cion y del desgaste de las ruedas por la combinacion de los ejes quebrados y coginetes de corredera.

6.ª Posibilidad de construir locomotoras tan ligeras como lo permita su potencia para subir grandes rampas, utilizando de una manera absoluta el peso total del aparato motor.

Hay, en fin, la cuestion de interes público; puesto que se podrán crear líneas baratas que sirvan para unir entre sí los centros alejados de las grandes arterias, estableciéndose así el equilibrio comercial, industrial y estratégico y permitir el mayor desarrollo de riqueza pública.

Paris 28 de setiembre de 1860.

N. Valdes.

DETERMINACION DE LA FORMA DEL TRASDOS Y DEL VOLÚMEN DE LAS BÓVEDAS CILÍNDRICAS Y DE LAS DE REVOLUCION,

POR MR. CELESTINE ROCHE.

Lám. 151.

§ I.

Trazado de la curva del trasdos.

Pueden trasdosarse las bóvedas segun una superficie curva paralela y equidistante á la del intrados, ó bien segun un plano horizontal; pero la primera de estas disposiciones peca por poco sólida porque los riñones de la bóveda quedan debilitados (1), y la segunda por poco económica, porque esos mismos riñones se encuentran entonces fortalecidos superabundantemente. Para que las bóvedas tengan la misma resistencia en todas sus partes y ofrezcan por consecuencia, bajo la menor masa posible, la mayor solidez de que sean susceptibles, es menester que su trasdos forme una curvatura particular, diferente para cada especie de arco.

Véase la manera de trazar la verdadera curva del trasdos de una bóveda semicircular ó de medio punto.

Se prolongan (fig. 1) las líneas de junta de las dovelas (habiendo tenido cuidado de hacerlas iguales) hasta el centro O de la semicircunferencia; se traza rz paralela al eje OS y á una distancia de él igual á la mitad del espesor que la bóveda deba tener en la clave, espesor que siempre es uno de los datos del problema. Por el punto a donde rz corta á la prolongacion de la línea de junta de la clave, punto que se halla determinado de manera que el doble de Ja es el espesor de la clave sobre el eje, se tira la JP paralela al rádio OA. Entonces las partes ab, bc, cd, de, de la línea JP, comprendidas entre las prolongaciones de las juntas entre dovelas, serán respectivamente los espesores medios de dichas dovelas; por consiguiente llevando estas distancias sobre las normales tiradas por las mitades de las dovelas se obtendrán los puntos de la curva buscada (2).

Se vé por esta construccion que el espesor de cada dovela, medida como la de la clave por el espacio que comprenden sobre la línea JP las juntas prolongadas, es á la de la dovela siguiente como la diferencia de las tangentes de los ángulos que sus planos ó líneas de junta forman con la vertical OS; y como hemos admitido que las boquillas de todas las dovelas ocupen una misma longitud en la curva del intrados, lo que siempre se verifica en las bóvedas bien construidas, se sigue de ello que los pesos de estas dovelas son entre sí como sus espesores. Esta condicion, dada por los geómetras Parent y Lahire, como la mejor que se puede obtener para el equilibrio de las bóvedas, ha sido considerada como tal por el cé-

(1) Las bóvedas parabólicas y catenarias forman escepcion.

(2) La misma construccion se emplearia si el punto a estuviese encima de la bóveda, lo que ocurre cuando el espesor de la clave es mayor que su altura, solo que en este caso seria preciso prolongar las líneas de junta por el lado opuesto al centro O para que pudiesen cortar á la horizontal que pasase por el punto a.

lebre arquitecto Rondelet, quien la espone en su *Traité de l'art de bâtir*, *tom. II, pág.* 156.

