

tajas que se han indicado, comprueban la preferencia que en este caso debe darse á los tramos de 50 metros respecto á los de 52, con tanta mas razon cuanto por las circunstancias de las fundaciones y del cauce del rio las cuatro pilas pueden ejecutarse al mismo tiempo que se construyan los estribos.

TEORIA DEL PLANIMETRO

DE AMSLER POR EL PROFESOR DR. WITTSTEIN,

TRADUCIDO DEL ALEMAN.

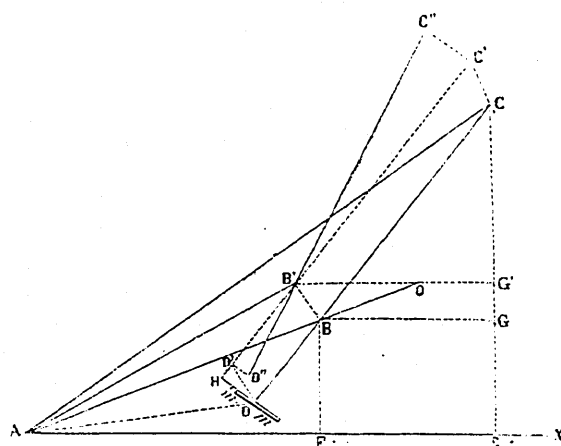
Desde hace años viene aplicándose á la construccion de los planímetros, que se usan para apreciar la superficie de las Cartas y Planos, un principio que tanto bajo el punto de vista teórico como práctico merece tomarse en consideracion. La disposicion de los planímetros consiste principalmente en un puntero que recorre el contorno de la figura cuya superficie se trata de hallar y en un disco ó ruedecilla graduada que indica la espresada superficie.

Los primeros instrumentos de esta clase parece fueron ideados casi al mismo tiempo por Conella y Wetli. Stampfer y Hansen se ocuparon despues en la perfeccion de los mismos; y aunque su precio es algo elevado (204 á 278 francos) y un poco molesto su manejo, por las dimensiones del instrumento, hace tiempo que se usa con completa satisfaccion el Planimetro de Hansens en el ducado de Gotha aplicándolo á las operaciones del Catastro y trabajando con una aproximacion de $\frac{1}{2000}$ que es lo mas que hasta ahora ha podido alcanzarse con este instrumento.

Mas sencillo que el anterior es el instrumento inventado por el profesor Amsler y que en su Memoria (sobre la valoracion mecánica de las superficies) describe con el nombre de Planimetro-polar. Son tan reducidas las dimensiones de este instrumento que puede llevarse con toda comodidad en un estuche de viage, costando apenas unos 50 francos.

Lo que sobre la teoria del referido Plani-

metro ha publicado Amsler me ha parecido tan insuficiente como cuanto sobre el mismo particular he encontrado en otras partes por lo cual he creido conveniente presentar el siguiente desarrollo acompañando una ligera representacion gráfica del instrumento en la siguiente figura.



El Planimetro-polar de Amsler se compone principalmente de las varillas AB y BC articuladas en B y pudiendo girar en derredor de este punto de modo que el ángulo ABC varía próximamente entre 0° y 180°. La estremidad A lleva una punta que se fija al papel y hace invariable su posicion; en la C va fijo el puntero que ha de recorrer el contorno de la figura cuya superficie se trata de medir. En la prolongacion del brazo BC, en D, hay una ruedecilla vertical *mm* cuyo eje se encuentra en la línea BC ó en una paralela á esta.

La ruedecilla se apoya sobre el papel por un punto de su superficie constituyendo este con los A y B los tres de apoyo del instrumento.

La circunferencia de la ruedecilla se encuentra dividida en cien partes iguales cada una de las cuales lo está en diez por medio de un Nonius. Hay ademas un disco donde se marcan las revoluciones completas de la ruedecilla hasta el número de diez. Cada lectura completa de una posicion dada de la ruedecilla se espresará pues en los casos mas frecuentes,

por un número compuesto de cuatro guarismos; y la diferencia entre dos de estas lecturas ó números. uno de los cuales corresponderá al punto inicial del movimiento y otra á este mismo punto despues que el puntero C haya recorrido todo el contorno de la figura, dará la superficie buscada. Para comprender esto procedamos como sigue.

