DETERMINACION DE LA FORMA DEL TRASDOS

Y DEL VOLÚMEN DE LAS BÓVEDAS CILÍNDRICAS Y DE LAS DE REVOLUCION,

POR MR. CELESTINE ROCHE.

(Conclusion.)

§ III.

Cálculo del volúmen de las bóvedas.

Determinada ya, segun queda espresado, el área de la seccion de una bóveda en cañon ó cilíndrica se obtiene su cubo multiplicando simplemente el área por la longitud de la bóveda. Supongamos que esta longitud sea de 8,00 metros, tendremos:

Para la bóveda semicircular (fig. 1)........ $7{,}4379 \times 2 \times 8 = 119{,}0064.$

Para la ovalada rebajada (fig. 2)......... $4{,}6234 \times 2 \times 8 = 73{,}9744.$

Para la ovalada peraltada (fig. 3)......... $3{,}1028 \times 2 \times 8 = 49{,}6448.$

Si en vez del movimiento de traslacion se verifica un movimiento de rotacion alrededor del eje vertical, se engendrará una cúpula que se llama *bóveda esférica* ó *bóveda elipsoidal* segun que la generatriz del intrados es un circulo ó una elipse. Aun en ese caso el volúmen de la bóveda será igual al producto del área de su seccion por su longitud, longitud que, á causa del movimiento circular de la seccion, será un medio determinado por el camino curvo que habrá recorrido el centro de gravedad de dicha superficie.

El principio general esplicado en la página 132 del tomo VIII de los *Annales des chemins vicinaux* da luego el medio, como se dice en aquel lugar, de determinar el valor de todo sólido de revolucion al cual se podrá siempre recurrir en caso necesario; pero las bóvedas que nos ocupan no comprendiendo mas que cilindros ó porciones de esfera pueden medirse por otros métodos que la geometría enseña y que son mas cómodos.

Supongamos que la superficie $VKmSGT$ (fig. 1) haga una revolucion alrededor del eje OS, engendrará una bóveda esférica que será igual al sólido descrito por la superficie $VKmSO$ disminuido de la semiesfera descrita por el cuadrante TGO. Pero este sólido podrá valuarse de tres maneras.

1.° Midiendo el cilindro formado por la revolucion del rectángulo $VKNO$ así como el sólido esférico descrito por el segmento circular $KmSN$, y adicionando los dos resultados.

2.° Cubicando separadamente el mismo cilindro, el cono que tiene por generatriz el triángulo KNS y el sólido descrito por el segmento KSm.

3.° Valuando el cilindro engendrado por el rectángulo $VMSO$, así como el sólido descrito por el triángulo mistilíneo $KmSM$, y tomando la diferencia de los dos resultados.

Estas relaciones tienen lugar para las cúpulas elipsoidales rebajadas ó peraltadas, así como para las cúpulas esféricas. Daremos sucesivamente el cálculo numérico del volúmen de esas tres especies de bóvedas aplicando á cada una de ellas, para variar nuestro ejemplo, uno de los tres métodos que quedan esplicados.

1.° *Bóveda esférica.*

Conservando á la superficie $VKmSO$ (fig. 1) las dimensiones que le han sido asignadas ó calculadas en el § II, la solidez del cilindro descrito por la revolucion del rectángulo $VKNO$ al rededor del eje ON, *igual al producto de la superficie de la base por la altura del sólido*, tiene por espresion

$$\overline{OV}^2 \times \pi \times ON = (5{,}20)^2 \times 3{,}1416 \times 2{,}405 = 204{,}302018.$$

El segmento esférico descrito por el semisegmento circular $KmSN$ *equivalente al cilindro que tendria la flecha del segmento por rádio de la base y por altura el rádio de la esfera menos el tercio de la flecha del segmento*, da

Madrid 1.° de Julio de 1861.

$$\overline{SN}^2\times\pi\times\left(SX-\frac{SN}{3}\right)=(2,095)^2\times3,1416\times\left(7,50-\frac{2,095}{3}\right)=93,789859.$$

La suma de estas dos solideces ó la del cuerpo que se engendraria por el espacio superficial $VKmSO$ girando al rededor de OS es entonces igual á

$$204,302918+93,789759=298,091877.$$

La semi-esfera descrita por el cuarto de círculo TGO igual *á los dos tercios del producto del cubo del rádio por la relacion de la circunferencia al diámetro*, tiene por medida

$$\tfrac{2}{3}\overline{OC}^3\times\pi=\frac{(4)^3\times3,1416\times2}{3}=134,0416.$$

Restando 134,0416 de 298,091877 quedarà 164,050277 para el volúmen de la bóveda descrito por la revolucion de la superficie $VKmSGT$ al rededor de la linea OS.

2.° *Bóveda elipsoidal rebajada.*

Esta bóveda producida por la revolucion de la superficie $TnFDN$ (fig. 2) girando al rededor del eje OF, puede medirse como la bóveda esférica ó bien de la manera siguiente:

Cilindro descrito por el rectángulo $NTPO=\overline{ON}^2\times\pi\times OP=(5)^2\times3,1416\times2,741=210,210940;$

Cono descrito por el triángulo $TPF=\overline{ON}^2\times\pi\times\frac{FP}{3}=\frac{(5)^2\times3,1416\times0,849}{3}=21,94382;$

Sólido descrito por el segmento circular TFn, *igual á la sesta parte del cuadrado de la cuerda TF del arco de la base, multiplicada por el seno-verso FP de este arco y por la relacion de la circunferencia al diámetro, es igual á*

$$\left(\frac{\overline{TP}^2+\overline{FP}^2}{6}\right)FP\times\pi=\frac{(5)^2+(0,849)^2}{6}\times0,849\times3,1416=8,010556.$$

Suma de los tres productos es igual á la solidez del cuerpo descrito por la superficie

$$NTnFDO=210,210940+21,943820+8,010556=240,165316.$$

El semi-elipsoide aplanado descrito por el cuadrante de elipse NDO, *equivalente á los dos tercios de un cilindro de la misma base y de la misma altura*, tiene por espresion de su solidez:

$$\tfrac{2}{3}OD\times ON\times\pi=\frac{3\times(5)^2\times3,1416\times2}{3}=157,080000.$$

Diferencia entre este resultado y la suma precedente

$$240,165316-157,080000=83,085316;$$

este es el volúmen de la bóveda elipsoidal rebajada.