Las tangentes y sus diferencias crecen muy rápidamente á medida que se avanza hácia el nacimiento de la bóveda: la tangente correspondiente á la última dovela es infinita, de suerte que la curva del trasdos de una bóveda semicircular no puede encontrar nunca su diámetro, que es para ella una *asíntota*. Se hallan en el mismo caso todas las otras formas en las cuales la normal en el nacimiento del arco forma ángulo recto con la del vértice y que, por consiguiente, miden tambien 90° de cada lado del eje. Pero eso no es una dificultad, porque se termina siempre la curva del trasdos en la prolongacion del plano interior de los estribos de las bóvedas de casas, iglesias, etc., y en la del plano esterior de los mismos en los arcos de puente, de cuyas fábricas es preciso separar las aguas pluviales.

Para tener el trasdos de una bóveda elíptica ó cicloidal se lleva, á partir del eje OD (figura 2), la mitad del espesor de la clave, tomada desde el medio, sobre el semiclaro OB ó sobre cualquiera otra perpendicular al eje. Por el punto a' asi obtenido se dirige una paralela á la línea de junta de la clave, la que cortará el eje prolongado en X. Trazando por dicho punto X paralelas á las líneas de junta de las otras dovelas, las porciones de línea ab, bc, cd, de, ef, que estas paralelas interceptan sobre OB serán los espesores medios de las dovelas, como $2a'o$ es el de la clave.

Se vé que este trazado es en el fondo el mismo que el precedente; solo que como aqui las líneas de junta no concurren á un solo centro como en las de medio punto, ha sido necesario llevar á un punto comun los vértices de los ángulos que ellas forman con el eje vertical, á fin de que las porciones de la línea OB que sus lados interceptan representen realmente las diferencias de las tangentes de estos ángulos (1).

A fin de operar con alguna exactitud convendrá determinar las tangentes por el cálculo trigonométrico que es siempre bastante penoso, y como por otra parte la determinacion y desarrollo de la curva asi trazada ofreceria siempre dificultad, se sustituye ordinariamente á esta curva, para mayor sencillez, un arco de círculo que se separe *lo menos posible* de ella. Rondelet dice que el rádio de este arco debe ser igual á una vez y media el de la curva del intrados mas el espesor de la clave, pero el cálculo de comparacion que hemos aplicado á esta regla nos ha hecho ver que aumentando en tres cuartos el rádio de la forma intrados se aproxima bastante mas á la curva dada por el método de las tangentes que aumentándolo solo en la mitad (2), y que por lo tanto este último medio es el que conviene adoptar.

---

(1) El mismo método es aplicable á todas las demas especies de bóvedas rebajadas ó peraltadas. Si se tratara de una bóveda catenaria se hallaria por el trazado gráfico indicado en el testo, y aun por el cálculo si fuera necesario, que las diferencias de las tangentes de los ángulos son todas iguales entre sí y que, debiendo tener la bóveda el mismo espesor en todas sus partes, la curva del trasdos es una catenaria semejante y paralela á la dada. La bóveda parabólica ofrece aun un efecto mas notable porque en ella las diferencias tangenciales van disminuyendo desde la clave hácia los apoyos, de manera que el mayor espesor de esta bóveda se hallará en el vértice y el menor en su principio ó nacimiento. Inútil es hacer observar que en el caso de la parábola como en el de la catenaria no hay necesidad de terminar la curva del trasdos á plomo de los pies derechos, conviniendo por el contrario, para unir la economía á la solidez, inclinar dicha curva hasta el diámetro horizontal de la forma, lo que permite terminar aquellos en los nacimientos de la bóveda..

(2) Sea el rádio $OG=OT=4$ (fig. 1) y $GS=0,50$ lo que dá $Ja=0,25$: se tendrá, considerando que el cuadrante GA está dividido en *quince* partes iguales, 14 de las cuales son para las siete dovelas y una para la semiclave, de suerte que cada dovela comprende

$$2\times\frac{90^{\circ}}{15}=12 \text{ grados, se tendrá, decimos:}$$

$$OJ=(\text{cotg. } 6^{\circ})\times Ja=0,95142\times0,25=2,379;$$
$$Jb=(\text{tang } 18^{\circ})\times OJ=0\ 3249\times2,379=0,773;$$
$$Jc=(\text{tang. } 30^{\circ})\times OJ=0,5773\times2,379=1,373;$$
$$Jd=(\text{tang. } 42^{\circ})\times OJ=0,9004\times2,379=2,142;$$
$$Je=(\text{tang. } 54^{\circ})\times OJ=1,3760\times2,379=3,274.$$