Consideremos á A como polo y á Ax como eje de un sistema de coordenadas polares; llamemos ρ á la línea AC y φ al ángulo CAX.

Una superficie cualquiera F comprendida por la curva descrita por el punto C estará dada por la integral

$$(1) \quad F = \frac{1}{2} \int \rho^2 d. \varphi;$$

$$\rho^2 = \left[a \cos \alpha + b \cos (\alpha + \delta) \right]^2 + \left[a \sin \alpha + b \sin (\alpha + \delta) \right]^2$$

$$\varphi = \text{arc. tang.} \frac{a \sin \alpha + b \sin (\alpha + \delta)}{a \cos \alpha + b \cos (\alpha + \delta)}$$

y despues de algunas reducciones resulta

$$d. \varphi = \frac{(a^2 + 2ab \cos \delta + b^2) d. \alpha + (ab \cos \delta + b^2) d. \delta}{[a \cos \alpha + b \cos (\alpha + \delta)]^2 + [a \sin \alpha + b \sin (\alpha + \delta)]^2}$$

sustituyendo estos valores de ρ y de $d. \varphi$ en la ecuacion (2) tendremos

$$2 d. F = (a^2 + 2ab \cos \delta + b^2) d. \alpha + (ab \cos \delta + b^2) d. \delta$$

esta espresion podrá integrarse en el momento en que se conozca la relacion que existe entre las variables α y δ ; esto es, en el momento en que se defina la curva que limita la superficie que se trata de medir. Pero sin necesidad de esto se llega á un resultado general, cualquiera que sea esta curva, cuando se considera el movimiento de la ruedecilla *m m*.

Supongamos, en efecto, que el puntero C haya recorrido sobre el contorno de la figura un arco infinitamente pequeño hasta C' de modo que el instrumento, de la posición ABC que tenia se encuentre ahora en la A B' C'. Esta posición puede considerarse obtenida: 1.º por la traslación del brazo BC hasta B' C' permaneciendo paralelamente á si mismo; y 2.º por el movimiento giratorio de este mismo brazo en derredor del punto B' hasta colocarse segun B' C'. El primero de estos dos movimientos pro-

siguese de aqui

$$(2) \quad 2 d. F = \rho^2 d. \varphi$$

Introduzcamos en esta igualdad, en lugar de las coordenadas polares ρ y φ , las constantes y variables que resultan del instrumento. Llamemos $AB=a$, $BC=b$, $BAX=\alpha$ y $CBO=\delta$. La línea a es constante, b tambien lo es para una misma escala y son variables los ángulos α y δ . Por medio de las perpendiculares CE BF y BG bajadas respectivamente de los puntos C y B sobre las rectas AX y CE se obtienen las siguientes relaciones

$$\rho \cos \varphi = a \cos \alpha + b \cos (\alpha + \delta)$$

$$\rho \sin \varphi = a \sin \alpha + b \sin (\alpha + \delta)$$

de donde

duce la traslación del punto D de la ruedecilla *m m* recorriendo la línea DD' que es igual y paralela al arco infinitamente pequeño BB', y el segundo un retroceso del mismo punto D en dirección de la línea D' D'', cuya magnitud es tambien infinitamente pequeña. Ahora bien, puesto que la traslación del punto D desde D' á D'' se ha obtenido por la rotación de la ruedecilla, la línea D' D'' será igual al arco de la rueda desarrollado de D' á D'', en tanto que el desarrollo correspondiente al camino recorrido segun D D', que en parte lo ha sido por rotación y en parte por deslizamiento, será igual á DH, menor distancia entre las paralelas BC y B' C'.

