"	600	"	0 ^m ,0857	

SALVADOR TRAVADO.

PARTE OFICIAL.

19 de Junio. Real orden autorizando a D. Ildefonso Par, para que construya una mina en los torrentes Graells y la Coma, término de San Cucufate de Valls, provincia de Barcelona, con objeto de aprovechar sus aguas en el riego de la heredad llamada Manso Cabasa.

19 de Junio. Real orden autorizando a D. Ramon Castellví y D. Ramon Dalnases, para que aprovechen las aguas subterráneas del torrente Mol en el riego de 30 hectáreas de tierras de su propiedad sitas en el término de Esparraguera, provincia de Barcelona, é inferiores á aquella villa.

19 de Junio. Real orden autorizando al Ayuntamiento de Nieva de Cameros en la provincia de Logroño, para que aprovechen las aguas de las fuentes tituladas *La Lechosa*, *La Olacha* y *Hoya la Mina* en el abastecimiento de la población.

30 de Junio. Real orden autorizando a Doña Josefa Ferris y Santoja, para que ilumine aguas en la rambla de Perino, término de Biar, provincia de Alicante.

30 de Junio. Real orden autorizando a D. José Roca, para que aproveche las aguas del río Corp, como fuerza motriz de un molino harinero que intenta construir en el término de Ceballá, provincia de Tarragona.

30 de Junio. Real orden autorizando al Ayunta-

miento de Navareles, para imponer la servidumbre de acueducto en una finca de D. José Serra, sita en el término de dicho pueblo, provincia de Barcelona, con el objeto de conducir aguas de su pertenencia para aumentar las que aquella villa aprovecha en la actualidad.

30 de Junio. Real orden autorizando a D. Manuel Sancho y Gascon para que utilice las aguas del río Jalon como fuerza motriz de un molino de aceite que posee y de otro harinero que intenta construir en el término de Morós, provincia de Zaragoza.

SUBASTAS.

14 de Agosto. De las obras de fábrica y accesorias del puente sobre el río Turia, en la carretera de primer orden de Cuenca a Teruel, en esta provincia. Presupuesto 179.472 rs. 85 cént.

4 de Setiembre. De las obras de variacion del trozo 5.º de la carretera de primer orden de Villacastín a Vigo y parte de la misma que tuvo á su cargo el contratista D. Luis Eguilaz, en la provincia de Avila. Presupuesto, 543.623.68 rs. vn.

11 de Setiembre. De las obras de un puente de fábrica para el uso del río Alba de Biel, á la inmediacion de Egea de los Caballeros, en la carretera de segundo orden de Gallur á Murillo. Presupuesto, 188 277,58 reales vellón.

11 de Setiembre. De las obras de la travesía de