3.° *Bóveda elipsoidal peraltada.*

Nos resta cubicar la bóveda elipsoidal peraltada. Aplicaremos á esta bóveda el tercer medio de medida indicado anteriormente sirviéndonos, para la determinacion de sus partes efectivas y auxiliares, del *método centrobárico ó de las distancias medias*, del cual hemos hablado al principio de este párrafo, para ello nos referiremos á los valores ya designados á la superficie generatriz $DSmLO$ (fig. 3).

El cilindro descrito por la revolucion del rectángulo $DPLO$ al rededor de OL, *igual á la superficie de este rectángulo multiplicada por el camino que recorre su centro de gravedad*, el cual se halla en su centro de figura, tiene por medida

$$OD\times OL\times OD\times\pi=\overline{OD}^2\times\pi\times OL=(3)^2\times3,1416\times5,44=153,812736.$$

El sólido engendrado por la revolucion del triángulo mistilíneo $PLmS$, *es igual á la superficie de este triángulo multiplicada por la circunferencia que describe su centro de gravedad.* Para tener la distancia de este centro de gravedad al eje de rotacion OL es preciso hallar la diferencia entre el *momento* del triángulo rectilíneo PSL y el del segmento SLm, con relacion á dicho eje. Pero el centro de gravedad del triángulo PSL, rectángulo en P, *está de OL á una distancia igual á los dos tercios de LP* ó lo que es lo mismo á $\frac{3\times 2}{3}=2$, y como se ha encontrado que su área es 2,427, su momento será igual á $2,427\times 2=4,854$.

El centro de gravedad del segmento SLm se halla sobre el rádio que pasaria por su medio á una distancia del centro G igual al cubo de la cuerda SL dividido por doce veces el área del segmento, lo que da, en el caso que nos ocupa:

$$Og=\frac{\left(\sqrt{\overline{SK}^2+\overline{KL}^2}\right)^2}{\text{área } SLm\times 12}=\frac{\left(\sqrt{(3)^2+(1,618)^2}\right)^3}{12+0,9908}=\frac{39,393885}{11,890}=3,330;$$

$$\text{y } gf=\text{sen. } fOg\ (28^\circ 20' 30'')\times OG=0,47472\times 3,330=1.567.$$

Multiplicando esta distancia 1,567 por el área del segmento que es 1,5526 se tendrá para su momento 0,9908. Restando en seguida este número de 4,854, momento del triángulo rectilíneo SPL, quedará 3,3014 para el momento del triángulo mistilíneo $PLmS$, y la distancia del centro de gravedad de este triángulo al eje OL se obtendrá dividiendo su momento por su área, que es 1,4362, lo que da $\frac{3,3014}{1,4362}=2,2970$.

Tendremos ahora para el volúmen del sólido engendrado por la revolucion del triángulo mistilíneo $PLmS$:

$$2,2970\times 2\times 3,1416\times \text{área } 1.4362=20,87171.$$

Añadiendo este valor al del semi-elipsoide prolongado descrito por el cuarto de elipse, DNO, igual á

$$\frac{2}{3}\,ON\times\overline{OD}^2\times\pi=\frac{3\times(3)^2\times 3,1416\times 2}{3}=94,248000,$$

se tiene para suma 115,075171, cuyo número sustraido de 153,812736, solidez del cilindro descrito por $DPLO$, deja por resto 38,737565; este es el valor cúbico de la cúpula elipsoidal que tiene por semiseccion $DSmLO$.

MANUEL SALAVERA Y C.

APARATOS DE BUZEAR DE MAILLEFERT.

—

Lám. 133.

Las campanas de buzo ordinarias y aun la mas perfeccionada conocida con el nombre de *nautilo* de la que LA REVISTA dió ya una completa descripcion en sus números 13 y 16 del año quinto, tienen el inconveniente de haber de subir á la superficie del agua siempre que es preciso dar entrada ó salida á un operario, cualquiera que sea la causa que lo motive, y el de esa complicacion que el mismo aparato encierra por la multiplicidad de tubos y llaves de comunicacion que tiene, cuyo desarreglo en cualquiera de estas ó aquellos inutiliza el sistema ó por lo menos suspende sus buenos efectos por mucho tiempo, sin evitar de un modo satisfactorio el peligro.

Los pesos que puede elevar el nautilo ademas, si bien considerables, no deben llegar al límite que supone el volúmen de agua que reciben las cámaras para la inmersion.

Estos y otros mas defectos desaparecen con el sencillo aparato de Maillefert representado en la lámina adjunta, prestándose ventajosamente á todas las soluciones para que se inventaron las campanas.

No es otra cosa el aparato que una feliz aplicacion del conocido, aunque moderno sistema, de fundaciones tubulares por medio del aire comprimido, que tanta boga y justa celebridad ha llegado á merecer hoy dia por los grandes edificios que