Llamemos, pues, V á un arco de la ruedecilla contado desde un punto cualquiera que se tome como de partida, tendremos que el desarrollado por la traslación del puntero de C á C' recorriendo una distancia infinitamente pequeña será $d. v$, y por lo que antecede

$$(4) \quad d. v = DH - D' D''.$$

El ángulo infinitamente pequeño $B'AB$, diferencia entre los $B'AX$ y BAX es igual á $d.\alpha$ y por consiguiente tendremos que $BB' = a d\alpha$; como por otra parte $DD' = BB'$ y $DH = DD' \cos \epsilon$ resulta $DH = a \cos \epsilon d.\alpha$

También tenemos que el ángulo infinitamente pequeño $C'B'C'$, diferencia entre los $C'B'G'$ y CBG es igual á $d.(\alpha + \epsilon)$; llamando

$$(6) 2 d.F - 2 b d.V = (a^2 + b^2 + 2 b c) d.\alpha + (a b \cos \epsilon - b^2 - 2 b c) d.\epsilon.$$

Esta ecuacion podrá integrarse cualquiera que sea la curva que limite la figura cuya superficie se trata de medir, y será

$$(7) F = b \int d.V + \frac{1}{2} (a^2 + b^2 + 2 b c) \int d.\alpha + \frac{1}{2} a b \int \cos \epsilon d.\epsilon + \frac{1}{2} (b^2 + 2 b c) \int d.\epsilon$$

donde habrá que introducir los limites de integracion correspondientes á las variables V , α y ϵ .

Respecto á V son evidentemente sus limites los números leidos en la ruedecilla al principio y al fin del movimiento.

Sean pues V_0 y V_1 estos números, y pongamos $V_1 - V_0 = V$; tendremos entre los expresados limites $\int d.V = V$.

Para determinar los limites de integracion respecto á las variables α y ϵ convendremos en que la posicion del instrumento es la misma al principio y al fin del movimiento.

En cuanto al ángulo ϵ , que puede variar entre 0° y 180° , tienen estos limites un mismo valor, y se tiene $\int \cos \epsilon d.\epsilon = 0$; $\int d.\epsilon = \epsilon_0$

Respecto al ángulo α hay que distinguir si el polo A se encuentra fuera ó dentro de la figura cuya superficie se trata de hallar. En el primer caso ambos limites tienen un mismo valor, y será $\int d.\alpha = 0$

En el segundo se encuentran los dos limites de α separados por una circunferencia entera, y se tendrá $\int d.\alpha = \pm 2\pi$.

La ecuacion (7) da los siguientes resultados generales:

pues c á la distancia $BD = B'D'$ será $D'D' = cd.(\alpha + \epsilon)$ sustituyendo en (4) estos dos valores se tiene

$$d.V = a d.\alpha \cos \epsilon - c d.(\alpha + \epsilon); \text{ de donde} \\ (5) d.V = (a \cos \epsilon - c) d.\alpha - c d.\epsilon.$$

Multiplicando esta expresion por $2b$ y res-tándola de (5) resulta

1.º Cuando el polo A del instrumento se encuentra fuera de la superficie que se trata de medir, se tendrá

$$(8) F = bV,$$

esto es, la superficie buscada es igual á la de un rectángulo que tiene por base la longitud del brazo $BC = b$ del instrumento y por altura el arco desarrollado V de la ruedecilla.

2.º Cuando el polo A del instrumento se encuentra en el interior de la superficie, se tiene

$$(9) F = bV \pm (a^2 + b^2 + 2 b c)\pi$$

lo cual quiere decir que á la superficie del rectángulo anterior hay que añadir, con el signo mas ó menos, la de un círculo cuyo radio estará representado por el radio vector AC en aquella posicion del instrumento en que los tres puntos A, D y C correspondan á los tres vértices de un triángulo rectángulo en D.

Respecto á cual de los signos deba introducirse en la ecuacion (9) es cosa que se conocerá en cada caso de aplicacion sin necesidad de mas detalles.

Réstanos ahora averiguar como por medio de la lectura en la ruedecilla se obtiene inmediatamente el valor de la superficie buscada. Con este objeto se halla dispuesto el instrumento de tal manera que el brazo $BC = b$ puede alargarse ó acortarse entre ciertos limites. Tomemos pues la longitud b tal que el rectángulo formado con ella y con la division de la ruedecilla sea igual á la unidad superficial adoptada en la carta ó plano que se quiere me-

dir y así la cantidad que resulte de la lectura en la ruedecilla espresará la superficie medida por este planimetro en la unidad adoptada. Hay pues que fijar previamente la magnitud que ha de servir de unidad, esto es si ha de ser toda la circunferencia de la ruedecilla ó $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ ó $\frac{1}{1000}$ de la misma.