Tomando las diferencias de los números obtenidos, se tendrá $ab=0,773-0,25=0,523$; $bc=1,373-0,773=0,60$; $cd=2,142-1,373=0,769$; y $de=3,274-2,142=1,132$. Siendo este último número el espesor de la

Para la bóveda semicircular (fig. 1) se tomarán entonces tres cuartas partes del rádio OG, que se llevarán sobre la prolongacion de este rádio de O á X, y desde el punto X como centro se describirá el arco Se'' y SK.

Para la bóveda rebajada (fig. 2) se buscará el rádio de la curvatura de la elipse en el vértice D, rádio que se hallará dividiendo el cuadrado de ON por OD: este rádio será DG. Se llevará despues tres cuartas partes de DG de G á Y y el punto Y así determinado será el centro buscado. Si la bóveda fuese peraltada (fig. 3), seria el rádio de curvatura $NH = \frac{\overline{DO}^2}{NO}$, del cual se tomarian los tres cuartos para llevarlos de H á G.

La operacion se simplifica cuando la bóveda es carpanel, porque siendo dado el rádio de curvatura por la misma construccion, no hay mas que prolongarlo tres cuartos de su longitud para tener el centro del arco del trasdos.

§ II.

Cálculo de la seccion de la fábrica de las bóvedas.

Esta seccion forma, en la semibóveda de medio punto (fig. 1), el polígono mistilíneo $VKSCT$, el que evidentemente es igual á la suma del rectángulo $VKNO$ y del semi-segmento circular $KmSN$, menos el cuarto de círculo TGO. Para determinar la seccion bastará hallar las áreas de estas figuras.

Sea como en la nota precedente $OG = 4$, $GS = 0,50$, por consiguiente $SX = SG + \frac{7}{4} GO = 7,50$, y haciendo el espesor del estribo $VT = 1,20$, resulta $MS = KN = 5,20$. Ahora deberémos determinar: 1.° *la altura* NX del triángulo rectángulo KNX y seguidamente el *seno verso* SN del arco KmS, ó la flecha del arco doble, y la altura $NO = KV$ del rectángulo $VKNO$; 2.° la graduacion del arco KmS; 3.° la longitud de este mismo arco rectificado.

bóveda de e á e', se tendrá, añadiéndole el rádio $Oe=4$, el número 5,132 para la distancia entre el centro O y el punto e' del trasdos.

Luego si la curva del trasdos es un arco de círculo descrito con un rádio SC igual á GS mas $^6/_4\ OG=6,50$, se tendrá, en el triángulo $Oe''C$ cuyo lado $e''C=6,50$, el lado $OC={}^1/_2\ OG=2$ y el ángulo $e''OC=180^\circ-8\times\frac{90^\circ}{15}=132^\circ$;

$$Sen\ Oe''C=\frac{\text{sen}\ e''OC\ (132^\circ)\times OC}{Ce''}=\frac{0,7431\times 2}{6,50}=0,22865=\text{sen}\ 13^\circ 13';$$

de donde

$$\text{ángulo}\ OCe''=18^\circ-(132^\circ+13^\circ 13')=34^\circ 47',$$

$$\text{y}\ \ Oe''=\frac{\text{sen}\ OCe''(34^\circ 47')\times Ce''}{\text{sen}\ COe''\ (132^\circ)}=\frac{0,5705\times 6,50}{0,7431}=4,990.$$

