

HOËNE WRONSKI.

Al recordar el nombre de este autor alemán, célebre entre los matemáticos contemporáneos por sus llamadas escentricidades y locuras, (aunque muy pocos se hayan ocupado del mérito real que contienen sus obras), no nos proponemos narrar la historia de las luchas sostenidas con los sabios académicos, ni entrar en estensas consideraciones sobre sus escritos y proyectos de reforma en la esposición de las ciencias exactas. Por ahora tan solo pretendemos llamar la atención del público hacia los notables descubrimientos que, casi desconocidos, permanecen sepultados en obras rarísimas y de muy difícil adquisición. Algunos matemáticos nos han precedido en esta tarea, y otros con mas aptitud y conocimientos, van á tomar á su cargo las dificultades de un trabajo cuya parte fácil nos hemos reservado; la publicación de sus investigaciones será de gran trascendencia en el adelanto de las ciencias exactas, y contribuirá á desvanecer la atmósfera de ridículo que hasta hoy ha envuelto el nombre de Wronski y el de sus partidarios.

Los trabajos matemáticos de Wronski se iniciaron por un escrito presentado á la Academia de Ciencias de Paris proponiéndose como objeto dar á las Matemáticas una base filosófica: Lagrange y Lacroix nombrados para examinarlo, dieron un informe que en definitiva debe reputarse como muy honorífico para el autor de la memoria; es preciso reconocer, sin embargo, que el público tenía derecho á esperar mas de la merecida fama de que gozaban aquellas dos eminencias científicas; porque si la falta de conocimientos filosóficos podia disculpar la repugnancia de la comision á entrar á discutir esta parte de la obra, la duda es inadmisibile tratándose de fórmulas concretas y raciocinios cuya exactitud era fácil comprobar; pero en vez de formular un juicio explícito sobre la obra, la comision ha encontrado mas cómodo eludir el fallo, contentándose con tributar grandes elogios á

los conocimientos del autor, y aplaudiendo algunas de sus ideas de reforma.

Otro de los cargos en que ha incurrido la comision, es indudablemente el de ligereza en el exámen de la obra. Wronski pretendia (con razon ó sin ella, pues no es este el momento de discutirlo) haber encontrado la ley de desarrollo de una funcion segun otras *enteramente arbitrarias*, y como caso particular, (aunque general respecto de las fórmulas entonces conocidas) examinaba aquel en que las funciones procedian segun una ley determinada, la ley de las facultades (a): la comision tomó esta ley como el fundamento de la teoria de la cual era un corolario, y Wronski reclamó con fundado motivo contra esta mutilacion de su sistema: la discusion fué agriándose progresivamente; Wronski irritado escribió en términos picantes contra las academias en general y algunos de sus miembros en particular; hizo la critica de varias teorías científicas y de las obras entonces mas en boga, contestando sus autores con un desdeñoso silencio á cada nuevo escrito que salia de la pluma de aquel encarnizado enemigo, á quien miraban como á un visionario de un género mas peligroso que el de los inventores del movimiento continuo.

Pocos hay que conozcan á Wronski con sus defectos y su mérito real; generalmente se le clasifica entre los descubridores de la cuadratura del círculo, que pretende destruir y condenar como falsas todas las verdades hasta entonces reconocidas en matemáticas: los que así piensan incurren en un grave error y son injustos con él; lejos de rechazar los descubrimientos de sus predecesores, adopta su misma notacion y presenta como formando época en la historia de las matemáticas puras, la teoria algébrica de los senos de Euler, el método de las variaciones de Lagrange, las ecuaciones de congruencia de Gauss y las factoriales de Vandermonde y Kramp.