El Planimetro que antes hemos considerado tiene las dimensiones siguientes en milímetros: $a=156,0$, $c=50,7$, b puede alargarse hasta $166,0$ y el diámetro de la ruedecilla tiene $19,6$, de modo que siendo r el radio será $2r=19,6$.

Si queremos por ejemplo obtener reducida una superficie dada de modo que cada centésima parte de la circunferencia de la rueda represente un centímetro cuadrado pondremos $\frac{1}{100}$ de la circunferencia de la ruedecilla $= \frac{2r\pi}{100}$ milímetros, 1 centímetro cuadrado = 100 milímetros cuadrados y por consiguiente

$$b \frac{2r\pi}{100} = 100$$

ó $b = 100 : \frac{2r\pi}{100} = 162,4$ milímetros y así tendremos la longitud del brazo b .

Si se tuviera por ejemplo una superficie representada en la escala de $1p2155 \frac{1}{3}$ (esto es 100 Ruthen = 9^{pp}) y se quisiera obtener reducida de modo que cada division de la ruedecilla significara un *Ruthe* cuadrado pondríamos $\frac{1}{100}$ de la circunferencia de la rueda $= \frac{2\pi r}{100}$ milímetros.

1 *Ruthe* cuadrado $= \frac{256 \cdot (292,09)^2}{(2715 \frac{1}{3})^2}$ milímetros cuadrados, de donde se sacará el valor de $b = \frac{256 \cdot (292,09)^2}{(2155 \frac{1}{3})^2} : \frac{2r\pi}{100} = 7,79$ milímetros.

Pero como no se puede reducir el brazo b del instrumento á una longitud de 7,79 milímetros, porque además de ser inconveniente en sí, no permitiría sino la medida de superficies muy pequeñas, será necesario tomar $\frac{1}{1000}$ de la circunferencia (una parte del nonius) para valor del *Ruthe* cuadrado, y así se tendrá $b=77,9$ milímetros.

Estos ejemblos dicen cuán fácilmente se calculará la longitud del brazo b en otro caso cualquiera.

En cuanto se refiere al manejo del Planimetro de Amsler, no creemos que se necesite ni gran práctica ni conocimiento: pero debe tenerse en cuenta, que respecto á exactitud, es muy inferior este instrumento al de Conella y Wetli.

Tiene principalmente un movimiento bastante inseguro cuando los tres puntos de apoyo A, D y C se aproximan á estar situados en línea recta, por cuya razón, siempre que sea posible, debe procurarse colocar el instrumento de modo que el ángulo ABC no se aparte mucho del ángulo recto durante la operación. Pero prescindiendo de esto, un instrumento de esta especie, bien construido, siempre podrá prestar, en buenas manos, útil servicio y dar una aproximación suficiente en la mayor parte de los casos con tal que se tengan, en cuenta las dos siguientes reglas:

1.^a El Planimetro de Amsler, como todos los demas que aprecian las superficies recorriendo el perímetro que las limitan, presenta la gran ventaja de poder repetirse la operación, por consiguiente no debe limitarse esta á recorrer una sola vez dicho perímetro sino muchas y sin interrupción y dividiendo después la diferencia entre las lecturas correspondientes al principio y al fin de la operación total por el número de repeticiones, se tendrá el valor de la superficie dada.

2.^a Siempre que hayan de apreciarse por separado partes de una misma superficie deberá, á la conclusión, determinarse por medio del instrumento y con la misma exactitud la superficie total. Si esta difiere de la suma de las superficies parciales y las porciones medidas son n , dividiremos la diferencia en $n+1$ partes iguales y corregiremos cada número con una de estas partes con objeto de que las dos sumas se aproximen á la igualdad. Yaun con mas exactitud se procederá si en lugar de partes iguales se divide la espresada diferencia en partes proporcionales á las porciones de contorno recorrido.