Si, por el contrario, el arco del trasdos tiene por rádio $GS\times{}^7/_4\ OG$ ó 7,50 lo que trasportaria su centro á X dando $OX={}^3/_4\ OG=3$, se obtendrá

$$\text{Sen}\ Oe'''X=\frac{\text{sen}\ e'''OX\ (132^\circ)\times OX}{Xe'''}=\frac{0,7431\times 3}{7,5}=0,29724=\text{sen}\ 17^\circ 48',$$

de donde

$$\text{ángulo}\ OXe'''=180^\circ-(132^\circ+17^\circ 18')=30^\circ 42',$$

$$\text{y}\qquad Oe'''=\frac{\text{sen}\ OXe'''\ (30^\circ 42')\times OX}{\text{sen}\ XOe'''\ (132^\circ)}=\frac{0,5105\times 7,5}{0,7431}=5,152$$

Este arco $S\,e'''$ daria entonces (5.152—5,132)=0,020 de mas espesor de la bóveda sobre la linea OZ sobre la curva *ad hoc* $S\,e'$, difiriendo por consiguiente mucho menos de esta curva que el arco precedente $S\,e''$ que da (5,152—4,990)=0,142 de menos.

Se tendrá $NX = \sqrt{KX^2 - KN^2} = \sqrt{(7,50)^2 - (5,20)^2} = 5,405$;
de donde $SN = SX - NX = 7,50 - 5.405 = 2,095$;
y $NO = SO - SN = 4,50 - 2,095 = 2,405$.

$$\text{Sen KmS} = \text{R} \times \frac{\text{KN}}{SX}.$$

Log. 5,20 + log. R = ... 10,7160055

Log. 7,50 = ... 0,8750612

Diferencia = log. sen KmS = ... 9,8409421

Lo que da para valor angular del arco KmS 45° 54'.

$$\text{KmS} = \frac{\text{arc KmS}}{180^\circ} \times \text{SX} \times \pi.$$

Log $\frac{45^\circ\ 54'}{180^\circ}$ = log. 0,24389 = ... 3,3871946

Log. 7,50 = ... 0,8750612

Log π = log. 3,1416 = ... 0,4971499

Suma. . . . 0,7594057

Luego la longitud del arco KmS = 5,747 (1).

Ahora podremos establecer

Rectángulo $VKNO = VO \times ON = 5,20 \times 2,405 =$	12,5060	20,0043
Semi-segmento $KmSN = \frac{1}{2} KmS \times SN - \frac{1}{2}KN\times$NX. = $\frac{5,747 \times 7,50}{2} - \frac{5,20 \times 5,405}{2} = 21,5515 - 14,0550 =$	7,4983	
Deduciendo el cuarto de círculo $OGT = \frac{\overline{OG}^2 \times \pi}{4} = \frac{(4)^2 \times 3,1416}{4} =$ . .		12,5664
Resta para la seccion VKSGT.		7,4379

Pasemos á las bóvedas ovaladas y consideremos el caso en que la curva del trasdos termine en la prolongacion de la superficie interior del sosten.

Sea (fig. 2) ON = 5, OD = 3 y DF = 0,56, lo que da para el rádio de curvatura del intrados en el punto O, $DG = \frac{(5)^2}{3} = 8,333$, y para el rádio del arco del trasdos $DY = \frac{8,333 \times 7}{4} + 0,56 = 15,145$.

De aquí resultará sucesivamente:

$$PY = \sqrt{\overline{TY}^2 - \overline{TP}^2} = \sqrt{(15,145)^2 - (5)^2} = 14,294,$$

de donde
$$FP = 15,145 - 14,294 = 0.849;$$

y
$$PO = TN = 3.56 - 0,849 = 2,711.$$

$$\text{Sen } TnF = \frac{\text{TP}}{\text{FY}} = \frac{5}{15,145} = 0,33018 = \text{sen } 19^\circ\ 17'.$$

y
$$\text{arco } TnF = \left(\frac{19^\circ 17'}{180^\circ} = \frac{1157'}{10800}\right) \times \text{FY} \times \pi = 0,10713 \times 3,1416 \times 15,145 = 5,096.$$