Varios cargos son los que en diversas épo-

(a) Vandermonde, Kramp y Arbogast llaman factoriales á las funciones denominadas posteriormente por Lagrange *funciones gamma*: las facultades son funciones que proceden como estas factoriales.

cas y bajo diferente forma fueron dirigidos á Wronski; el primero y principal, el de no dar la demostracion de sus fórmulas presentándolas como enigmas cuya solucion es forzoso adivinar. Este cargo referido á sus primeras obras no le encontramos fundado: buenas ó malas presenta demostraciones de sus fórmulas, aunque verdaderamente no se recomiendan por la claridad; pero el autor nunca se ha negado á dar esplicaciones sobre aquellos puntos que carecian del suficiente desarrollo, y cuando lo hace es de una manera luminosa y completa, como mas tarde tendremos ocasion de reconocerlo. Cuando irritado por la oposicion sistémica, aunque quizá de buena fé, lanzaba en son de desafio fórmulas y resultados, imitó el ejemplo de los mas célebres matemáticos de los siglos XVII y XVIII; no aplaudimos esta conducta, pero la encontramos muy disculpada con las amarguras y miseria á que le redujo la cruzada emprendida contra él por las celebridades contemporáneas.

Pero supongamos que Wronski no se hallaba en disposicion de demostrar sus fórmulas por haber llegado á ellas inductivamente y á posteriori: ¿no ha sucedido otro tanto á varios matemáticos (Newton por ejemplo con su célebre binomio) sin que esto haya disminuido el mérito de los descubrimientos ni la utilidad de las fórmulas presentadas? Y por último, aunque las fórmulas fuesen empiricas, siempre es un adelanto haber reunido en una sola cuantas hasta entonces se conocian aplicables á un objeto determinado.

Su notacion y tecnología calificadas de bárbaras son en general mas claras que las usadas por Cauchy, quien apesar de este defecto no ha incurrido en la reprobacion de sus contemporáneos: las letras del alfabeto hebreo que ordinariamente emplea son en número tan limitado, que no dan lugar á confusion: generalmente son tres: las funciones $\aleph$ (alef) especie particular de funciones simétricas (a); las $\aleph$ (schin) funciones combinatorias llamadas determinantes por los matemáticos; y las $\beth$ (laméd) cuyo carácter distintivo es la discontinui-

dad: mas severa critica merece Lagrange por haber llamado funciones Γ (gamma) á las conocidas hasta entonces bajo el nombre de factoriales, variando la antigua notacion tan elegante y que con tanta claridad daba á conocer la naturaleza de estas funciones especiales y su relacion con las potencias.

Tambien se ha criticado el abuso del signo ∞ introducido en los cálculos directamente y sin las precauciones de que hasta entonces se acostumbraba á rodearle: aplazamos para mas tarde el discutir la conveniencia de este procedimiento; pero los que tal repugnancia sienten hácia el infinito, pudieran sin inconveniente aceptarle como la espresion de *limite*, siendo indiferente escribir la tan conocida fórmula

$$e = \limite (1+x)^{\frac{1}{x}}$$

por el método ordinario, ó como Wronski

$$e = \left(1 + \frac{1}{\infty}\right)^{\frac{1}{\infty}} \quad (a)$$

Mas fundado que otro alguno es el cargo de oscuridad y confusion, defecto que toma un carácter escepcional en sus últimas obras. Confesamos ingenuamente que el don de esponer no es patrimonio de nuestro autor; una parte de la oscuridad proviene del tecnicismo filosófico, desconocido á los matemáticos de aquella época (b), pero otra pertenece esclusivamente á Wronski: entra con demasiada frecuencia en estensas digresiones sobre puntos estraños al debate; cita fórmulas y principios

(a) En un periódico de matemáticas de los mas autorizados, se hace decir á Wronski (aunque indirectamente, poniéndolo en boca del autor de una Enciclopedia matemática) que $\frac{\infty}{\infty}$ es siempre una cantidad finita. No recordamos si en la obra aludida se encuentra semejante asercion; pero en las del autor se citan numerosos ejemplos, en los cuales $\frac{\infty}{\infty}$ puede tomar un valor indefinidamente grande ó infinito.