Supongamos que se hayan medido separadamente tres partes de una superficie y que se hayan obtenido los números

27,6

45,2

80,1

cuya suma es 152,9; y que la superficie total medida directamente por el instrumento esté representada por 157,5; dividiremos la diferencia de estas dos sumas, 4,4, en cuatro partes iguales y añadiremos una de estas partes á cada uno de los números correspondientes á las superficies parciales y los corregidos serán

28,7

46,5

81,2

156,2.

Pero si los contornos recorridos son entre si en la relacion de 2:2:5:4 dividiremos la diferencia espresada 4,4, en la misma relacion y tendremos para las correcciones 0,8; 0,8; 1,2, y 1,6 resultando para las superficies parciales los números

28,4

46,0

81,5

cuya suma. . 155,7 solo difiere de la obtenida directamente, despues de corregida con la parte 1,6 que le corresponde, 1,6. Lo mismo se hará en casos análogos.

Ha fallecido en Francia á la edad de 75 años, Mr. Luis Vicat, Inspector general honorario del Cuerpo de Ingenieros de Puentes y Calzadas, persona altamente apreciada en el mundo científico por sus trabajos tecnológicos.

Mr. Vicat hizo sus primeros trabajos como Ingeniero en Alejandria, Piamonte, cuando esta provincia formaba parte del territorio francés, habiendo trazado en ella gran parte de las carreteras que debian convergir en Génova. Siendo aun Ingeniero ordinario en 1809, dirigió, entre otros, los trabajos de la carretera de Brives á Riverac, cuyo atrevido trazado sigue las orillas del rio Isle.

A los 27 años fué elegido por la Administracion de Puentes y Calzadas para construir el puente de Souillac, en el departamento del Lot, habiendo sido en esta obra donde tuvieron principio sus importantes y bellos trabajos sobre cales hidráulicas y cementos.

En 1824 ascendió á Ingeniero Jefe de segunda clase, y dos años despues marchaba destinado á Grenoble como Ingeniero Jefe de primera. Miembro corresponsal de la Academia de Ciencias desde 1833, renunció, por no salir de Grenoble, el honorífico puesto que le ofrecia esta Corporacion en la vacante que la muerte de Mr. Francoeur habia dejado. A poco de haber ascendido á Inspector de distrito recibió una recompensa nacional que las Cámaras legislativas, á propuesta de los Sres. Arago y Thenard, votaron por unanimidad el año de 1845. En 1855 fué nombrado Inspector general honorario de Puentes y Calzadas.

Mr. Vicat era Comendador de la legion de Honor, y en el año de 1841 la ciudad de Paris, que en dicha época era donde mas aplicacion habian tenido las cales hidráulicas, le regaló una magnífica copa de plata. Finalmente, la Comision universal de Exposicion, en 1855 rindió un tributo de homenaje á sus trabajos, concediéndole la gran Medalla de honor en la clase de construcciones civiles.

LA REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS siente profundamente la muerte de tan esclarecido Ingeniero, y trascribe á sus columnas, como muestra de respeto y grata memoria, las anteriores noticias tomadas de los *Nouvelles Annales de la Construction*.

PARTE OFICIAL.

11 de Setiembre. Real orden autorizando á D. Leodegario y D. José Serra, D. Francisco Viladesan y D. José Cot, para que aprovechen las aguas de la riera de Tenas por medio de una misma absorcion que cruzando por bajo de la referida riera, y empalmando con otra mina que tienen construida los interesados, aumente el caudal de esta y sirva para el riego de 46 hectareas de terreno que posee en el término de Parei, provincia de Barcelona; bajo ciertas condiciones.

11 de Setiembre. Real orden autorizando á D. Juan Velez, para que aproveche las aguas del rio Grajal en un criadero de sanguijuelas que intenta establecer en término de la ciudad de Avila; bajo ciertas condiciones.

11 de Setiembre. Real orden autorizando á D. Manuel Alvarez, para que aproveche las aguas del rio Snron como fuerza motriz de una fabrica de papel que intenta establecer en el punto llamado Sestelo, parroquia de Presno, concejo de Castropol, en la provincia de Oviedo, bajo ciertas condiciones.