(1) Si no se conocieran mas que $KN = C$ y $NS = f$ se calcularía el rádio r por la fórmula

$$r = \frac{\sqrt{C^2 + f^2 \times {}^1/_2 \sqrt{C^2 + f^2}}}{f}.$$

Por último si se desea tener la tangente del arco KmS en un punto cualquiera se hallará, designando esta tangente por t y el ángulo en el centro por x:

$$t = r \times \text{tang. } x.$$

Se recurrirá á esta proposicion en el caso en que el trasdos estuviese formado de dos planos inclinados unidos en el vértice por una porcion de superficie curva

Se puede ahora determinar el área de la figura $NTnFO$ operando para ello como en el ejemplo precedente, ó bien valuando el trapecio $NTFO$ y el segmento TFn como sigue:

$$\text{Trapecio } NTFO = \frac{3,56+2,711}{2} \times 5 = \ldots\ldots \quad 15,6775$$

$$\text{Segmento } TFn = \frac{5,096 \times 15,143}{2} - \frac{15,143 \times 5}{2} = \ldots \quad 0,7269$$

$$\text{Suma} = \text{área } NTnFO = \ldots\ldots \quad 16,4044$$

$$\text{Cuarta parte del óvalo } OND = \frac{5 \times 3 \times 3,1416}{4} = \ldots \quad 11,7810$$

$$\text{Diferencia} = \text{área } NTnFD = \ldots\ldots \quad 14,6233$$

Para la bóveda peraltada (fig. 3) se tendrá, suponiendo en ella $OD = 3$, $ON = 5$ y $NL = 0,44$, de modo que el rádio de curvatura $NH = \frac{(3)^2}{5} = 1,80$ y del arco del trasdos $GL = \frac{7}{4} \times 1,86 + 0,44 = 3,59$, se tendrá:

$$KG = \sqrt{\overline{SG}^2 - \overline{SK}^2} = \sqrt{(3,59)^2 - (3)^2} = 1,972;$$

de donde $LK = 3,59 - 1,972 = 1,618$

y $KO = 5,44 - 1,618 = 3,822$;

y haciendo uso de los logaritmos como medio mas breve para determinar el valor angular y el valor lineal del arco SmL:

Log. sen. SmL = log R + log. 3 − log. 3,59 = 10,000000 + 0,477121 − 0,555094 = 9.922027 = log. sen 56°41′ y $\log\left(\frac{56°41'}{180°} = 0,3149'\right)$ + log. 3,59 + log. π = 1,498175 + 0,555094 + 0,497150 = 0,550417, logaritmo correspondiente á 3,552.

Hechos estos cálculos el área de la seccion de las bóvedas se obtendria por una de los métodos espuestos anteriormente; pero tambien se puede hacer uso de un tercer medio que, aunque algo mas largo, es sin embargo útil su conocimiento. Este medio consiste en valuar el rectángulo $DPLO$ restando de él, con el cuarto de óvalo DNO, el triángulo mistilíneo $SmLP$, igual al triángulo rectilíneo LPS disminuido del segmento circular SLm, lo que dará, observando que la altura PS del triángulo es igual á la línea determinada LK,

$$\text{Rectángulo } DPLO = 5,44 \times 3 = \ldots\ldots \quad 16,3200$$

Restando. 1.° El cuarto de óvalo $DNO = \frac{3 \times 5 \times 3,1416}{4} = \ldots \quad 11,7810$

2.° El triángulo mistilíneo $SmLP = LPS - SLm = \frac{1,618 \times 3}{2} - \left(\frac{3,552 \times 3,59}{2} - \frac{3,59 \times 3}{2}\right) = 2,427 - 0.9908 = \quad 1,4362$

(Total restado: 13,2172)

$$\text{Queda para el espacio superficial } LSDN \ldots\ldots \quad 3,1028$$

NOTA. Cada uno de los tres resultados anteriores no espresan mas que la seccion de una semibóveda, siendo preciso duplicarlos para tener el de la bóveda entera.

(Se concluirá.)

MANUEL SALAVERA Y C.