(b) Posteriormente se han ocupado algunos autores, (entre ellos Comte y Cournot) de la filosofía de las matemáticas; lo consignamos aquí aunque no estemos conformes con sus teorías filosóficas.

(a) Funciones simétricas homogéneas completas.

sentados en otras obras; y de cita en cita, y de digresion en digresion, se encuentra el lector á mil leguas del punto de partida, y cansado y desanimado de una carrera cuyo fin no prevee, arroja el libro renunciando á la verdad que deseaba poner en claro: creemos prestaría un verdadero servicio á la ciencia el que poseyendo en matemáticas los conocimientos elevados que para ello se requieren, se dedicase á desarrollar bajo una forma aceptable los descubrimientos en gérmen diseminados en las obras de Wronski.

De dos géneros son sus escritos; los unos versan sobre critica de las obras contemporáneas mas notables relativas á la metafísica de las matemáticas; en los otros se ocupa mas de la parte espositiva, aunque sin abandonar por completo la critica. Despues de una filosofía matemática que dejó incompleta, publicó otros escritos sobre resolucion de las ecuaciones asi de equivalencia como de congruencia; una mecánica celeste tambien sin concluir; varias memorias sobre la locomocion y máquinas de vapor, etc., etc. No es posible formar un juicio exacto de Wronski si no se le conoce bajo los dos aspectos de critico y de espositor, por lo cual analizaremos una memoria de cada clase, escogiendo para la primera la critica de las funciones analíticas de Lagrange, menos metafísica y mas elemental que la Teoria del infinito, ó la critica de las funciones generatrices de Laplace.

REFUTACION DE LA TEORÍA

DE LAS FUNCIONES ANALÍTICAS DE LAGRANGE

POR

HOËNE WRONSKI.

Queriendo Lagrange dar una base filosófica al cálculo infinitesimal y evitar la idea del infinito y de los infinitamente pequeños, para eludir las dificultades creadas á su empleo en las matemáticas por las dudas que introducen respecto á su rigor y exactitud, presentó la teoria de las funciones derivadas fundada en los dos principios siguientes:

$$(1). \quad f(x+h) = A + Bh + C h^2 + D h^3 + \text{etc.}$$

$$(2). \quad f(x+h) = f(x) + P h.$$

Hacemos observar de paso, que supuesto el desarrollo (1), el segundo principio está implícitamente contenido en el primero.

La primera objecion contra el principio (1) versa sobre la forma misma del desarrollo, puramente hipotética y verificada solo á *posteriori*: ¿por qué esta forma mas bien que otras infinitas que pudieran establecerse? Resulta, pues, insostenible la pretension filosófica de una deducción á *priori* de la teoria de las derivaciones, cuando se empieza ignorando la forma del desarrollo que es su fundamento, comprobada solo á *posteriori*. ¿Se dirá que son posibles todas las formas? ¿A qué tomarse entonces tanto empeño para establecer la forma siendo esta arbitraria? Y por último, falta en semejante caso presentar la ley general que liga entre si las diferentes formas de desarrollo.

En cuanto al principio (2) no es razon suficiente para aceptarlo el verificarse idénticamente cuando $h=0$; un caso particular no da derecho á deducir de él una ley general que los comprenda á todos, y tan autorizados estaríamos para suponer esta forma como otra cualquiera que se verifique idénticamente para un valor particular de h .

La comision de exámen reduce á uno solo los dos principios sin entrar á resolver ninguna de las dos objeciones espuestas, y es tan poco feliz al probar su aserto, que el lector se queda sin saber si es el primer principio el contenido en el segundo ó vice-versa. En efecto, asegura la comision que "el segundo es solo un medio de que se vale Lagrange para obtener el primero:" es decir, que este se encuentra implícitamente contenido en el segundo del cual es un corolario: pero luego añade, "el segundo principio encierra una suposicion acerca de la naturaleza de la funcion P, suposicion ligada con la ecuacion (1) ó con la propiedad de no admitir en su desarrollo la funcion $f(x+h)$ mas que potencias enteras de h " y si se halla ligado con